

可控源电磁磁场频率梯度一维Occam反演

罗志亮

中南大学地球科学与信息物理学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2024年4月27日; 录用日期: 2024年6月21日; 发布日期: 2024年6月30日

摘要

Occam反演作为一种地球物理正则化反演方法, 被广泛使用于求取光滑的反演结果。传统的场值单分量一维Occam反演虽然能够对层状模型有着较好的恢复效果, 但是反演结果严重依赖于收发距, 通常收发距需要达到数千公里才可获得满意的反演结果。当偏移距过小时反演结果几乎是直线, 对模型的电性变化无任何反映。本文对水平电偶极源产生的磁场求取频率梯度, 层状模型的梯度值采用高精度差分值进行代替。将磁场频率梯度应用于Occam反演中, 大量的反演结果表明, 磁场三分量频率梯度的反演结果不会随着收发距而改变, 均可以在近场源下很好地恢复模型真实情况, 对电阻率的恢复效果优于层厚度。与其他电磁方法一样, 反演结果对低阻层更为灵敏, 对复杂模型的高阻层的恢复效果不如低阻体。

关键词

频率域可控源电磁, 磁场频率梯度, 一维Occam反演

One-Dimensional Occam Inversion of Controlled-Source Electromagnetic Magnetic Field Frequency Gradient

Zhiliang Luo

School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha Hunan

Received: Apr. 27th, 2024; accepted: Jun. 21st, 2024; published: Jun. 30th, 2024

Abstract

As a geophysical regularization inversion method, Occam inversion is widely used to obtain smooth inversion results. Although the traditional single-component one-dimensional Occam inversion of field values can have a good recovery effect on the layered model, the inversion results

are heavily dependent on the transmitter-receiver distance, which usually needs to reach thousands of kilometers to obtain satisfactory inversion results. When the offset is too small, the inversion results are almost straight lines, and there is no reflection on the electrical changes of the model. In this paper, the frequency gradient of the magnetic field generated by the horizontal electric dipole source is obtained. The gradient value of the layered model is replaced by the high-precision difference value. The magnetic field frequency gradient is applied to Occam inversion. A large number of inversion results show that the inversion results of the three-component magnetic field frequency gradient will not change with the transmission distance, and the real condition of the model can be well restored under near-field sources, and the resistivity recovery effect is better than that of layer thickness. As with other electromagnetic methods, the inversion results are more sensitive to the low-resistivity layer, and the recovery effect of the high-resistivity layer of complex models is not as good as that of the low-resistivity layer.

Keywords

Frequency-Domain Controlled Source Electromagnetic Method, Magnetic Field Frequency Gradient, One-Dimensional Occam Inversion

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

地球物理中的电磁法是以介质的电导(阻)率差异为基础的勘探方法[1], 基于电磁感应原理, 观测和研究电磁场的空间和时间分布规律, 以此来研究地下构造和实现矿产资源、能源勘探[2]。经过长期的研究和发展, 电磁法已经在矿产资源勘查、煤田石油、地热和页岩气等传统能源和新型清洁能源勘探领域上发挥了重要的作用, 有力保障了我国矿产资源供应和能源安全[3]。

地球物理反演是对采集的勘探数据进行定量解释的重要手段, 是科研工作者了解地下构造的重要途径。目前常用的反演算法可归纳为两类: 非线性反演算法和线性迭代算法[4]。正因其地球物理领域中的极端重要性, 近年来关于反演的研究层出不穷, 开发出了大量的一维、三维反演算法。随着反演方法的优化和计算机各种硬件设备的发展, 反演的速度和精度都在不断提高。当前的反演研究日益趋近真实复杂的地质情况, 许多带地形的反演算法已被开发[5]。Occam 反演是一种经典的求解光滑反演结果的一维反演算法。

以往的场值单分量反演, 无论采用何种反演算法, 都对收发距有着严格的要求。当收发距达到数千公里或者更大(通常是异常埋深的几倍)时, 可以获得令人满意的反演结果; 而一旦收发距较小, 反演曲线几乎呈现一条直线, 完全失去了对地下介质电性不均匀的反映能力。皇祥宇和汤井田对小感应数下频率域电磁测深做了大量相关研究[6], 研究结果揭示了近场源下无法实现频率域电磁探测的原因。正是由于小感应数下的一次场太大, 而携带地下介质电性信息的二次场占总场的比值过小, 导致电磁场在近场源下失去了频率测深的能力。皇祥宇提出了 $H_r H_\phi$ 一次场抵消装置, 通过组合场消去总场中的一次场, 并将其应用到近场源反演中, 取得了很好的反演结果[6]。

本文则从另一种角度出发来消去总场中的一次场实现近场源下的一维反演。电偶源产生的电磁场中, 一次场是由场源直接激发的, 与场源频率无关; 而二次场则是由地下介质在谐变电磁场作用下感应激发的, 与场源频率密切相关。通过对磁场频率求导, 则可以完全消去总场中的一次场, 只保留磁场二次场

的频率导数。在理论上是消去一次场的另一种可行性方案。本文正是基于上述分析，从电磁场理论原理出发，分析限制近场源反演的因素，提出了磁场频率梯度反演方法。

2. 方法理论

2.1. Occam 反演基本原理

由于地球物理场的无限性和我们所能观测到的场的有限性，任何地球物理反演都存在着多解性问题。我们希望在反演时能够尽可能得到光滑、简单的模型。寻求光滑模型可以在反演过程中避免被一些不重要的数据特征所误导，得到更贴合实际情况的模型。Occam 反演是一种广泛使用的求取光滑模型一维反演方法，不仅考虑数据拟合项，而且计算了模型的粗糙度矩阵[7] [8] [9] [10]。下面对 Occam 反演的原理做简要的介绍。

在 Occam 反演中反演的目标函数为：

$$U = \|\partial \mathbf{m}\|^2 + \mu^{-1} \left\{ \|\mathbf{W} \mathbf{d} - \mathbf{W} \mathbf{G} \mathbf{m}\|^2 - X_*^2 \right\} \quad (1)$$

式中第一项为模型粗糙度范数，可以通过对模型参数向量差分求解的代表粗糙度矩阵，具有多种定义形式，一阶模型粗糙度矩阵为

$$\partial = \begin{pmatrix} 0 & & & & 0 \\ -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3, \dots, m_N)$ 为模型参数向量，在一维电磁反演中是各层的电阻率值； $\mathbf{d} = (d_1, d_2, d_3, \dots, d_N)$ 代表数据向量，即真实模型正演得到的场值响应； \mathbf{W} 是一个对角矩阵、称为误差加权矩阵，对角线上的元素是数据的方差； \mathbf{G} 为正演算子； μ 称为拉格朗日乘子，用于平衡数据拟合项和模型光滑项。 X_*^2 是目标的拟合差，正是由于此项的存在，才使目标函数 U 取最小值时无需寻找最佳拟合模型。对目标函数而言，要想求得最小值只需要让 U 对 \mathbf{m} 的梯度为零即可，经过线性代数的一系列变换，可以得到

$$\mu^{-1} (\mathbf{W} \mathbf{G})^T \mathbf{W} \mathbf{G} \mathbf{m} - \mu^{-1} (\mathbf{W} \mathbf{G})^T \mathbf{W} \mathbf{d} + \partial^T \partial \mathbf{m} = 0 \quad (3)$$

