

# 基于三角形网格频域有限元的Debye频散介质探地雷达数值模拟

刘洪瑞<sup>1</sup>, 刘瑞闫<sup>2</sup>

<sup>1</sup>桂林理工大学地球科学学院, 广西 桂林

<sup>2</sup>中南大学外国语学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2025年3月27日; 录用日期: 2025年5月16日; 发布日期: 2025年5月29日

## 摘要

通过数值模拟研究探地雷达(GPR)高频电磁波在频散介质规律, 对指导实测雷达资料的处理与解释具有重要意义。频率域数值模拟通过计算一系列频率的响应特征并利用傅里叶变换转换到时间域, 具有计算稳定, 精度高的优点, 而在GPR数值模拟中得到广泛应用。本文发展了基于三角形网格频率有限元法的Debye频散介质GPR数值模拟算法。从Debye频散介质模型满足的频率域电磁波动方程出发, 在复拉伸坐标系下通过合理构造合理辅助微分方程, 推导了完全匹配层(PML)边界条件的二阶电磁波方程。在此基础上, 利用Galerkin法推导频率域三角形网格的有限元方程。数值模拟的结果表明: 本文构建的PML边界条件可较好地吸收边界截断边界处的超强反射波; 相较于非频散介质, GPR高频电磁波Debye频散介质中传播时能量衰减更快, 子波持续时间更长, 传播速度和分辨率降低, 分析结果有利于GPR数据解释和反演。

## 关键词

探地雷达, 频率域有限元法, PML边界条件, 三角形网格剖分

# Numerical Simulation of Debye Dispersive Ground Penetrating Radar Based on Triangular Grid Frequency Domain Finite Element

Hongrui Liu<sup>1</sup>, Ruiyan Liu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Earth Sciences, Guilin University of Technology, Guilin Guangxi

<sup>2</sup>School of Foreign Languages, Central South University, Changsha Hunan

## Abstract

Numerical investigation into the propagation characteristics of high-frequency electromagnetic waves generated by GPR in dispersive media is of critical importance for guiding the processing and interpretation of field-measured radar data. Numerical simulation in the frequency domain, which computes electromagnetic response characteristics across discrete frequencies and transforms them into the time domain via Fourier transform, offers enhanced computational stability and high accuracy, thereby enabling its widespread application in GPR modeling. This study develops a GPR numerical simulation algorithm based on the frequency-domain finite element method with triangular meshes for Debye dispersive media. Starting from the frequency-domain electromagnetic wave equations governing the Debye dispersive medium model, the second-order electromagnetic wave equations with PML boundary conditions were systematically derived in the complex-stretched coordinate system through the appropriate construction of auxiliary differential equations. Building upon this foundation, the finite element equations for the frequency-domain triangular meshes were rigorously derived using the Galerkin method. The numerical simulation results demonstrate that the PML boundary conditions constructed in this study effectively absorb strong spurious reflections at truncated boundaries. Compared to non-dispersive media, high-frequency GPR electromagnetic waves propagating in Debye dispersive media exhibit faster energy attenuation, prolonged wavelet duration, and reduced propagation velocity and resolution. These analytical findings provide valuable insights for GPR data interpretation and inversion.

## Keywords

Ground Penetrating Radar (GPR), Frequency-Domain Finite Element Method, Perfectly Matched Layer (PML) Boundary Conditions, Triangular Meshing

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

探地雷达(GPR)作为一种高效的无损探测技术,已广泛应用于地质勘探、工程检测和考古研究等领域。然而,实际探测环境中,地下介质往往表现出频散特性,即介电常数随频率变化,这会导致电磁波传播速度的改变和波形的畸变,进而影响 GPR 探测的精度和分辨率[1]。

在频率域中,电位移矢量可以表示为电场强度和复介电常数的乘积,因此在频率域模拟 GPR 电磁波具有原理简单和易实现的优点,1900年,Pratt和Worthington[2]对频率域正演进行了深入研究。他们采用常规二阶差分法(5点有限差分格式)对声波方程进行离散化处理,构建了阻抗矩阵。得出结论,每个波长至少需要13个网格点,才能将相速度误差控制在1%以内。这项研究为频率域正演奠定了基础,但由于数值频散严重和计算量较大等问题,频率域正演并未得到广泛应用。Shin[3]提出了旋转9点差分格式,使得每个波长只需4个网格点即可达到1%的精度要求。这一改进极大地促进了频率域正演的发展。Shin[4]进一步将9点差分格式扩展到25点差分格式:将单个波长内的网格点减少到2.5个,进一步提高了模拟精度。在单频波场的求解中,LU分解约占用88%的运行时长,主要计算量集中在对阻抗矩阵的分解算法上面,2007年,吴国忱等率先开始关于频率域正演的模拟研究,并将并将25点最优化加权平均差

分算子成功运用到弹性波和各向异性介质中的高精度有限差分模拟研究中[4]; 随后, 任浩然等对吸收边界条件和大型稀疏矩阵存储技术进行了研究, 有效地减少了计算所需的存储量, 推动了频率域正演的发展[5]。

