

透水混凝土道路养护的无人机系统编队控制： 一种扩散方程方法

钱学明^{1,2*}, 张同林²

¹无锡科技职业学院物联网与人工智能学院, 江苏 无锡

²九竹物联网技术有限公司, 江苏 无锡

收稿日期: 2025年5月16日; 录用日期: 2025年7月7日; 发布日期: 2025年7月23日

摘要

本文研究一类透水混凝土道路养护中无人机系统的编队控制问题。基于扩散方程提出一种大规模无人机动态建模为连续体的新框架, 其通信拓扑是一个链式结构。针对具有边界扰动的无人机系统, 借助边界控制技术, 设计了领导者反馈控制律, 使无人机系统能够稳定地完成目标编队, 执行透水混凝土道路养护任务。利用Lyapunov泛函方法和边界控制策略, 我们可以得到无人机误差动态系统达到目标编队最终一致有界的充分条件。同时, 讨论无扰动情况下无人机系统的编队问题以及无领导者控制策略情况下无人机系统的群集行为。数值仿真表明了本文所提方法的有效性, 无人机群能够在动态环境中快速完成编队并高效完成透水混凝土道路的养护工作。

关键词

无人机系统, 透水混凝土道路养护, 扩散方程, 边界控制, 编队控制, 最终一致有界

Formation Control of Unmanned Aircraft System for Pervious Concrete Pavements Maintenance: A Diffusion Equation Approach

Xueming Qian^{1,2*}, Tonglin Zhang²

¹School of Internet of Things and Artificial Intelligence, Wuxi Vocational College of Science and Technology, Wuxi Jiangsu

²Jiuzhu Internet of Things Technology Company Limited, Wuxi Jiangsu

*通讯作者。

Received: May 16th, 2025; accepted: Jul. 7th, 2025; published: Jul. 23rd, 2025

Abstract

This paper studies the issue of formation control for a class of unmanned aircraft system (UAS) used for pervious concrete pavements maintenance. A new framework for large-scale UAS modeled as a continuum is proposed based on the diffusion equation, and its communication topology is a chain structure. For the UAS with boundary perturbation, a leader feedback control law is designed by using the boundary control technique to enable the UAS to stabilize the target formation and perform the pervious concrete pavements maintenance mission. By utilizing the Lyapunov direct method and the boundary control strategy, a sufficient condition is obtained for the unmanned aerial vehicle error dynamic system to reach the target formation uniformly ultimately bounded. Also, the formation issue of UAS without perturbation and the flocking behavior of UAS without leader control strategy are discussed. Numerical simulations demonstrate the effectiveness of the method proposed in this paper. The UAS can be deployed in dynamic environments to achieve formation rapidly and perform pervious concrete pavements maintenance efficiently.

Keywords

Unmanned Aircraft System, Pervious Concrete Pavements Maintenance, Diffusion Equation, Boundary Control, Formation Control, Uniformly Ultimately Bounded

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

透水混凝土道路[1]因其优异的透水性和环保特性被广泛应用于城市建设，但其养护需求对效率和精度提出了较高要求。传统人工养护方法耗时且成本高，而无人机系统以其高效、灵活和低成本的优势成为理想解决方案。通过编队控制，无人机系统可在透水混凝土道路上空协同完成大面积道路裂缝检测、养护剂喷洒等任务[2]，从而显著提升养护效率。

近年来，无人机系统的协同受到了广泛的关注，其核心是无人机群的一致性[3]-[5]。一般地，无人机系统的群集[6] [7]、编队[8] [9]以及跟踪[10] [11]等问题都可以转化为一致性问题来研究。众多方法被提出，用来解决无人机群的一致性，包括领导者 - 跟随者策略[12]、基于行为的控制方法[13]、虚拟结构方法[14]以及势场技术[15]。此外，文献[16]还讨论了多刚体在李群上达成一致性的几何结构。

无人机系统的模型则主要采用离散的多智能体系统。该系统的基础模型由 Reynolds 提出[17]，包含分离、对齐、凝聚三条启发式规则。多年来，研究者在此基础上又提出了一些额外的规则，如避障能力和多智能体系统的通信拓扑结构等。目前，关于无人机系统一致性问题的研究大多采用[17]提出的模型或是该模型的变体。