从中提取出 \mathbf{m}

$$\mathbf{m} = \left[\mu \partial^T \partial + (\mathbf{W} \mathbf{G})^T \mathbf{W} \mathbf{G} \right]^{-1} (\mathbf{W} \mathbf{G})^T \mathbf{W} \mathbf{d} \quad (4)$$

实际上在电磁法正演中场值响应与模型参数是非常复杂的函数式， \mathbf{G} 不可能是一个线性算子，我们将其用一个非线性算符 F 替换。根据泰勒展开定理

$$F(\mathbf{m}_{k+1}) = F(\mathbf{m}_k + \Delta \mathbf{m}) = F(\mathbf{m}_k) + \nabla_m F \cdot \Delta \mathbf{m} \quad (5)$$

$$\nabla_m F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\mathbf{m}_k)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial F_1(\mathbf{m}_k)}{\partial m_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_M(\mathbf{m}_k)}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial F_M(\mathbf{m}_k)}{\partial m_N} \end{bmatrix} \quad (6)$$

同理运用前面线性算子推导时的方法，可以最终获取模型迭代更新公式

$$m_{k+1} = \left[\mu \partial^T \partial + (\mathbf{WJ}(m_k))^T \mathbf{WJ}(m_k) \right]^{-1} (\mathbf{WJ}(m_k))^T \mathbf{Wd} \quad (7)$$

2.2. 水平电偶源在一维大地表面激励的电磁场

如图 1 所示一维层状模型，以电偶极源的中心作为原点，通以谐变电流 $I_0 e^{-i\omega t}$ ，电偶极矩的大小为 IdL ，以电偶源所在的轴为 x 轴、 z 轴垂直向下，建立空间直角坐标系。 N 层水平层状介质中第 n 层的电阻率和厚度分别记为 ρ_n 和 h_n 。由麦克斯韦方程组出发，通过求解场满足的非齐次亥姆霍兹方程或通过求电洛伦兹势所满足的方程来求解电磁场[11] [12]。在此不再赘述推导，直接给出准静态极限条件下(忽略位移电流)柱坐标系中，一维模型下电磁场各分量的表达式。

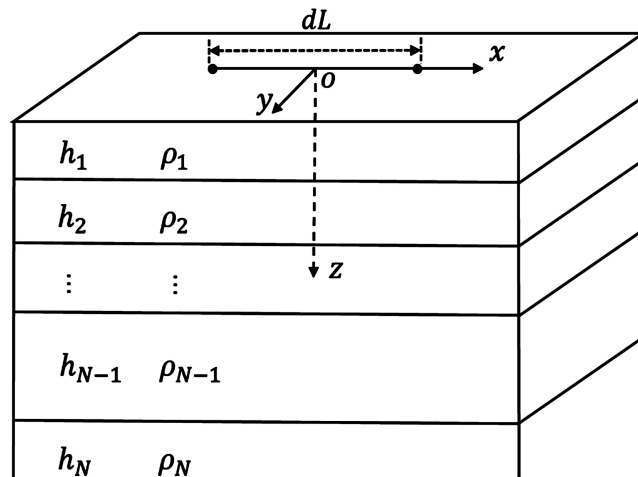


Figure 1. One-dimensional layered earth model

图 1. 一维层状介质模型

$$E_r = \frac{IdL}{2\pi} \cos \varphi \left[\frac{i\omega\mu}{r} \int_0^\infty \frac{1}{m + m_1/R^*} J_1(mr) dm - \rho_1 \int_0^\infty \frac{mm_1}{R} J_0(mr) dm + \frac{\rho_1}{r} \int_0^\infty \frac{m_1}{R} J_1(mr) dm \right] \quad (8)$$

$$E_\varphi = \frac{IdL}{2\pi} \sin \varphi \left[\frac{\rho_1}{r} \int_0^\infty \frac{m_1}{R} J_1(mr) dm - i\omega\mu \int_0^\infty \frac{m}{m + m_1/R^*} J_0(mr) dm + \frac{i\omega\mu}{r} \int_0^\infty \frac{1}{m + m_1/R^*} J_1(mr) dm \right] \quad (9)$$

$$H_r = -\frac{IdL}{2\pi} \sin \varphi \left[\int_0^\infty \frac{m}{m + m_1/R^*} J_1(mr) dm + r \int_0^\infty \frac{m_1}{R^*} \frac{m}{m + m_1/R^*} J_1(mr) dm \right] \quad (10)$$

$$H_\varphi = \frac{IdL}{2\pi r} \cos \varphi \int_0^\infty \frac{m}{m + m_1/R^*} J_1(mr) dm \quad (11)$$

$$H_z = \frac{IdL}{2\pi} \sin \varphi \int_0^\infty \frac{m^2}{m + m_1/R^*} J_1(mr) dm \quad (12)$$

其中， r 为收发距， φ 为坐标原点与测点坐标连线与 x 轴正方向的夹角； m 在此称为空间频率； μ 为磁导率， ω 为角频率。

$$m_j = \sqrt{m^2 - k_j^2}, k_j^2 = -i\omega\mu\sigma_j, \coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \quad (13)$$

$$R^* = \coth \left[m_1 h_1 + \coth^{-1} \frac{m_1}{m_2} \coth \left(m_2 h_2 + \dots + \coth^{-1} \frac{m_{N-1}}{m_N} \right) \right] \quad (14)$$

$$R = \coth \left[m_1 h_1 + \coth^{-1} \frac{m_1 \rho_1}{m_2 \rho_2} \coth \left(m_2 h_2 + \dots + \coth^{-1} \frac{m_{N-1} \rho_{N-1}}{m_N \rho_N} \right) \right] \quad (15)$$

当一维模型简化为均匀半空间时, $N = 1$, 此时磁场各分量的表达式可以简化为如下形式:

$$H_r = -\frac{IdL}{4\pi r^2} \sin \varphi \left\{ 6I_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) + ikr \left[I_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) - I_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) \right] \right\} \quad (16)$$

$$H_\phi = \frac{IdL}{2\pi r^2} \cos \varphi I_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) \quad (17)$$

$$H_z = -\frac{3IdL}{2\pi k^2 r^4} \sin \varphi \left[1 - e^{-ikr} \left(1 + ikr - \frac{1}{3} k^2 r^2 \right) \right] \quad (18)$$

对均匀半空间下磁场三分量表达式的同向分量和正交分量在小感应数下做级数展开, 得到如下(19)~(21)式。其中的 Q 表示三个磁场分量的正交分量, In 表示三个磁场分量的同相分量。

$$InH_r = -\frac{IdL \sin \varphi}{4\pi r^2} \left[1 - \frac{3\pi}{64} (\sigma\mu\omega r^2) \right] \quad (19)$$

$$QH_r = -\frac{IdL \sin \varphi}{4\pi r^2} \left[\frac{\sigma\mu\omega r^2}{8} \ln \left(\frac{(\sigma\mu\omega)^{1/2} r}{2} \right) \alpha + \frac{3}{32} (\sigma\mu\omega) r^2 \right]$$

$$InH_\phi = \frac{IdL \cos \varphi}{4\pi r^2} \left[1 + \frac{3\pi}{32} (\sigma\mu\omega) r^2 \right] \quad (20)$$

$$QH_\phi = \frac{IdL \cos \varphi}{4\pi r^2} \left[-\frac{\sigma\mu\omega r^2}{8} \ln \left(\frac{(\sigma\mu\omega)^{1/2} r}{2} \right) \alpha + \frac{1}{32} (\sigma\mu\omega) r^2 \right]$$

$$InH_z = \frac{IdL}{4\pi r^2} \sin \varphi \left(1 - \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} r^2 \right) \quad (21)$$

$$QH_z = -\frac{IdL}{4\pi r^2} \sin \varphi \left(\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} r^2 + \omega\mu\sigma r^2 \right)$$