正演模拟中的边界条件研究已相对成熟。自 Berenger (1994) [6]提出完全匹配层(PML)吸收边界条件以来, PML 因其卓越的吸收性能成为电磁波模拟中最广泛使用的边界条件(Liu 等, 2019)。Chew 和 Weedon (1994) [7]通过引入复伸展坐标系, 将 PML 边界公式化, 为其数值模拟奠定了理论基础。近年来, PML 边界条件在声波和弹性波模拟中也得到了广泛应用。为进一步改善 PML 边界在某些介质中的不稳定性, Kuzuoğlu 和 Mittra (1996) [8]提出了复频移 PML (C-PML)边界条件。在此基础上, 学者们研究并实现了非分裂形式的 C-PML 边界, 显著增强了其简捷性和实用性。

本文研究的基于三角形网格频率有限元法的 Debye 频散介质 GPR 数值模拟算法相对于时间域的数值模拟来说, 有着自身的优势[9]。首先, 频率域相对于时间域的计算效率更高, 每个频率点的阻抗矩阵只需要计算一次, 加入后的计算可以极大地提升计算效率; 其次, 频率域的模拟是计算区域所有网格点上的全部频率点的解, 通过多次傅里叶变换得到模拟结果, 误差将分配到所有参与计算的每一个网格点上, 不会造成累积误差, 而时间域的结果有可能因为某一时间的结果计算错误而产生累积误差, 所以在频率域的数值模拟中, 可以考虑长时间的 GPR 电磁波数值模拟。

## 2. 三角形网格频率域有限元 Debye 频散介质 GPR 数值模拟方法

### 2.1. Debye 频散介质中电磁波动方程

根据电磁波传播理论, 假设目标体走向为  $y$  轴, 二维地电条件下的频率域 GPR 高频电磁波在地下介质中满足的电磁波方程为[10]

$$\left( \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \right) + k^2 E_y = 0 \quad (1)$$

式中,  $E$  为电场强度(V/m),  $k = \sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon - i \omega \mu \sigma}$  为电磁波波数,  $\varepsilon, \mu, \sigma$  为介质的介电常数(F/m)、磁导率(H/m)、和电导率(S/m)。

考虑电阻率的影响, 介质相对介电常数  $\varepsilon$  随频率变化的 Debye 频散模型可表示为[11]

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon^\infty + \frac{\sigma}{i\omega\varepsilon_0} + \frac{\varepsilon^0 - \varepsilon^\infty}{1 + i\omega\tau} \quad (2)$$

为吸收模型截断边界处的超强反射波, 我们采用各向异性完全匹配层(Uniaxial Perfectly Matched Layer, UPML)作用于模型边界处。假设复拉伸坐标下的坐标伸缩因子为  $S_x = S_x(x)$ 、 $S_z = S_z(z)$ 。根据 UPML 理论, 式(1)施加 UPML 边界条件后的方程可表示为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{S_z}{S_x} \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{S_x}{S_z} \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + S_x S_z k^2 E_y = 0 \quad (3)$$

其中  $S_x = 1 - i\sigma_x / \varepsilon_0 \omega$ ,  $S_z = 1 - i\sigma_z / \varepsilon_0 \omega$ ;  $\varepsilon_0$  为真空的介电常数;  $\sigma_x$  和  $\sigma_z$  的具体表达式如下所示:

$$\sigma_\xi = \sigma_{\xi, \max} \left( \frac{l}{d} \right)^m, \xi = x, z \quad (4)$$

其中  $\sigma_\xi$  是  $x$  和  $z$  方向上的 UPML 参数;  $d$  为 UPML 层厚度;  $l$  表示 UPML 区域内的计算点至 UPML 区域内边界的距离;  $\sigma_{\xi, \max}$  为最大损耗参数;  $m$  是 UPML 的指数参数, 通常在 3 和 4 之间, 一般取  $m = 4$ 。

$R$  表示法向入射目标的反射系数, 通常取  $R = e^{-10}$ , 最大损耗参数  $\sigma_{\xi, \max}$  表示为

$$\sigma_{\xi, \max} = -\frac{(m+1)\ln R}{2\eta_0 d \sqrt{\epsilon_r}} \quad (5)$$

其中,  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  为自由空间波阻抗。

令  $A = S_z/S_x$ ,  $B = S_x/S_z$ ,  $C = S_x/S_z$ ,  $\mu = E_y$ , 式(3)可写为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( A \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( B \frac{\partial u}{\partial z} \right) + Ck^2 u = 0 \quad (6)$$

## 2.2. 网格剖分与插值基函数

由 Galerkin 方法, 式(6)相应的弱解形式为

$$\int_{\Omega} \varphi \left[ - \left( A \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + B \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + Ck^2 \varphi u - \varphi q \right] d\Omega = \int_{\Gamma} \varphi \left( A \frac{\partial u}{\partial x} n_x + B \frac{\partial u}{\partial y} n_y \right) d\Gamma \quad (7)$$