然而，这些模型本质上为离散粒子系统，难以描述大规模无人机系统的连续性和层级特性。研究表明，生物系统[18]和无人机编队中存在连续性，特别是在道路养护任务中，大量无人机需协同覆盖大面积道路，表现出连续体特性。而偏微分方程正是描述连续体模型的重要工具[19]。使用双曲型偏微分方程研究了多智能体在三维空间的编队[20]。则借助抛物型偏微分方程讨论了大规模移动传感器的编队问题。

本文基于扩散方程将无人机系统动态建模为连续体, 为无人机系统编队控制提供了新视角。在实际透水混凝土道路养护环境中, 领导者无人机常受到外界扰动的影响, 如风力、传感器噪声或通信延迟。这些扰动可能导致编队误差偏离期望状态, 影响任务精度。因此, 设计能够解决有界扰动的鲁棒控制策略成为研究的重点, 以确保无人机系统在扰动下仍能稳定地达到目标编队。

本文主要研究透水混凝土道路养护的无人机系统的编队控制问题。主要贡献包括: (1) 提出基于扩散方程的无人机系统模型, 适用于大规模编队; (2) 提出含边界扰动时, 无人机系统的边界控制策略; (3) 提出扩散方程模型下无人机系统编队控制算法; (4) 提出透水混凝土道路养护的无人机系统应用。

本文余下部分安排如下: 第二节介绍问题描述和系统模型; 第三节提出无人机编队控制算法; 第四节分析无人机误差动态系统的稳定性; 第五节通过数值仿真验证所提方法的有效性; 第六节总结与展望。

2. 问题描述与系统模型

本文提出一种新的描述大规模无人机系统的框架。利用扩散方程, 将无人机系统建模为在二维平面内执行透水混凝土道路养护任务的一个连续体模型。该无人机系统的动力学方程由以下一阶积分器刻画。

$$\frac{\partial z(k,t)}{\partial t} = v(k,t) \quad (1)$$

其中 $z(k,t) = [x(k,t), y(k,t)]^T \in \mathbb{R}^2$ 表示第 k 架的无人机在时刻 t 的位置。空间变量 $k \in [0,1]$ 为无人机在编队中的编号, 反映无人机系统主从结构的连续分布。在大规模无人机系统(1)中, $k=1$ 和 $k=0$ 分别表示领导者和末尾者, 而 $0 < k < 1$ 则表示追随者。 $v(k,t) = [v_x(k,t), v_y(k,t)]^T \in \mathbb{R}^2$ 表示第 k 架的无人机在时刻 t 的速度。控制输入 $v(k,t)$ 可以由下式决定:

$$v(k,t) = D \frac{\partial^2 z(k,t)}{\partial k^2} \quad (2)$$

其中扩散系数 $D = \text{diag}(d_x, d_y)$, d_x, d_y 均为大于 0 的正数。基于扩散项的速度输入意味着无人机系统中每架无人机都仅仅和与之近邻的无人机通信。无人机系统仅通过局部邻居信息实现协同运动。该无人机系统的通信拓扑是一个固定的链式结构。

无人机系统(1)的初始条件为

$$z(k,0) = z_0(k), \quad (3)$$

其中 $z(k,0) = [x(k,0), y(k,0)]^T$, $z_0(k) = [x_0(k), y_0(k)]^T$, 并具有混合边界条件

$$z(0,t) = [0,0]^T, \quad \frac{\partial z(1,t)}{\partial k} = u(t) + d(t), \quad (4)$$

其中 $u(t) = [u_x(t), u_y(t)]^T \in \mathbb{R}^2$ 为领导者的控制输入, $d(t) = [d_x(t), d_y(t)]^T \in \mathbb{R}^2$ 为有界扰动, 满足 $\|d(t)\| \leq d_{\max}$, $d_{\max} > 0$ 为已知常数。在道路养护中, $d(t)$ 表示环境因素的干扰, 如风力变化或路面异物等。

3. 编队控制策略

3.1. 控制目标

本文的目标是设计边界控制律 $u(t)$, 使主从无人机编队在有界扰动 $d(t)$ 下实现目标的编队。因此, 我们将面临两个重要的问题。一是在扩散项反馈下的无人机连续体模型能够实现何种形态的编队? 二是

如何设计边界控制策略使无人机系统稳定地实现目标编队?