2.3. 频率域电磁法一次场消去方法

皇祥宇和汤井田从(19)~(21)式发现将 H_r 与 H_ϕ 或者将 H_r 与 H_z 进行组合, 可以有效地消去这些磁场分量中含有的一次场部分。皇祥宇将这两种一次抵消装置分别称为 $H_r H_\phi$ 装置和 $H_r H_z$ 装置[6]。以 $H_r H_\phi$ 装置为例,

$$(InH_r \cdot \cos \varphi + InH_\phi \cdot \sin \varphi) = \frac{IdL}{4\pi r^2} \cdot \sin \varphi \cos \varphi \left[\frac{9\pi}{64} (\sigma\mu\omega r^2) \right] = \frac{9\sqrt{2}IdL}{256} \sigma\mu\omega \cdot \sin \varphi \cos \varphi \quad (22)$$

$$(QH_r \cdot \cos \varphi + QH_\phi \cdot \sin \varphi) = \frac{IdL\sigma\mu\omega}{16\pi} \cdot \sin \varphi \cos \varphi \left[-\ln \left(\frac{(\sigma\mu\omega)^{1/2} r}{2} \right) \alpha - \frac{1}{4} \right] \quad (23)$$

可以看到无论是同相分量还是正交分量, 经过处理后表达式中均不再含有任何一次场。根据不同坐标系下场值分量之间的转换关系, 发现在 45° 方位角时, 可以用 H_y 来表示 $H_r H_\phi$ 合成场。

本文则通过对磁场求取频率导数消去一次场, 解析式中只有 k 含有频率项。(16) (17) 式中含有虚宗量贝塞尔函数, 需要结合虚宗量贝塞尔函数的性质[13] [14]。经过一系列数学推导可以得到磁场三分量频率梯度如下(24)式, 从而本文获得了另一种消去一次场的方法。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_r}{\partial f} &= \frac{iLdL\mu\sigma}{4kr^2} \sin\varphi \left\{ \left(kr^2 - \frac{12}{k} \right) I_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) - 3ir \left[I_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - I_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) \right] - kr^2 I_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) \right\} \\ \frac{\partial H_\phi}{\partial f} &= -\frac{iLdL\mu\sigma}{2kr^2} \cos\varphi \left\{ -\frac{2}{k} I_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) - \frac{ir}{2} \left[I_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) - I_0 \left(\frac{ikr}{2} \right) K_1 \left(\frac{ikr}{2} \right) \right] \right\} \\ \frac{\partial H_z}{\partial f} &= \frac{\partial H_z}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial f} = \frac{3iLdL\mu\sigma}{2r^4 k^4} \sin\varphi \left[\left(2 + 2ikr - k^2 r^2 - \frac{1}{3} ik^3 r^3 \right) e^{-ikr} - 2 \right] \end{aligned} \quad (24)$$

3. 磁场三分量频率梯度一维反演对比

为了论证本文提出的磁场频率梯度在短偏移距下一维反演的优越性, 在本文后续的计算算例中, 收发距最大在异常体埋深的 2 倍以内。改变偏移距的大小, 观察电磁场各分量和磁场频率导数的反演结果的变化。设计了多组不同的“D”型、“G”型、“H”型、“K”型层状模型, 将不同的磁场分量频率导数与场分量反演对比, 探究不同方法反演结果对模型电阻率和深度的恢复效果。下文所有的算例中反演数据中加入 1% 的高斯噪声, 对于单分量场值反演噪声干扰加在场值上、场频率梯度的反演噪声直接加在梯度值上。反演深度 2500 米, 反演频率范围 $10^{-2} \sim 10^3$ Hz, 反演初始模型的电阻率均设置为 $500 \Omega \cdot m$, 反演层数为 54 层。为了便于与皇祥宇提出的装置反演结果对比, 将测点都置于 45° 方位角, 此时可以直接用 H_y 表示 $H_r H_\phi$ 的合成场。

3.1. $\frac{\partial H_r}{\partial f}$ 与场值单分量反演对比

将径向磁场频率梯度与 E_x 、 H_x 、 H_z 分量反演结果对比, 收发距分别为 400 米、600 米、1000 米。G 型模型的反演结果见图 2。结果可看出径向磁场频率梯度在四组不同的小收发距上均能恢复出高阻基底, 但对界面的深度识别效果则不如电阻率。 E_x 、 H_x 、 H_z 分量的反演效果受收发距影响较大, 在收发距 400 m 处三个分量反演完全不能恢复高阻层, 尤其是两个磁场分量对高阻基底毫无反映, 反演曲线几乎是条直线。随着收发距的增大, 三分量的恢复效果逐渐变好。在 1000 m 处, H_x 、 H_z 分量具有一定的反演效果, E_x 表现出较好的反演结果。

对于 H 型模型反演结果见图 3, 径向磁场频率梯度反演结果与两层的 G 型相似, 几乎不受收发距的影响, 四条不同收发距下的反演曲线形态基本相同。 H_r 频率梯度不仅可以恢复中间低阻层的电阻率, 对底层的高阻也有着很好的恢复效果, 曲线深部端未出现震荡现象。 E_x 、 H_x 在 400 米时几乎无任何反演效果, 随着偏移距的增加, 反演结果逐渐对中间低阻层有所反映。 H_z 虽然在不同的收发距下均可以反演出低阻层, 但曲线尾支未能回到高阻层电阻率值。可以看出在 H 模型下 E_x 分量的反演结果受收发距影响较大, 反演曲线偏离模型真实电阻率值上下摆动, 出现明显的震荡性。图 4 为 H_r 频率梯度与场单分量反演的拟合差收敛曲线。