其中,  $\varphi$  为权函数, 而由于计算边界为完美电导, 上式右端为 0, 因此式的弱解形式可简化为

$$\int_{\Omega} \varphi \left[ - \left( A \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + B \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + Ck^2 \varphi u - \varphi q \right] d\Omega = 0 \quad (8)$$

本文利用如图 1 所示的三角形单元进行模型的网格剖分, 其三个顶点按逆时针方向编号, 分别记为 1, 2, 3 对应的坐标分别为  $(x_1, z_1), (x_2, z_2), (x_3, z_3)$ , 其场值分为  $u_1, u_2, u_3$ , 其面积为  $\Delta$ 。

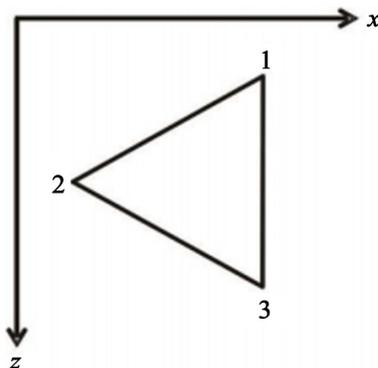


Figure 1. Schematic diagram of the triangular grid elements

图 1. 三角形网格单元示意图

三角形内某个点的场函数可表示为

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 \quad (9)$$

其中,  $N_1, N_2, N_3$  为形函数矩阵中的元素:

$$\begin{cases} N_1 = \frac{1}{2\Delta} (a_1 x + b_1 z + c_1) \\ N_2 = \frac{1}{2\Delta} (a_2 x + b_2 z + c_2) \\ N_3 = \frac{1}{2\Delta} (a_3 x + b_3 z + c_3) \end{cases} \quad (10)$$

单元质量矩阵  $M$  和单元刚度矩阵  $K$  的计算式如下:

$$\begin{cases} M = \iint_e NN^T dx dz \\ K = \frac{1}{\mu\epsilon} \iint_e \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \left( \frac{\partial N}{\partial x} \right)^T + \frac{\partial N}{\partial z} \left( \frac{\partial N}{\partial z} \right)^T \right] dx dz \end{cases} \quad (11)$$

计算区域划分单元后, 总体积分可以写成各个单元积分之和, 可表示为:

$$\sum_{e=1}^{N_e} \iint_{\Omega^e} \left[ - \left( A \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + B \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + Ck^2 \varphi u - \varphi q \right] d\Omega = 0 \quad (12)$$

再将单元场向量、激励源及单元系数矩阵扩展成整体矩阵, 有如下矩阵表达式:

$$-Ku + Mu = f \quad (13)$$

从而形成多源系统的线性方程组:

$$Au = f \quad (14)$$

式中,  $A = M - K$  是与频率相关的所有源共用的系数矩阵;  $f$  是离散化激励源项;  $u$  是对应节点的离散电场值。使用 LU 分解法求解线性方程组(14), LU 直接只对系数矩阵求逆一次就能同时获得所有源激励的解。

由于  $A$  与频率相关, 一个新的频率需要重新对  $A$  进行计算。  $u$  是二维网格节点离散电场值, 为了获得观测数据  $d_{cal}$ , 需要知道接收点对应的位置矩阵  $P$ , 因此测量数据与正演场值关系可表示为

$$d_{cal} = pu \quad (15)$$

### 3. 数值试验

#### 3.1. 均匀模型

为了测试本文构建的 Debye 频散介质 GPR 频率域有限元模拟的 PML 边界条件下的正确性和有效性, 建立一个均匀半空间介质下, 介质的类型是否为频散介质。

如图 2 为一个大小为  $1 \text{ m} \times 4 \text{ m}$  的狭长型均匀半空间模型, 模型内灰色部分为  $0.15 \text{ m}$  厚 PML 边界层, 计算区域被三角形网格剖分成 50,674 个单元, 三角形网格的最大边长为  $0.1 \text{ m}$ , 为保证时间迭代的稳定性, 时间步长取  $0.01 \text{ ns}$ , 非频散介质的相对介电常数为 4, 电导率为 0.0001, 频散介质的复相对介电常数为  $8+4i$ , 电导率为 0.0001, 发射源为  $500 \text{ Mhz}$  的雷克子波, 位置在左上角(0.175, 0.175), 如图中五角星所示, 三个接收点坐标为位置分别为(2.175, 0.175)、(2.175, 0.525)、(0.275, 0.825), 如图中黑色圆点所示。

使用基于 PML 边界条件下的 Debye 频散介质与非频散介质 GPR 频率域有限元法进行模拟, 计算后的  $10 \text{ ns}$ 、 $15 \text{ ns}$ 、 $25 \text{ ns}$  和  $35 \text{ ns}$  波场快照如图 3 所示。

由图 4 可知, 由于发射源靠近上侧和左侧边界的 PML 边界层, 常规 PML 边界对于低频反射波和掠射波的吸收不完全, 容易产生低频反射波和掠射波, 在左侧边界和上侧边界周围可以看到较为明显的低频反射波和掠射波, 如图 4(a)、图 4(b)、图 4(e)和图 4(f)的白色箭头所示; 随着传播距离和入射角的增加, 低频反射波的能量也随之增大, 由图 4(a)~(f)可知, 相同条件下, GPR 高频电磁波在非频散介质中的传播速度比在频散介质中的传播速度快, 并且如图 4(a)、图 4(b)、图 4(e)和图 4(h)中显示, PML 边界条件下, 低频反射波在频散介质中远距离偏移处产生的低频反射波能量更弱。