首先, 考虑基于扩散项反馈的无人机连续体模型。

$$\frac{\partial z(k,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 z(k,t)}{\partial k^2}. \quad (5)$$

方程(5)的平衡方程是

$$\frac{d^2 \bar{z}(k)}{dk^2} = 0. \quad (6)$$

因此, 无人机可实现线性编队。

该方程决定了无人机系统的目 标编队形态。计算并解耦到垂直和水平方向, 目标编队可描述为

$$\begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{y}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ k \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中常数 a_1, a_2, a_3, a_4 是部署系数, 这些系数由用户选择以生成所需的编队。

在透水混凝土道路养护中, 目标编队用以适应道路形态, 确保裂缝检测和养护剂喷洒的覆盖效率。由(7)可知, 系统模型(5)的目标编队是线性形态的。如果遇到复杂道路形态, 可通过调整部署系数 $a_i, i=1,2,3,4$ 以适应道路转角, 用分段线性路径部署实现道路养护。

其次, 为了达到目标形态编队, 我们设计如下的领导者控制律:

$$u(t) = -Kz(1,t) + K\bar{z}(1) + \frac{d\bar{z}(1)}{dk}, \quad (8)$$

其中 $z(1,t) = [x(1,t), y(1,t)]^T$ 。

3.2. 控制策略设计

为了使无人机系统达到目标编队, 我们引入以下编队误差:

$$\varepsilon(k,t) = z(k,t) - \bar{z}(k), \quad (9)$$

其中 $\varepsilon(k,t) = [\varepsilon_x(k,t), \varepsilon_y(k,t)]^T$ 。

由系统模型(1)和边界条件(4), 可得误差动态系统为

$$\frac{\partial \varepsilon(k,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \varepsilon(k,t)}{\partial k^2}, \quad k \in [0,1], \quad t \geq 0. \quad (10)$$

初始条件为:

$$\varepsilon(k,0) = z_0(k) - \bar{z}(k). \quad (11)$$

并具有以下边界条件

$$\varepsilon(0,t) = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial \varepsilon(1,t)}{\partial k} = U(t) + d(t). \quad (12)$$

根据(5)、(6)和边界条件(8), 我们可以设计误差动态系统的边界控制律如下:

$$U(t) = -K\varepsilon(1,t). \quad (13)$$

基于上述控制执行流程, 我们可以给出无人机系统编队控制算法如下。

Algorithm 1 基于扩散方程的无人机系统编队控制算法

```

1:   输入: 道路养护任务需求 TASK, 初始位置  $z_0(k)$ , 控制增益  $K$ , 时间步长  $\Delta t$ , 扰动界  $d_{\max}$ 
2:   输出: 无人机编队状态  $z(k,t)$ 
3:   初始化:
4:     确定部署系数  $A = [a_1, a_2, a_3, a_4]$ , 生成期望编队  $\bar{z}(k)$ 
5:     离散化模型, 选择索引  $\{k_1, k_2, \dots, k_N\}$ , 初始化 STATE  $z(k,0) = z_0(k)$ 
6:     设置时间  $t = 0$ 
7:     while  $t \leq T$  do
8:       计算控制律:
9:         计算误差  $\varepsilon(1,t) = z(1,t) - \bar{z}(1)$ 
10:        计算领导者控制输入  $U(t) = -K\varepsilon(1,t)$ 
11:        更新边界条件:  $z(0,t) = [0, 0]^T$ ,  $\frac{\partial z(1,t)}{\partial k} = U(t) + d(t)$ , 其中  $\|d(t)\| \leq d_{\max}$ 
12:        更新状态:
13:          求解扩散方程(5), 更新 STATE  $z(k,t + \Delta t)$ 
14:        实时调整:
15:          根据 TASK (如裂缝检测区域), 动态调整  $K$ 
16:          更新时间  $t = t + \Delta t$ 
17:    end while
18:  返回  $z(k,t)$ 