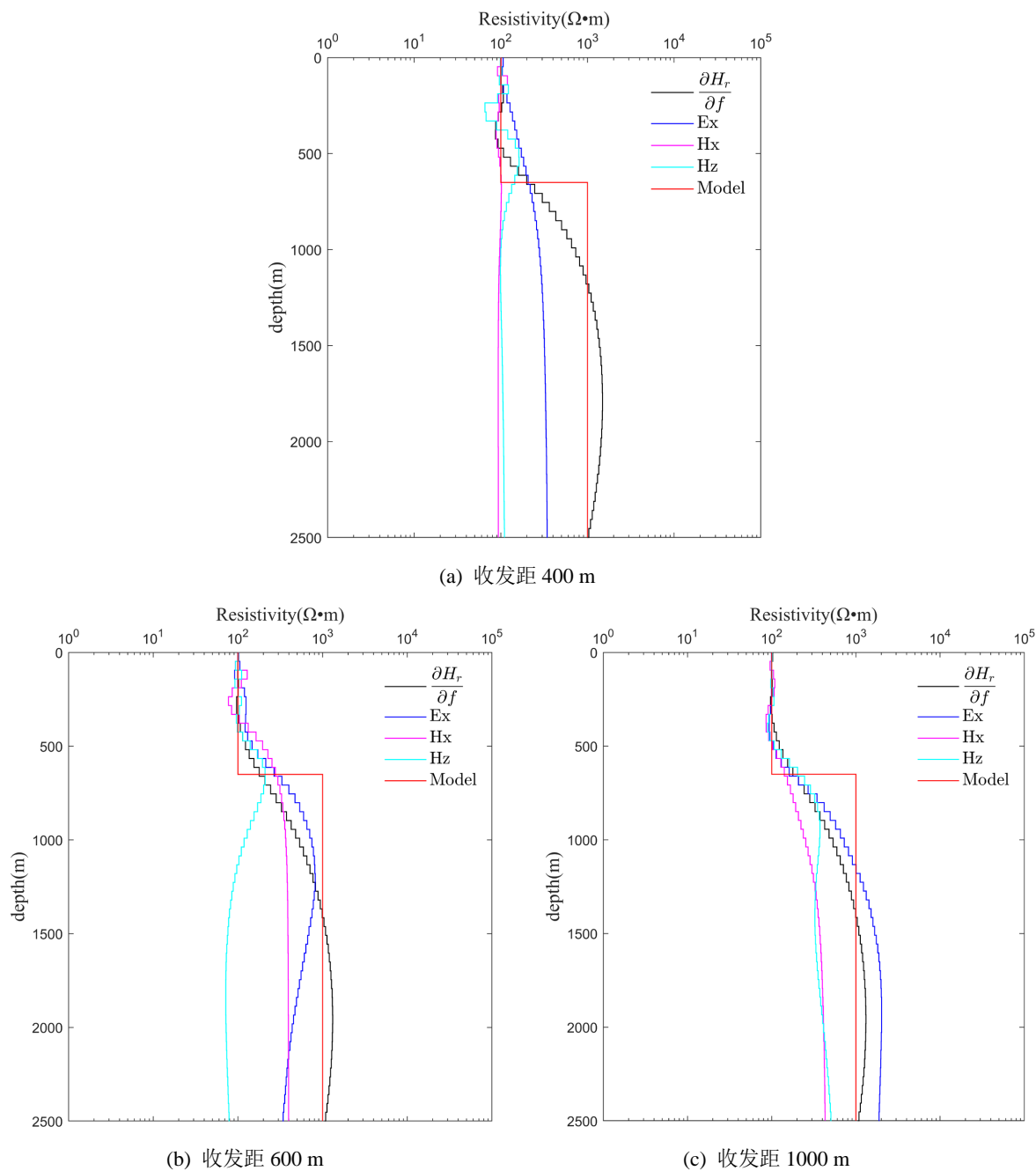
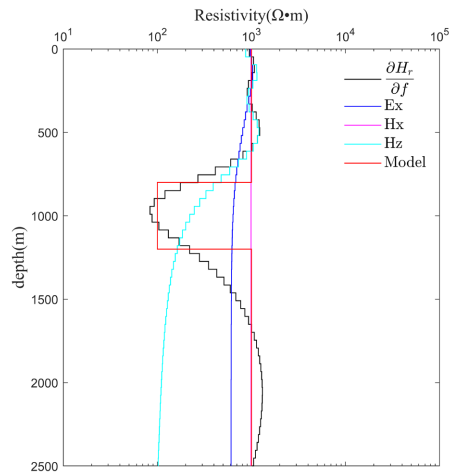


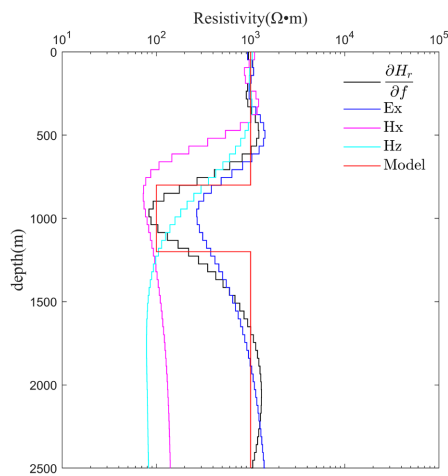
Figure 2. The comparison of one-dimensional inversion results of H_r frequency gradient under G-type model
图 2. H_r 频率梯度 G 型模型一维反演结果对比

3.2. $\frac{\partial H_\phi}{\partial f}$ 与场值单分量反演对比

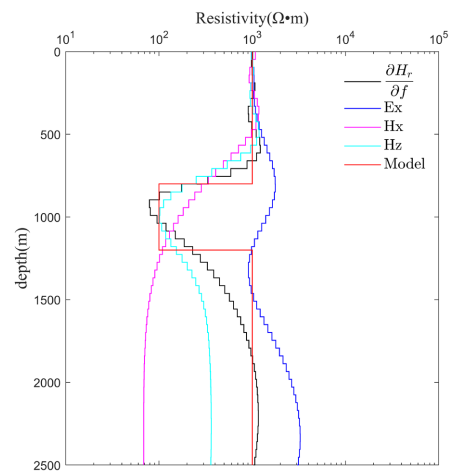
将切向磁场频率梯度与 E_x 、 H_y 、 H_z 分量反演结果对比，收发距分别为 400 米、800 米、1000 米。G 型模型的反演结果见图 5，从反演结果可以看出 H_ϕ 频率梯度和 H_y 在四组不同的小收发距上均能恢复出高阻基底，收发距的改变对曲线形态几乎无影响。近场源下的反演可以恢复各层电阻率，但对界面的深度识别效果则不如电阻率。与 H_y 相比， H_ϕ 频率梯度对电性分界面更为敏感一些，反演结果更接近真实分层情况。而 E_x 、 H_z 只有在 1000 米时对模型电阻率才有较好的恢复效果。



(a) 收发距 400 m

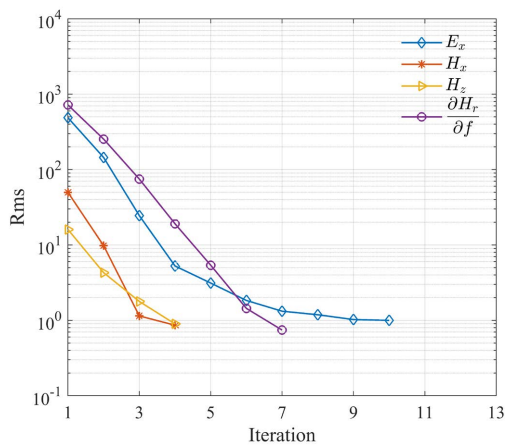


(b) 收发距 600 m

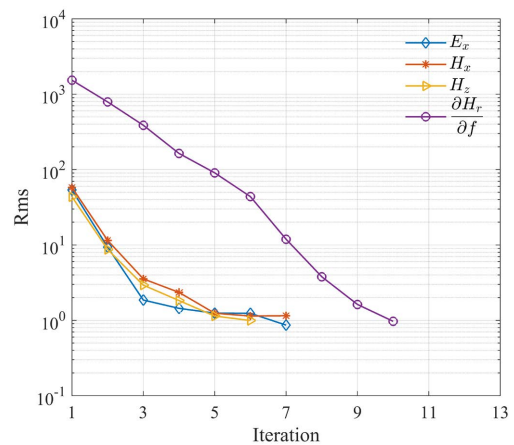


(c) 收发距 1000 m

Figure 3. The comparison of one-dimensional inversion results of H_r frequency gradient under H model
图 3. H_r 频率梯度 H 型模型一维反演结果对比