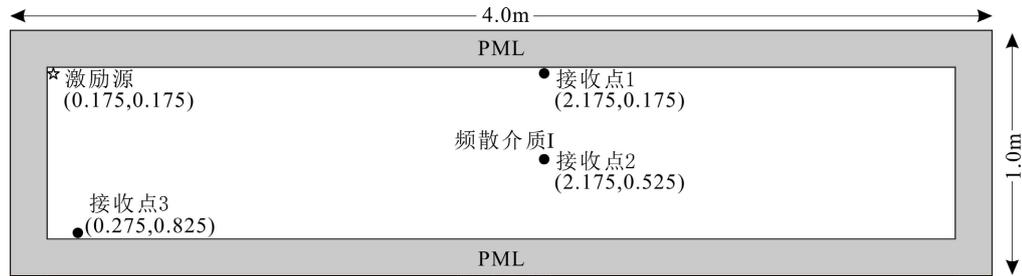


Figure 2. Narrow and uniform half-space model  
图 2. 狭长均匀半空间模型

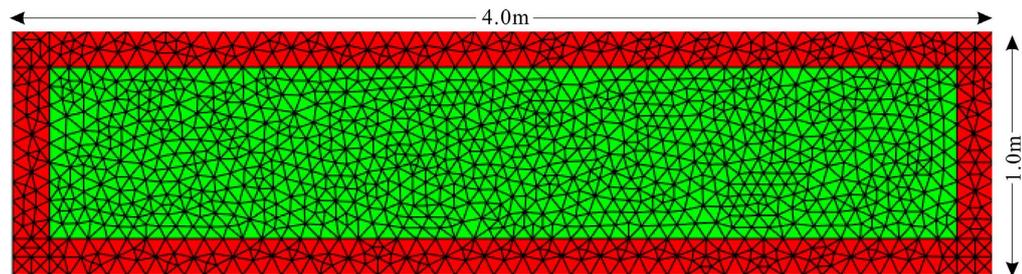


Figure 3. Schematic diagram of triangulation of the long and narrow model  
图 3. 狭长模型三角剖分示意图

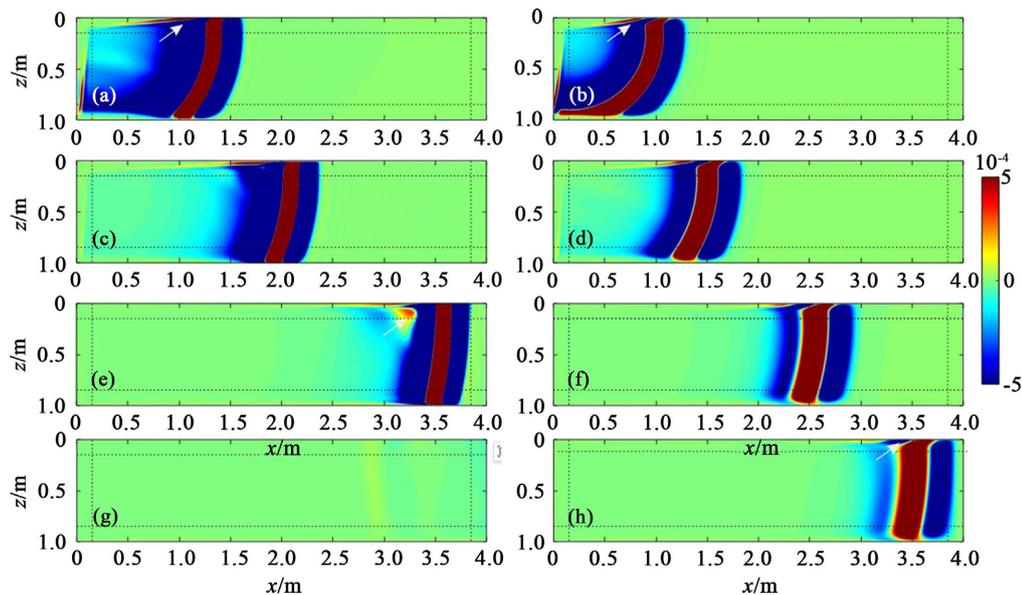
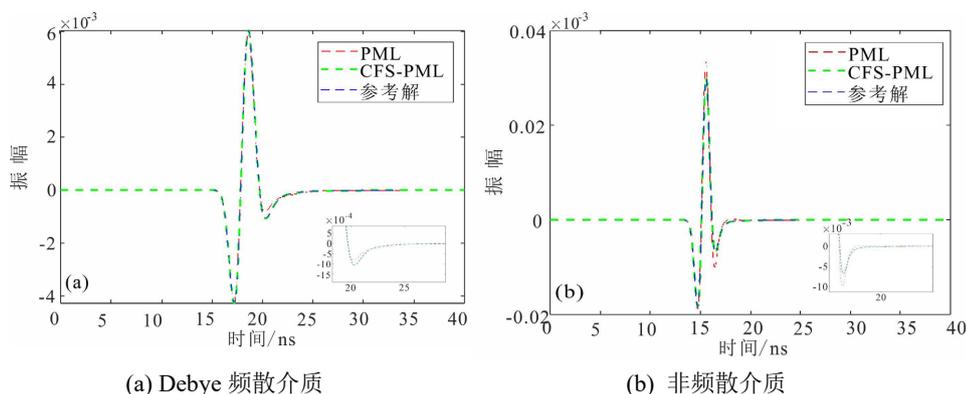