```

4. 闭环系统的稳定性分析

为了研究误差动态系统的收敛问题, 我们引入以下定义和引理。

定义 1 无人机系统(1)在目标编队 $\bar{z}(k)$ 上最终一致有界, 如果存在常数 $b > 0$ 和 $T > 0$, 使得对于 $t \geq T$:

$$\|z(k,t) - \bar{z}(k)\| \leq b, \forall k \in [0,1].$$

定义 1 意味着无人机编队在有界扰动下能够以有限误差收敛到目标编队形状 $\bar{z}(k)$ 。

定义 2 无人机系统(1)在目标编队 $\bar{z}(k)$ 上全局指数稳定, 如果对每一个 $\mu > 0$, 存在常数 $M > 0$, 使得对于足够大的 T , $t \geq T$ 时, 有

$$\|z(k,t) - \bar{z}(k)\| \leq M e^{-\mu t}.$$

引理 1 [21] 设 $z \in W^{1,2}(a,b)$, $z(a) = 0$, 则:

$$\int_a^b z^2(\xi) d\xi \leq \frac{(b-a)^2}{2} \int_a^b \left(\frac{dz(\xi)}{d\xi} \right)^2 d\xi$$

引理 2 设 $V(t)$ 是定义在 $[0, +\infty)$ 上的非负函数, 且存在常数 $\alpha > 0$ 和 $\beta \geq 0$, 使得 $V(t)$ 满足:

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha V(t) + \beta, \forall t \geq 0.$$

则 $V(t)$ 最终一致有界, 且:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \frac{\beta}{\alpha}.$$

4.1. 误差动态系统的稳定性分析

定理 1 在控制律(13)下, 若以下不等式

$$\Phi = -DK + \frac{\eta}{2}D^2 < 0 \quad (14)$$

成立, 则无人机误差动态系统(10)最终一致有界, 即存在常数 $b > 0$, 使得

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}(k, t)\| \leq b, \forall k \in [0, 1].$$

证明: 为了证明误差动态系统的闭环稳定性, 构造以下 Lyapunov-Krasovskii 泛函。

$$V(t) = \frac{1}{2} \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) \boldsymbol{\varepsilon}(k, t) dk. \quad (15)$$

对系统(12), 计算 $V(t)$ 的时间导数:

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} &= \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(k, t)}{\partial t} dk = \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) D \frac{\partial^2 \boldsymbol{\varepsilon}(k, t)}{\partial k^2} dk \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) D \left. \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(k, t)}{\partial k} \right|_0^1 - \int_0^1 \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(k, t)}{\partial k} \right)^T D \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(k, t)}{\partial k} dk. \end{aligned} \quad (16)$$

由边界条件(12)及边界控制律(13), 并利用扰动的有界性, 代入(15)可得:

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} &\leq \boldsymbol{\varepsilon}^T(1, t) D(-K\boldsymbol{\varepsilon}(1, t) + \mathbf{d}(t)) - \int_0^1 \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(k, t)}{\partial k} \right)^T D \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(k, t)}{\partial k} dk \\ &\leq -\boldsymbol{\varepsilon}^T(1, t) DK\boldsymbol{\varepsilon}(1, t) + \boldsymbol{\varepsilon}^T(1, t) D\mathbf{d}(t) - 2 \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) D\boldsymbol{\varepsilon}(k, t) dk \\ &\leq -\boldsymbol{\varepsilon}^T(1, t) DK\boldsymbol{\varepsilon}(1, t) + \frac{\eta}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T(1, t) D^2 \boldsymbol{\varepsilon}(1, t) + \frac{1}{2\eta} d_{\max}^2 - 2 \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) D\boldsymbol{\varepsilon}(k, t) dk. \end{aligned}$$

于是,

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq \boldsymbol{\varepsilon}^T(1, t) \Phi \boldsymbol{\varepsilon}(1, t) + \frac{1}{2\eta} d_{\max}^2 - 2 \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) D\boldsymbol{\varepsilon}(k, t) dk, \quad (17)$$

其中 Φ 已在定理 1 中定义。

记 $\sigma = 4\lambda_{\min}(D)$, 则

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -\frac{\sigma}{2} \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) \boldsymbol{\varepsilon}(k, t) dk + \frac{1}{2\eta} d_{\max}^2 = -\sigma V(t) + \frac{d_{\max}^2}{2\eta}. \quad (18)$$

于是, 求解后可得

$$V(t) \leq V(0) e^{-\sigma t} + \frac{d_{\max}^2}{2\eta\sigma} (1 - e^{-\sigma t}). \quad (19)$$