(a) G 型模型收发距 600 m



(b) H 型模型收发距 600 m

Figure 4. Rms curve of H_r frequency gradient Occam inversion
图 4. H_r 频率梯度 Occam 反演 Rms 曲线

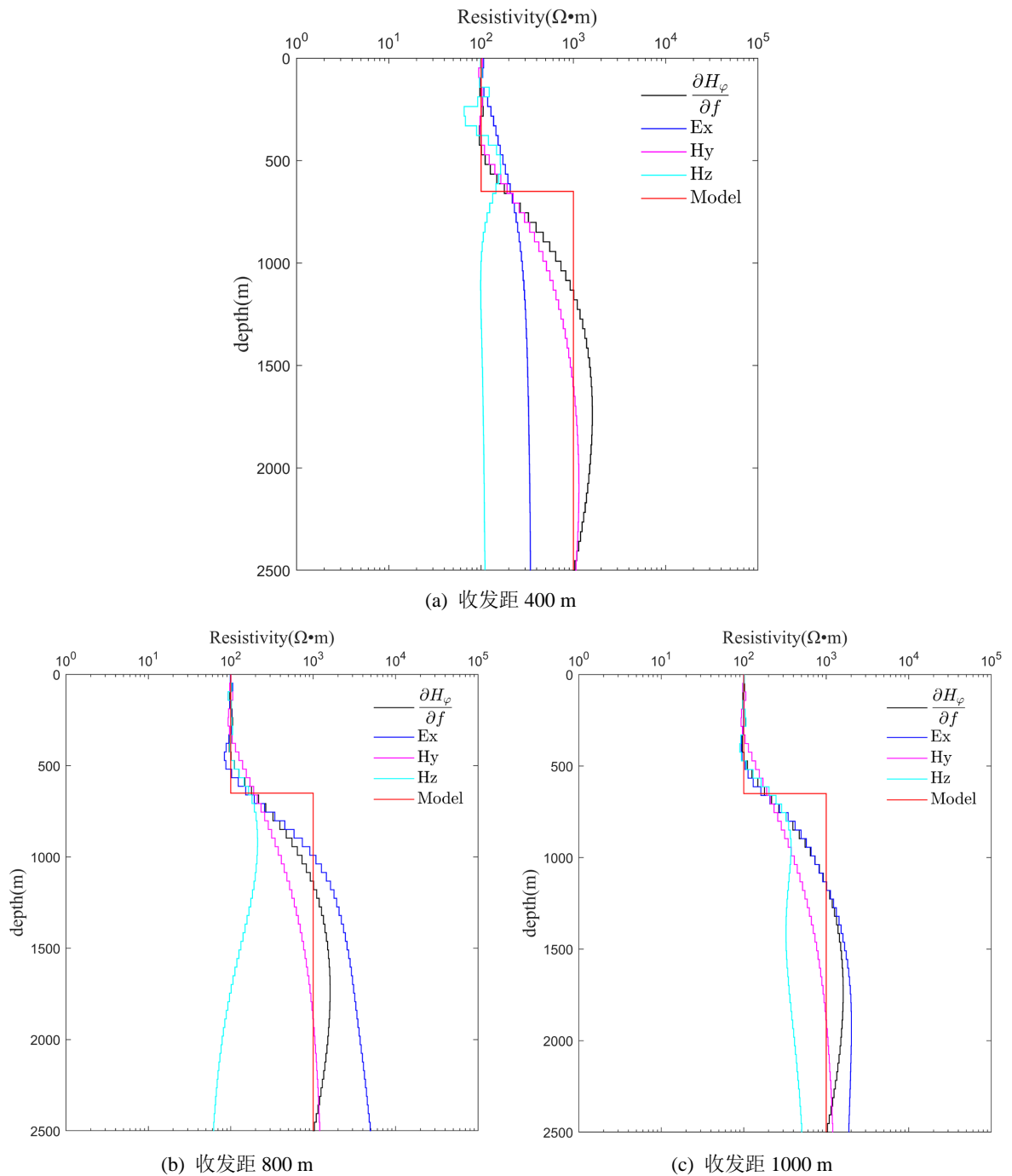
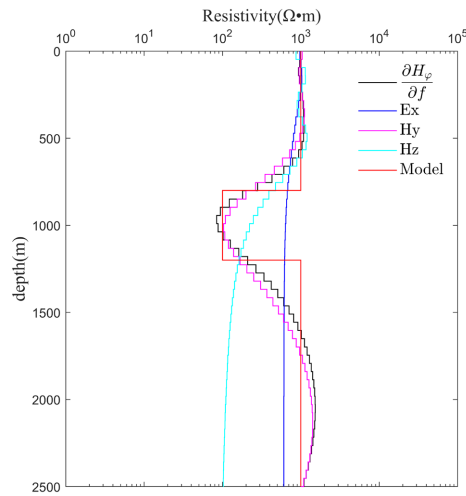
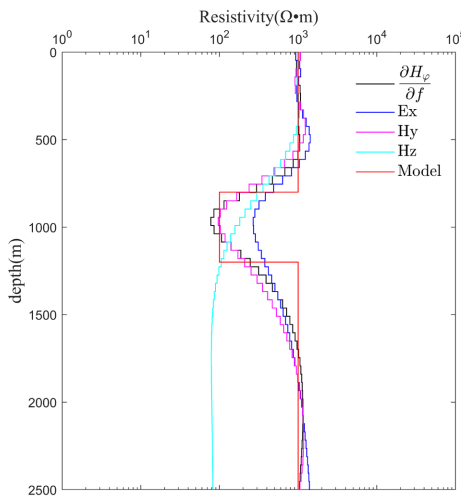


Figure 5. The comparison of one-dimensional inversion results of H_ϕ frequency gradient under G model
图 5. H_ϕ 频率梯度 G 型模型一维反演结果对比

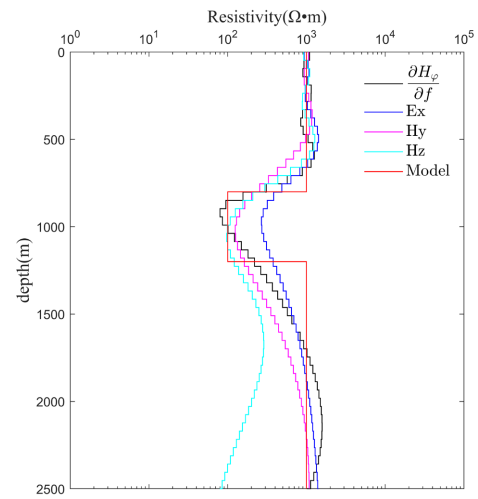
对于 H 型模型反演结果见图 6，反演收发距分别为 600 米、800 米、1200 米。 H_ϕ 频率梯度反演结果与 H_y 的反演结果对中间低阻层电阻率的恢复效果相当，几乎不受收发距的影响。此二者在很小的偏移距下就可得到满意的反演结果。而与之对比明显的是 E_x 分量在 400 米时几乎无任何反演效果、 H_z 分量反演只能看出低阻存在，对底层无任何反应。随着偏移距的增加， E_x 、 H_z 反演结果也无法恢复模型真实电阻率，且出现了明显的振荡现象。图 7 为 H_ϕ 频率梯度与场单分量反演的拟合差收敛曲线。