Figure 4. Snapshot diagram of the wave field at different times of the dispersive medium and the non-dispersive medium under the PML boundary conditions  
图 4. PML 边界条件下频散介质和非频散介质不同时刻的波场快照图

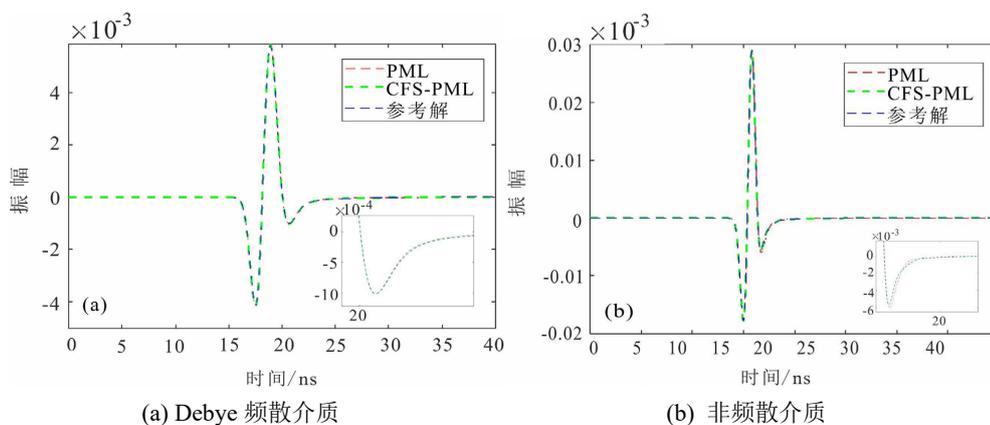
图 5 是接收点 1 所收到的 PML 和 CFS-PML 边界条件下的单道波形与参考解的对比图, 图 5 展示的是 Debye 频散介质的结果, 而图 5(b)呈现的是非频散介质的结果。参考解的获取方式为: 把模型的规模扩大至原来的 3 倍, 同时将发射源移至模型的中心位置, 在此过程中保持接收点与发射源的相对位置恒定不变。由于此时模型的尺寸足够大, 因而在观测范围所对应的时间窗内, 不会接收到源自边界的反射

波。从图 5 中可以看出, 在接收点 1 处, 基于 PML 边界条件所得到的单道波形, 无法与参考解实现良好的拟合, 存在着较大的误差。CFS-PML 边界条件的单道波形与参考解几乎完全拟合, 与参考解误差几乎为 0; 结果表明 CFS-PML 边界条件对掠射波与低频反射波效果强于 PML 边界条件, 与图 4 中得到的结果相互印证。



**Figure 5.** Comparison of single-channel waveform results received by receiving point 1  
**图 5.** 接收点 1 接收的单道波形结果对比图

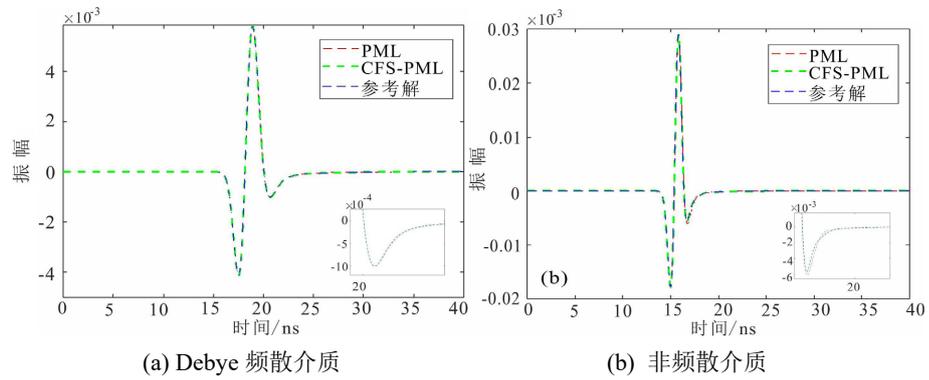
在接收点 2 和接收点 3 处, PM 边界条件下 L 和 CFS-PML 边界条件下的单道波形与参考解的对比如图 6 与图 7 所示, 接收点 2 与接收点 3 和发射源的相对位置导致其接受的信号为接近垂直入射波或小角度入射波, 在此条件下, Debye 频散介质和非频散介质在接收点 2 与接收点 3 处所接收的单道波形与参考解拟合程度都比较高, 误差几乎不见。由此可见, PML 边界条件与 CFS-PML 边界条件对垂直入射波以及小角度入射波的吸收效果差异不大, CFS-PML 边界条件并无明显优势。