当 $t \rightarrow \infty$,

$$V(t) \leq \frac{d_{\max}^2}{2\eta\sigma}. \quad (20)$$

因此,

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}(k, t)\| = \sqrt{2V(t)} \leq \sqrt{\frac{d_{\max}^2}{\eta\sigma}}. \quad (21)$$

令 $b = \frac{d_{\max}}{\sqrt{\eta\sigma}}$, 则对于足够大的 T , $t \geq T$ 时:

$$\|z(k, t) - \bar{z}(k)\| = \|\boldsymbol{\varepsilon}(k, t)\| \leq b$$

根据定义 2, 误差动态系统(10)在控制律(14)下最终一致有界。

换言之, 若满足定理 1, 则无人机系统(1)在目标编队 $\bar{z}(k)$ 上最终一致有界。

4.2. 几种特殊情形的分析

在定理 1 中我们考虑了有界扰动对无人机实现目标编队的影响。以下, 我们可以进一步讨论定理 1 的几种特殊情况。

首先, 当忽略有界扰动, 即 $\mathbf{d}(t) = \mathbf{0}$ 时, 误差动态系统的边界条件可重新写为

$$\boldsymbol{\varepsilon}(0, t) = \mathbf{0}, \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(1, t)}{\partial k} = \mathbf{U}(t). \quad (22)$$

借助定理 1 的讨论, 我们不难得到以下推论 1。

推论 1 在控制律(13)下, 若满足边界条件(22), 则误差动态系统(10)全局指数稳定。

证明: 构造 Lyapunov 泛函(15), 当 $\mathbf{d}(t) = \mathbf{0}$, 由定理 1 的推导可知

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -\boldsymbol{\varepsilon}^T(1, t) D K \boldsymbol{\varepsilon}(1, t) - 2 \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) D \boldsymbol{\varepsilon}(k, t) dk. \quad (23)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -\sigma V(t), \quad (24)$$

其中 $\sigma = 4\lambda_{\min}(D)$ 。

整理、计算可得,

$$V(t) \leq V(0) e^{-\sigma t}. \quad (25)$$

于是,

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}(k, t)\| \leq \sqrt{2V(0)} e^{-\frac{\sigma}{2}t}. \quad (26)$$

根据定义 2, 误差动态系统(10)全局指数稳定。

换言之, 若满足推论 1, 则无人机系统(1)全局指数稳定收敛到目标编队 $\bar{z}(k) = \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{y}(k) \end{bmatrix}$ 上。

进一步, 当我们对无边界扰动的误差动态系统不加控制的情况下, 即 $\mathbf{d}(t) = \mathbf{0}$ 且 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{0}$, 误差动态系统的边界条件可重新写为

$$\boldsymbol{\varepsilon}(0, t) = \mathbf{0}, \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(1, t)}{\partial k} = \mathbf{0}. \quad (27)$$

此时, 无人机系统(1)对应的目标为 $\bar{z}(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。

借助推论 1 的讨论, 我们不难得到以下推论 2。

推论 2 当 $\mathbf{d}(t) = \mathbf{0}$ 且 $\mathbf{u}(t) = \mathbf{0}$ 时, 若满足边界条件(27), 则误差动态系统(10)全局指数稳定且收敛于

原点。

证明: 构造 Lyapunov 泛函(15), 当 $d(t)=\mathbf{0}$ 且 $u(t)=\mathbf{0}$ 时, 根据边界条件(27), 结合定理 1 的推导可得

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -2 \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^T(k, t) D\boldsymbol{\varepsilon}(k, t) dk. \quad (28)$$

根据(28), 借助推论 1 的证明过程可知

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}(k, t)\| \leq \sqrt{2V(0)} e^{-\frac{\sigma}{2}t}.$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|\boldsymbol{\varepsilon}(k, t)\| \rightarrow 0$ 。即 $z(k, t) \rightarrow 0$ 。此时, 无人机系统(1)快速群集于原点。

5. 数值仿真

本节通过数值仿真验证所提出方法的有效性。考虑 10 架无人机执行透水混凝土道路的养护任务。无人机群的初始位置服从高斯分布 $N(0, 1)$ 。领导者无人机利用边界控制律(13)引导无人机群。