(a) 收发距 600 m



(b) 收发距 800 m



(c) 收发距 1200 m

Figure 6. The comparison of one-dimensional inversion results of H_ϕ frequency gradient under H model
图 6. H_ϕ 频率梯度 H 型模型一维反演结果对比

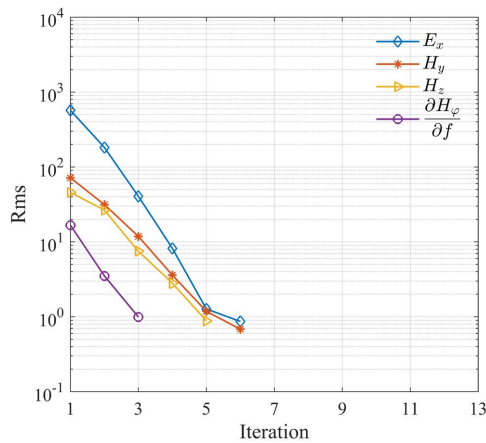


Figure 7. Rms curve of H_ϕ frequency gradient Occam inversion under G-type model
图 7. H_ϕ 频率梯度 G 型模型 Occam 反演 Rms 曲线

3.3. $\frac{\partial H_z}{\partial f}$ 与场值单分量反演对比

将垂直磁场频率梯度与 E_y 、 H_x 、 H_y 分量反演结果对比，收发距分别为 400 米、800 米、1000 米。G 型模型的反演结果见图 8，结果可看出 H_z 频率梯度和 H_y 分量在四组不同的小收发距上均能恢复出高阻基底，但对界面的深度识别效果则不如电阻率。 H_y 分量的反演结果在对深部电阻率的恢复上明显优于 H_z 频率梯度。 E_y 、 H_x 分量的反演效果受收发距影响较大，在收发距 400 m 处反演结果几乎对高阻层毫无反映，反演曲线几乎是条直线。随着收发距的增大， E_y 、 H_x 的恢复效果逐渐变好，反演结果逐渐逼近底层高阻值。但直到收发距增大到 1000 m 时，才具有一定的反演效果。

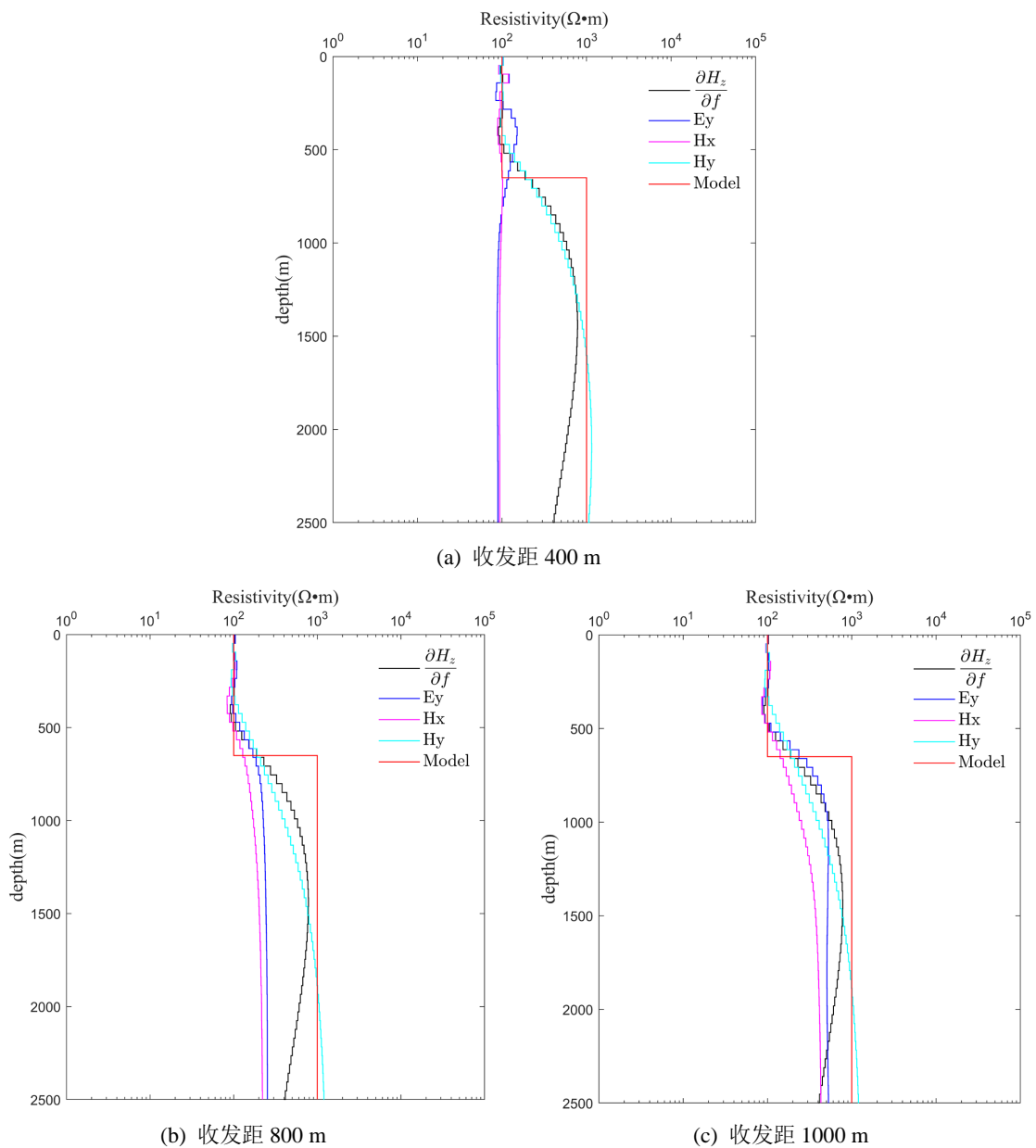


Figure 8. The comparison of one-dimensional inversion results of H_z frequency gradient under G model
图 8. H_z 频率梯度 G 型模型一维反演结果对比

H 型模型的反演结果见图 9，反演收发距 600 米、800 米、1000 米。当收发距为 600 米时，两种一次场消去方法反演曲线几乎重合，曲线各部分都可以完全恢复模型各层的真实电阻率，相对而言对深度的恢复效果略弱，反演出的低阻层厚度要大于实际层厚。 E_y 、 H_x 反演结果随收发距变化明显，在 600 米时，两者的反演结果完全无法看出电性结构的分层，这与两层模型下 600 米的反演能够看出高阻体存在有明显不同，说明模型复杂后在同样的收发距下反演效果变差。收发距增加后 H_x 反演结果很快反映了中间低阻层的存在，但是无论偏移距如何增加， H_x 反演曲线的尾端始终无法恢复高阻层。图 10 为 H_z 频率梯度与场单分量反演的拟合差收敛曲线。