**Figure 6.** Comparison of single-channel waveform results received by receiving point 2  
**图 6.** 接收点 2 接收的单道波形结果对比图

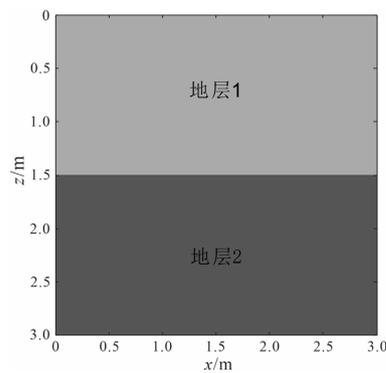
### 3.2. 均匀介质模型

为研究 GPR 高频电磁波在 Debye 频散介质中的传播规律, 构建了一个  $3.0 \text{ m} \times 3.0 \text{ m}$  的双层地电模型, 发射源采用  $500 \text{ MHz}$  的雷克子波, 位于模型左上角  $(0 \text{ m}, 0 \text{ m})$  处, 时间步长  $dt = 0.01 \text{ ns}$ , 采样点数  $N_r = 4000$ , 该模型地层 1 非频散介质的相对介电常数  $\epsilon = 3$ , 电导率  $\sigma = 0.001 \text{ s/m}$ ; 频散介质的复相对



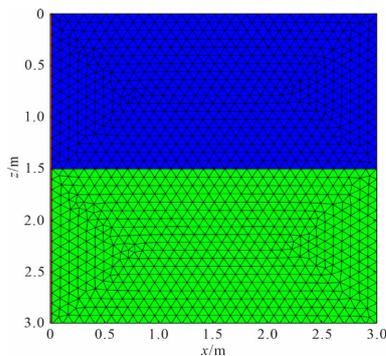
**Figure 7.** Comparison of single-channel waveform results received by receiving point 3  
**图 7.** 接收点 3 接收的单道波形结果对比图

介电常数  $\epsilon_r^0 = 5$ ,  $\epsilon_r^\infty = 3$ , 电导率  $\sigma = 0.001$  s/m, 弛豫时间  $\tau = 0.10$  ns。地层 2 非频散介质的相对介电常数  $\epsilon = 8$ , 电导率  $\sigma = 0.03$  s/m; 频散介质的复相对介电常数  $\epsilon_r^0 = 10$ ,  $\epsilon_r^\infty = 8$ , 电导率  $\sigma = 0.03$  s/m 分别使用非频散介质与 Debye 频散介质对模型进行 GPR 正演模拟(图 8)。

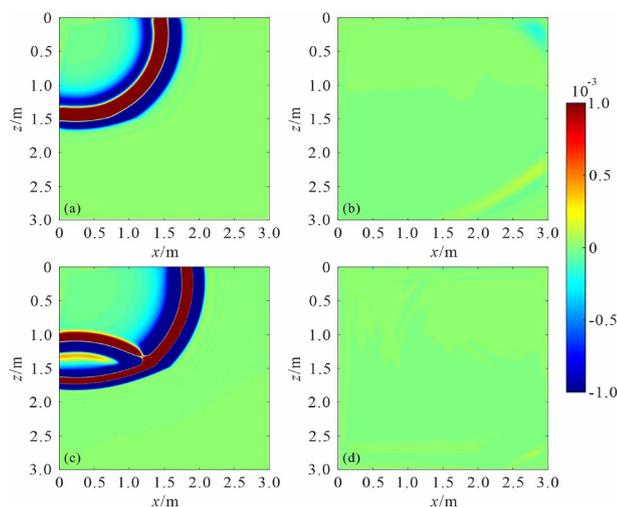


**Figure 8.** Schematic diagram of the double-layer geoelectric model  
**图 8.** 双层地电模型示意图

将图 9 所示双层地电模型示意图使用 Comsol 软件进行非结构化三角剖分, 剖分结果如图 9 所示。整个模型被 80,532 个节点剖分成 160,046 个三角形单元。(图 10)



**Figure 9.** Unstructured triangular meshing results of a double-layer geoelectric model  
**图 9.** 双层地电模型非结构化三角形网格剖分结果图

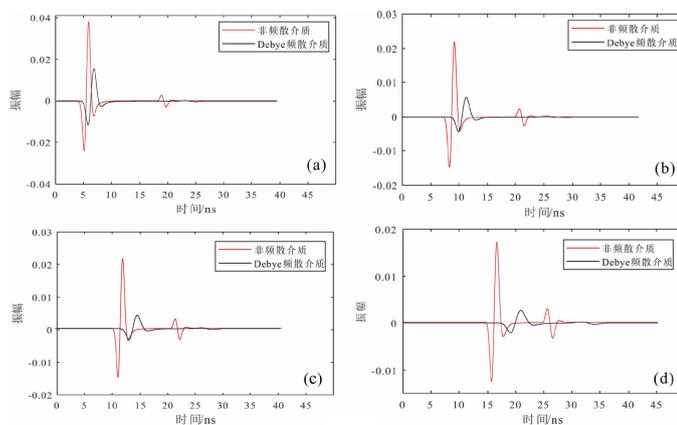


(a) 频散介质 13 ns; (b) 频散介质 35 ns; (c) 非频散介质 13 ns; (d) 非频散介质 35 ns。

**Figure 10.** Snapshot results of the Debye dispersive medium and non-dispersive medium of the double-layer geoelectric model