场景 1: 风力扰动下的编队。

考虑反馈增益 $K = \text{diag}(5, 8)$, 时间区间为 $[0, 40]$ 。风力扰动为 $d(t) = [0.1 \sin(2\pi t), 0.05 \sin(2\pi t)]^T$, 表示沿道路横向和纵向的风力, 幅度分别为 0.1 和 0.05 m/s^2 。图 1 展示了 10 架无人机在扰动下形成线型编队, 误差最终收敛到常数, 说明本文方法具有鲁棒性。图 1 左侧是扩散模型下无人机系统编队的三维视角, 图 1 右侧是无人机系统在平面内实现目标编队的轨迹形态。

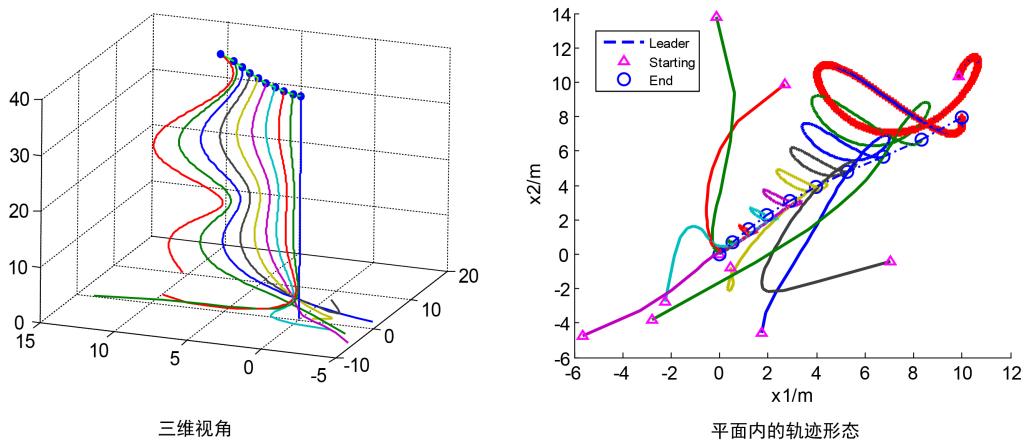


Figure 1. Trajectory patterns of UAS formation under bounded perturbation
图 1. 有界扰动下无人机系统编队的轨迹形态

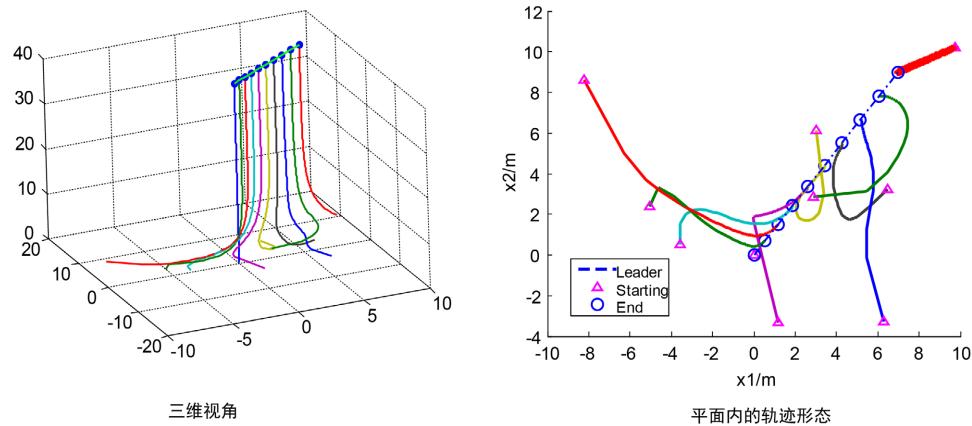
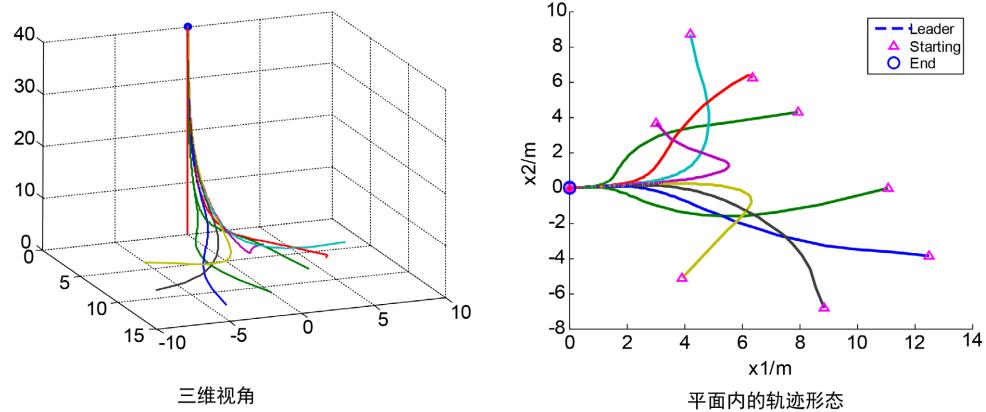
场景 2: 无扰动下的编队。