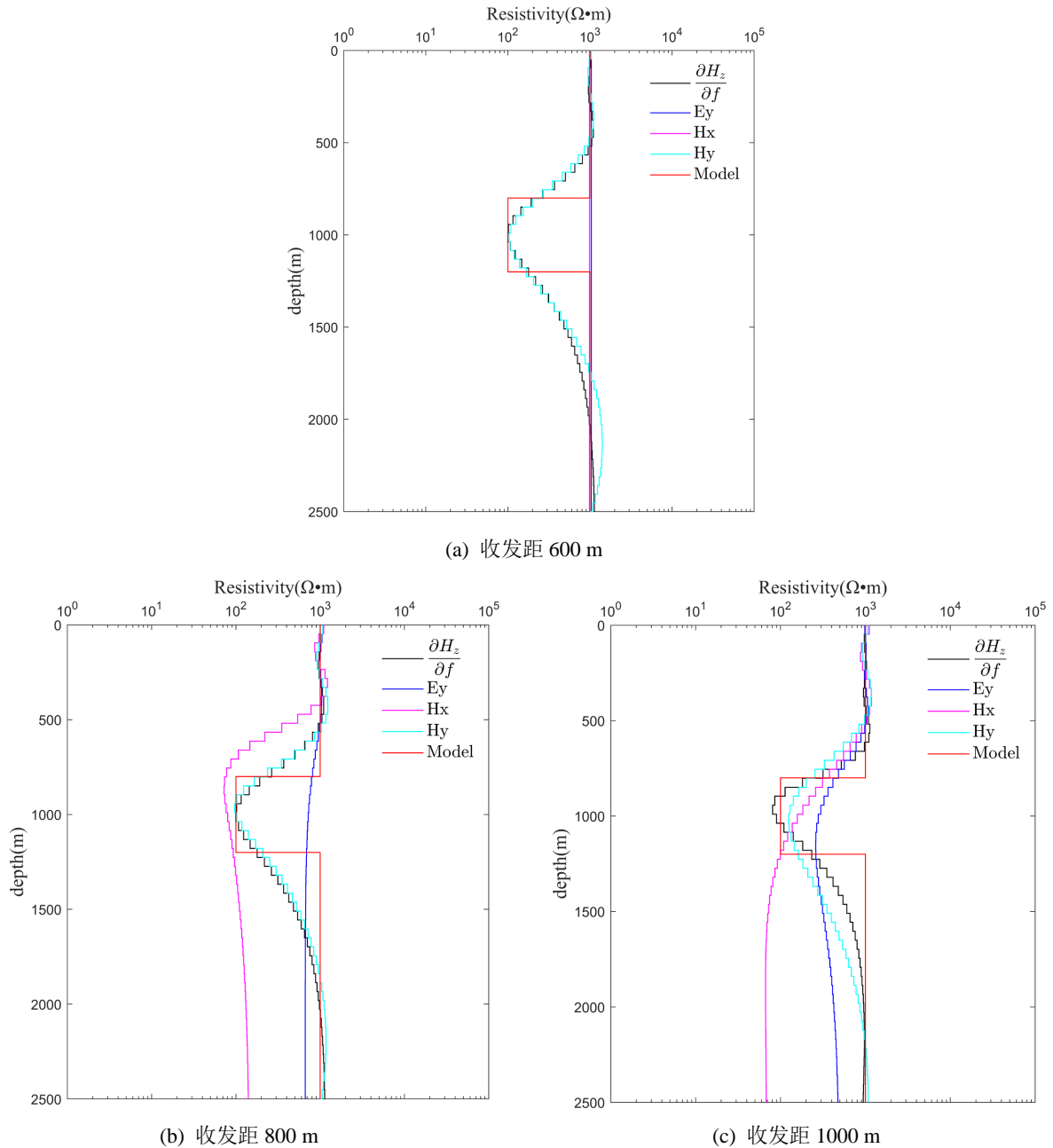


Figure 9. The comparison of one-dimensional inversion results of H_z frequency gradient under H model
图 9. H_z 频率梯度 H 型模型一维反演结果对比

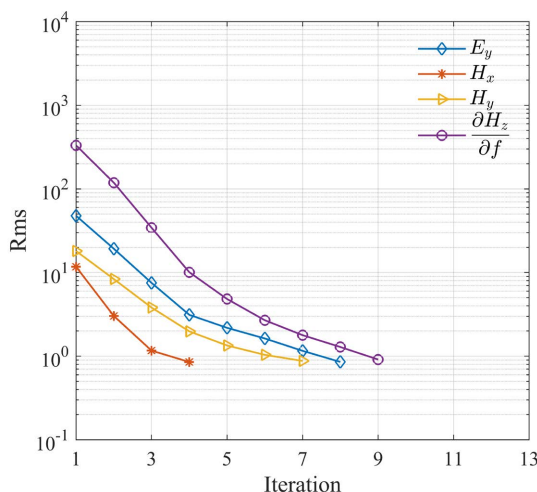


Figure 10. Rms curve of H_z frequency gradient Occam inversion under H-type model
图 10. H_z 频率梯度 H 型模型 Occam 反演 Rms 曲线

3.4. 不同一次场消去方案的反演对比

设计了系列模型对不同一次场消去方法一维反演结果进行对比, D 型模型收发距 400 米, 600 米, K 型模型收发距分别为 600 米, 1000 米。对比了本文提出的三种磁场频率梯度反演结果和 $H_r H_\phi$ 组合场反演结果。从图 11、图 12 可以看出, 四种小感应数测深方法均可以实现在近场源的一维反演, 反演曲线的形态不会随偏移距有较大改变, 四种方法反演结果并无太大差别。对 D 型模型的反演效果很好、但是对 K 型模型则难以恢复到真实电阻率值的一半。综合所有反演结果来看, 磁场频率梯度可以实现理论上的近场源一维反演, 对低阻层有着良好的恢复效果, 但对复杂模型中的高阻体则不够敏感, 无法反演出真实电阻率值。图 12 为不同一次场消去方法 K 型模型一维反演拟合差收敛曲线。

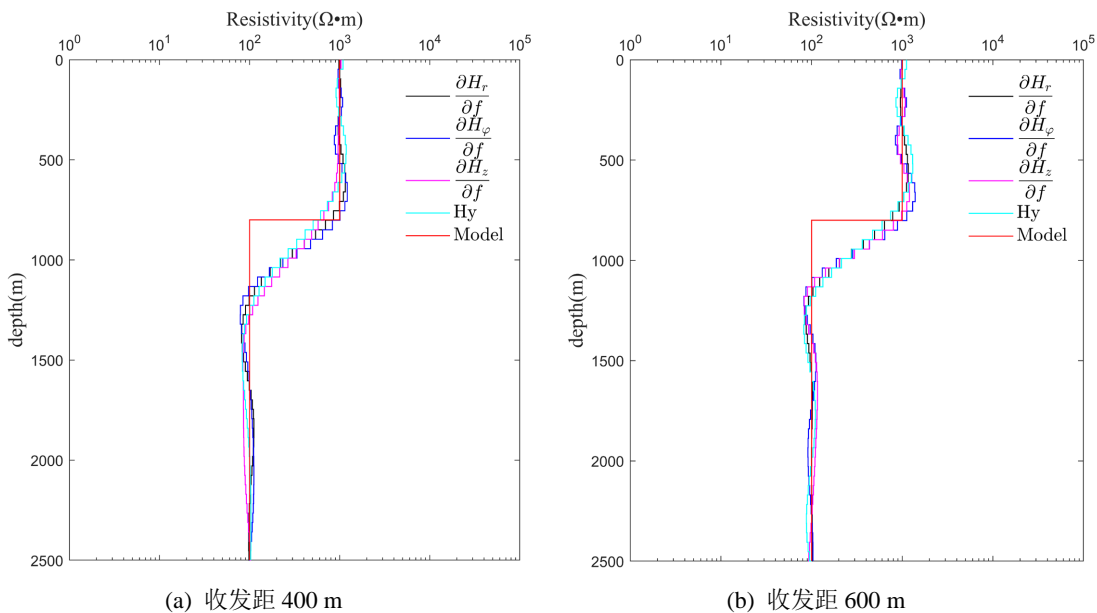


Figure 11. Comparison of one-dimensional inversion results of D-type models with different primary field elimination methods
图 11. 不同一次场消去方法 D 型模型一维反演结果对比