**图 10.** 双层地电模型 Debye 频散介质与非频散介质波场快照结果图

为探究 GPR 电磁波在不同介质中的传播特性, 在特定实验设置下进行了相关测试。把接收天线分别置于(0.5 m, 0 m)、(1.0 m, 0 m)、(1.5 m, 0 m)、(2.0 m, 0 m)这几个位置, 由此获取了偏移距依次为 0.5 m、1.0 m、1.5 m、2.0 m 的 GPR 电磁波时域单道波形对比图, 具体呈现于图 11。从该图能够清晰地观察到, 在偏移距一致的情形下, 相较于在非频散介质里传播, 电磁波于 Debye 频散介质中传播时所携带的能量更为微弱, 这一现象充分表明 GPR 电磁波在 Debye 频散介质传播过程中会出现强烈的衰减情况。进一步分析发现, 随着偏移距逐渐增大, GPR 电磁波在 Debye 频散介质中传播时的能量衰减愈发显著。这主要是因为偏移距越大, GPR 电磁波在 Debye 频散介质内所需传播的时长就越长, 进而致使 Debye 频散介质的频散效应愈发凸显, 此结论可通过对图 11(a)~(d)的对比得出。例如, 在收发天线偏移距达到 2.0 m 时, 接收天线接收到的 Debye 频散介质振幅能量大致仅为非频散介质振幅能量的五分之一, 这一情况在图 11(d)中清晰可见。



(a) 0.5 m; (b) 1.0 m; (c) 1.5 m; (d) 2.0 m。

**Figure 11.** Single-channel waveform of a receiving point with different offsets

**图 11.** 不同偏移距接收点单道波形图

### 3.3. 复杂模型

为了在复杂地质结构下验证结论的准确性和有效性, 故建立如图 12 所示的起伏界面模型。图 12 中, 上界面为非频散介质, 相对介电常数为 8, 电导率为 0.001; 下界面为频散介质 A, 相对介电常数为  $14+4i$ , 电导率为 0.01; 其余部分为异常体, 使用频散介质 B, 相对介电常数为  $32+4i$ , 电导率为 0.03。

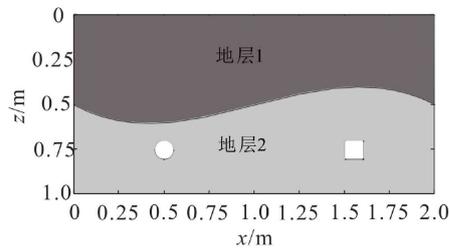


Figure 12. Schematic diagram of the undulating interface model

图 12. 起伏界面模型示意图

由图 13(a)和图 13(c)可知, 10 ns 时, 电磁波传播至起伏界面分界处, 此时, 频散介质刚刚接触起伏界面, 非频散介质与频散介质产生明显的波速差异, 非频散介质的波速要略大于频散介质的波速; 由图 13(b)和图 13(d)的黑色箭头所位置可见, 非频散介质中, 电磁波在传播至圆形空洞后产生绕射波, 但在频散介质中, 绕射波不明显。图 14 为 PML 边界条件下频散介质和非频散介质的多偏移距剖面, 可以明显看出起伏界面中, 频散介与非频散介质的波速差异约为 3 ns, 在图 14(b)黑色箭头处也可看到非频散介质所产生的绕射。

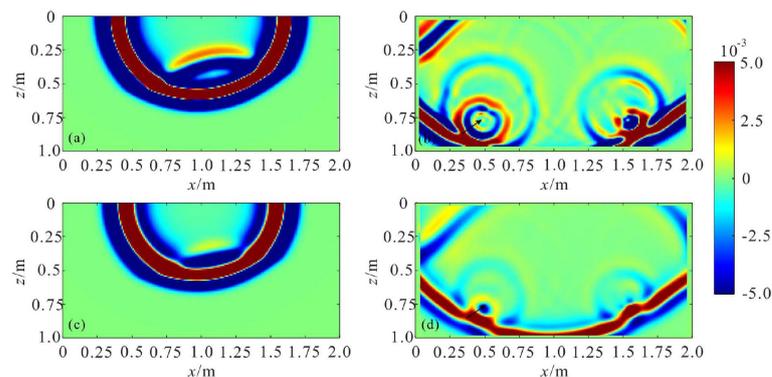
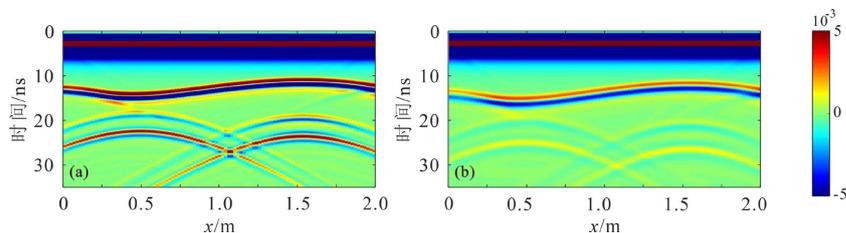