设 $d(t)=\mathbf{0}$, 其它参数同场景 1。图 2 显示无人机群在短时间内即形成目标编队。无人机误差指数稳定地快速收敛到 0。

场景 3: 无扰动且系统满足边界条件(27)的一致性。

设置 $d(t)=\mathbf{0}$ 且 $u(t)=\mathbf{0}$ 。图 3 显示无人机系统收敛到原点, 无法实现编队。此时, 无人机群向原点群集。

仿真结果表明, 所提方法在透水混凝土道路养护任务中能够高效地实现无人机编队, 执行透水混凝土道路养护任务。

**Figure 2.** Trajectory patterns of UAS formation without perturbation**图2.** 无扰动下无人机系统编队的轨迹形态**Figure 3.** Flocking Behavior of UAS**图3.** 无人机系统的群集行为

6. 结论

本文研究了透水混凝土道路养护中无人机系统的编队控制问题。基于扩散方程提出了一种大规模无人机动态建模为连续体的新框架, 为城市绿色基础设施的智能化养护提供了有效解决方案。该框架中通信拓扑为一链式结构。在边界含有界扰动的情形下, 借助边界控制技术, 设计了领导者反馈控制律, 使无人机系统能够稳定地实现目标编队, 执行透水混凝土道路的养护工作。本文利用 Lyapunov 直接法, 结合边界控制策略, 可以得到无人机动态误差系统最终一致有界地充分条件。同时, 讨论了无边界扰动情况下无人机系统的编队问题以及无领导者控制策略情况下无人机系统的群集行为。数值仿真进一步验证了本文所提方法的有效性和鲁棒性, 对于道路裂缝检测和养护剂喷洒等任务具有良好的应用前景。与传统离散模型相比, 本文提出的连续体建模框架能够更准确地捕获无人机编队的连续动态特性, 适应动态风场和路面异物等养护环境挑战。