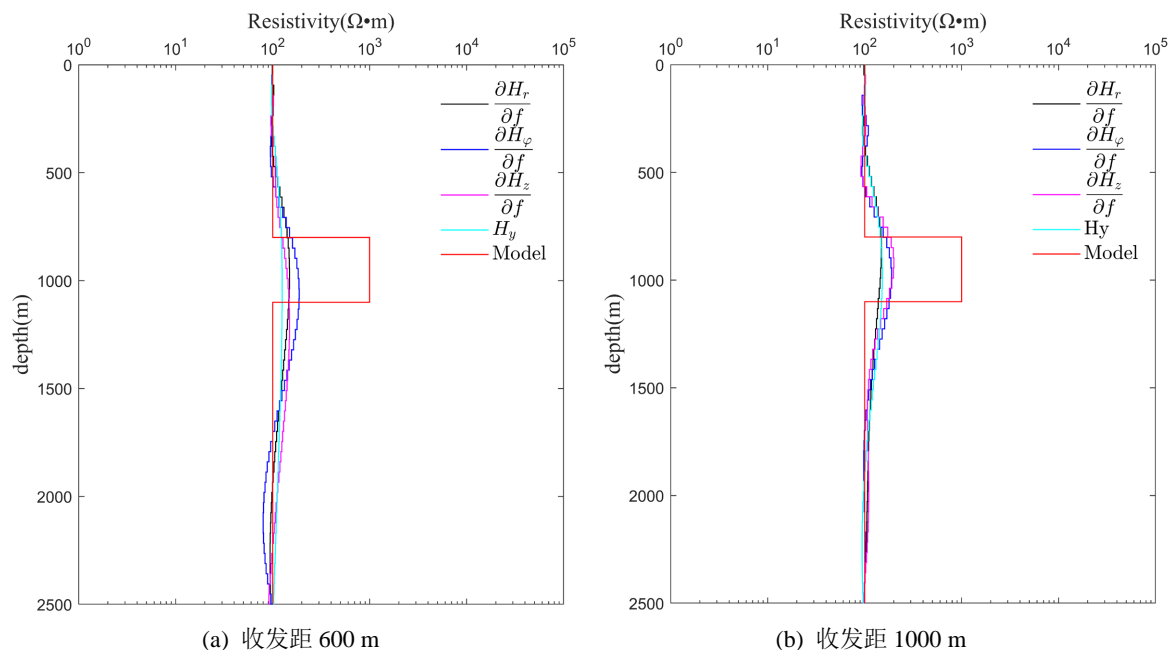


Figure 12. Comparison of one-dimensional inversion results of K-type models with different primary field elimination methods

图 12. 不同一次场消去方法 K 型模型一维反演结果对比

4. 结论

本文从理论公式分析出发，提出了对磁场求频率梯度这种新的一次场消去方法，并将其应用到一维 Occam 反演。设计了大量的经典层状模型，改变偏移距的大小，比较场值单分量反演结果和磁场频率梯度反演结果对真实模型的恢复效果。取得如下研究结论：

1) 三分量的磁场频率梯度具有近场源下准确反演出简单层状模型的独特效果，反演结果不会随着收发距而改变。反演曲线的尾端不会出现振荡现象，而是较为准确地逼近底层真实电阻率值。只需 400 米的偏移距便可准确反演出简单模型各层真实电阻率，但对深度的恢复效果要弱于电阻率。

2) 电磁场单分量反演结果受偏移距的影响很大，在偏移距较小时如 400 米条件下，这些分量无法对地下结构的变化做出任何反映，反演结果几乎是条直线。随着收发距的增大，反演曲线逐渐显示出一定的探测能力，但都无法在近场源条件下准确地恢复真实模型，反演曲线的尾端还出现明显的偏离真实模型电阻率的震荡性。

3) 磁场三分量的频率梯度反演结果对高阻埋深缺乏敏感，对复杂层状模型下高阻体无法还原到它的真实电阻率值。

参考文献

- [1] 李金铭. 地电场与电法勘探[M]. 北京: 地质出版社, 2005.
- [2] Burger, H.R., Sheehan, A.F. and Jones, C.H. (2023) Introduction to Applied Geophysics: Exploring the Shallow Sub-surface. Cambridge University Press.
- [3] Qiu, C., Liu, Y., Ren, X., et al. (2023) Controlled-Source Electromagnetic Modeling Using a Versatile Secondary Electric-Field Formulation and Efficient Multigrid-Based Preconditioner. *Journal of Applied Geophysics*, **214**, Article 105083.
- [4] 汤井田, 任政勇, 周聪, 等. 浅部频率域电磁勘探方法综述[J]. 地球物理学报, 2015, 58(8): 2681-2705.
- [5] 陈煌. 起伏地形下大地电磁三维自适应反演及应用[D]: [博士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2022.

- [6] 皇祥宇. 小感应数频率域电磁测深方法研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2022.
- [7] Tyagi, D.K., Sharma, A.K., Sehwat, R., *et al.* (2023) One-Dimensionl Inversion of Magnetotelluric Field Data by SIS and Occam's Inversion Technique: A Case Study from the Indian Himalaya. *Macromolecular Symposia*, **407**, Article 2100495. <https://doi.org/10.1002/masy.202100495>
- [8] Key, K. (2009) 1D Inversion of Multicomponent, Multifrequency Marine CSEM Data: Methodology and Synthetic Studies for Resolving Thin Resistive Layers. *Geophysics*, **74**, F9-F20. <https://doi.org/10.1190/1.3058434>
- [9] 陈卫营, 李海, 薛国强, 等. SOTEM 数据一维 OCCAM 反演及其应用于三维模型的效果[J]. 地球物理学报, 2017, 60(9): 3667-3676.
- [10] Yuan, C.W., Chen, H., Deng, J.Z., *et al.* (2023) Research on Magnetotelluric Three-Dimension Inversion Guided by One-Dimension Inversion Results. *Progress in Geophysics*, **38**, 2622-2632.
- [11] 汤井田, 何继善. 可控源音频大地电磁法及其应用[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2005.
- [12] Kaufman, A.A. and Keller, G.V. (1983) Frequency and Transient Sounding. Elsevier Methods in Geochemistry & Geophysics.
- [13] 童孝忠. 数学物理方程与特殊函数: 地球物理类[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2017.
- [14] 南京工学院数学教研组. 工程数学: 数学物理方程与特殊函数[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982.