Figure 13. Snapshot of the wave field for 10 ns and 20 ns for dispersive and non-dispersive media under PML boundary conditions. (a), (b) are non-dispersive media, (c) and (d) are dispersive media

图 13. PML 边界条件下频散介质和非频散介质 10 ns 和 20 ns 的波场快照。 (a)、(b)为非频散介质, (c)、(d)为频散介质

## 4. 结论

为了实现 GPR 频率域数值模拟, 了解 GPR 高频电磁波在不同介质中的传播规律, 本文基于复拉伸坐标系下的 Debye 频散介质电磁波动方程, 结合常规 PML 偏微分边界条件, 推导了 Debye 介质的二阶矢量微分方程。利用 Galerkin 方法, 得到了时谐场的 PML 吸收边界的 Maxwell 方程, 并采用频域有限元法对 GPR 电磁波在频散介质中的传播进行了数值模拟。构造了三个不同的模型进行对比实验, 分别进行



**Figure 14.** Multi-Offset profiles of dispersive and non-dispersive media under PML boundary conditions. (a) is a non-dispersive medium and (b) is a dispersive medium

**图 14.** PML 边界条件下频散介质和非频散介质的多偏移距剖面。(a)为非频散介质, (b)为频散介质

了算法的验证、CFS-PML 边界条件的吸收效果分析、磁波在 Debye 频散介质中的传播规律研究、四边形网格剖分与非结构化三角形网格剖分的数值模拟精度对比。针对本文的研究, 所得到的结论如下:

在狭长模型的数值模拟中, 对比两种不同边界条件的吸收效果, 通过分析可得: 相比于 PML 边界条件, CFS-PML 边界条件对于大角度入射的电磁波产生的低频反射波吸收效果更好。

在双层地电模型中, 对于电磁波在非频散介质与 Debye 频散介质中传播的规律进行对比分析, 结果表明, 相较于非频散介质, 电磁波在 Debye 频散介质中的传播能量较低, 传播速度更慢。

构建复杂起伏界面模型, 通过不同时刻的波场快照以及多偏移 GPR 剖面图, 研究复杂介质中电磁波在非频散介质与 Debye 频散介质中传播的规律。非结构化三角形网格能够对目标区域进行自适应加密, 使计算聚焦于目标体或介电常数变化界面附近, 数值模拟精度更高, 效果更佳。

## 参考文献

- [1] 王洪华, 戴前伟. 频散介质中探地雷达有限元法正演模拟[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(3): 790-797.
- [2] Pratt, R.G. and Worthington, M.H. (1990) Inverse Theory Applied to Multi-Source Cross-Hole Tomography. *Geophysical Prospecting*, **38**, 287-310. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1990.tb01846.x>
- [3] Kim, Y., Min, D. and Shin, C. (2011) Frequency-Domain Reverse-Time Migration with Source Estimation. *GEOPHYSICS*, **76**, S41-S49. <https://doi.org/10.1190/1.3534831>
- [4] 王超群, 吴国忱, 杨凌云. 25 点 Laplace-Fourier 域二维标量波有限差分数值模拟方法[J/OL]. 地球物理学进展, 1-17. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2982.P.20250307.1755.016.html>, 2025-05-20.
- [5] 梁昊. 二维频率域声波方程正演模拟及其全波形反演研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 中国地质大学, 2016.
- [6] Zhou, X., Berenger, E., Shi, Y., et al. (2025) Chaperone-Mediated Autophagy Regulates the Metastatic State of Mesenchymal Tumors. *EMBO Molecular Medicine*, 1-28. Preprint.
- [7] Chew, W.C. and Weedon, W.H. (1994) A 3D Perfectly Matched Medium from Modified Maxwell's Equations with Stretched Coordinates. *Microwave and Optical Technology Letters*, **7**, 599-604. <https://doi.org/10.1002/mop.4650071304>
- [8] Jo, C.H., Shin, C. and Suh, J.H. (1996) An Optimal 9-Point, Finite-Difference, Frequency-Space, 2-D Scalar Wave Extrapolator. *GEOPHYSICS*, **61**, 529-537.
- [9] 张玉强, 葛德彪. 基于移位算子方法的通用介质 CFS-PML 实现[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(11): 2332-2335.
- [10] 戴前伟, 王洪华, 冯德山, 等. 基于三角形剖分的复杂 GPR 模型有限元法正演模拟[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(7): 2668-2673.
- [11] 李林茜, 魏兵, 杨谦, 等. 二维 DGTD 方法中 UPML 吸收边界的实现[J]. 西安电子科技大学学报, 2016, 43(6): 86-90.