未来还可以进一步探索非线性 PDE 模型以刻画更复杂的无人机动态, 考虑动态拓扑或多领导者策略以适应多样化透水混凝土道路的养护任务。

基金项目

本研究得到了江苏省科技副总项目(2023)、江苏高校“青蓝工程”项目(中青年学术带头人(2022))、

无锡市科协软科学研究课题(编号: KX-24-B39)的资助和支持。

参考文献

- [1] Kevern, J.T. (2011) Operation and Maintenance of Pervious Concrete Pavements. *Transportation Research Board Annual Meetings*, Washington, 23-27 January 2011, 23-27.
- [2] Feitosa, I., Santos, B. and Almeida, P.G. (2024) Pavement Inspection in Transport Infrastructures Using Unmanned Aerial Vehicles (UAVs). *Sustainability*, **16**, Article 2207. <https://doi.org/10.3390/su16052207>
- [3] Lizzio, F.F., Capello, E. and Guglieri, G. (2021) A Review of Consensus-Based Multi-Agent UAV Applications. 2021 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Athens, 15-18 June 2021, 1548-1557. <https://doi.org/10.1109/icuas51884.2021.9476858>
- [4] Lizzio, F.F., Capello, E. and Guglieri, G. (2022) A Review of Consensus-Based Multi-Agent UAV Implementations. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, **106**, Article No. 43. <https://doi.org/10.1007/s10846-022-01743-9>
- [5] Restrepo, E., Loria, A., Sarras, I. and Marzat, J. (2023) Robust Consensus of High-Order Systems under Output Constraints: Application to Rendezvous of Underactuated UAVs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **68**, 329-342. <https://doi.org/10.1109/tac.2022.3144107>
- [6] Timis, D.D. and Dulf, E.H. (2024) Unmanned Aerial Vehicles: State of the Art on Swarm Control. *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, **26**, 69-80. <https://doi.org/10.61416/ceai.v26i4.9270>
- [7] Tahir, A., Böling, J., Haghbayan, M., Toivonen, H.T. and Plosila, J. (2019) Swarms of Unmanned Aerial Vehicles—A Survey. *Journal of Industrial Information Integration*, **16**, Article 100106. <https://doi.org/10.1016/j.jii.2019.100106>
- [8] Gupta, S.G., Ghonge, M. and Jawandhiya, P.M. (2013) Review of Unmanned Aircraft System (UAS). *SSRN Electronic Journal*, **2**, 1646-1658. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3451039>
- [9] Zhang, Y. and Mehrjerdi, H. (2013) A Survey on Multiple Unmanned Vehicles Formation Control and Coordination: Normal and Fault Situations. 2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Atlanta, 28-31 May 2013, 1087-1096. <https://doi.org/10.1109/icuas.2013.6564798>
- [10] Jafari, M., Xu, H. and Garcia Carrillo, L.R. (2018) A Neurobiologically-Inspired Intelligent Trajectory Tracking Control for Unmanned Aircraft Systems with Uncertain System Dynamics and Disturbance. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, **41**, 417-432. <https://doi.org/10.1177/0142331218763007>
- [11] Ren, W. and Beard, R.W. (2004) Trajectory Tracking for Unmanned Air Vehicles with Velocity and Heading Rate Constraints. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **12**, 706-716. <https://doi.org/10.1109/tcst.2004.826956>
- [12] Ma, C., Li, T. and Zhang, J. (2010) Consensus Control for Leader-Following Multi-Agent Systems with Measurement Noises. *Journal of Systems Science and Complexity*, **23**, 35-49. <https://doi.org/10.1007/s11424-010-9273-4>
- [13] Mataric, M.J. (2001) Learning in Behavior-Based Multi-Robot Systems: Policies, Models, and Other Agents. *Cognitive Systems Research*, **2**, 81-93. [https://doi.org/10.1016/s1389-0417\(01\)00017-1](https://doi.org/10.1016/s1389-0417(01)00017-1)
- [14] Ren, W. and Beard, R.W. (2003) A Decentralized Scheme for Spacecraft Formation Flying via the Virtual Structure Approach. *Proceedings of the American Control Conference*, Denver, 4-6 June 2003, 1746-1751.
- [15] Yang, Z., Zhang, Q. and Chen, Z. (2010) Flocking of Multi-Agents with Nonlinear Inner-Coupling Functions. *Nonlinear Dynamics*, **60**, 255-264. <https://doi.org/10.1007/s11071-009-9593-x>
- [16] Dong, R. and Geng, Z. (2014) Consensus for Formation Control of Multi-Agent Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **25**, 2481-2501. <https://doi.org/10.1002/rnc.3220>
- [17] Reynolds, C.W. (1987) Flocks, Herds and Schools: A Distributed Behavioral Model. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, **21**, 25-34. <https://doi.org/10.1145/37402.37406>
- [18] Attanasi, A., Cavagna, A., Del Castello, L., Giardina, I., Grigera, T.S., Jelić, A., et al. (2014) Information Transfer and Behavioural Inertia in Starling Flocks. *Nature Physics*, **10**, 691-696. <https://doi.org/10.1038/nphys3035>
- [19] Qi, J., Vazquez, R. and Krstic, M. (2015) Multi-Agent Deployment in 3-D via PDE Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **60**, 891-906. <https://doi.org/10.1109/tac.2014.2361197>
- [20] Qian, X. and Cui, B. (2022) Formation Control of Large-Scale Mobile Sensor Networks Based on Semilinear Parabolic System. *The Journal of Engineering*, **2023**, e12215. <https://doi.org/10.1049/tje2.12215>
- [21] Fridman, E. and Orlov, Y. (2009) An LMI Approach To ∞ Boundary Control of Semilinear Parabolic and Hyperbolic Systems. *Automatica*, **45**, 2060-2066. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.04.026>