

基于优化策略的三角直觉模糊信息融合模型及其在高维多属性决策中的应用

牛梦莹¹, 邱骏达^{1,2*}, 李川安¹, 沈烁男¹, 孙琳雅¹, 彭思远¹

¹江苏理工学院计算机工程学院, 江苏 常州

²东南大学电气工程学院, 江苏 南京

收稿日期: 2025年10月16日; 录用日期: 2025年11月7日; 发布日期: 2025年11月17日

摘要

为应对高维模糊决策中信息融合与空间建模的难题, 本文提出了一种将三角直觉模糊数(TIFNs)与植物生长模拟算法(PGSA)相结合的新型方法。首先, 将专家评价映射为高维空间点, 实现模糊信息的结构化表示; 随后, PGSA在点云中执行动态全局搜索, 以确定最优聚合点, 从而实现异构模糊数据的智能融合。实验结果表明, 在加权汉明距离、相关性、信息能量及相关系数等多个评价指标上, 该方法均优于主流方法。研究为高维模糊决策的智能化求解与理论拓展提供了一条新的技术路径。本文所述“高维”主要指属性维度 ≥ 5 的多属性决策问题, 文中实验以五维空间建模为例进行验证。

关键词

多属性决策, 三角直觉模糊数, 植物生长模拟算法, 高维模糊环境

A Triangular Intuitionistic Fuzzy Information Fusion Model Based on Optimization Strategies and Its Application in High-Dimensional Multi-Attribute Decision Making

Mengying Niu¹, Junda Qiu^{1,2*}, Chuanan Li¹, Shuonan Shen¹, Linya Sun¹, Siyuan Peng¹

¹College of Computer Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou Jiangsu

²School of Electrical Engineering, Southeast University, Nanjing Jiangsu

*通讯作者。

文章引用: 牛梦莹, 邱骏达, 李川安, 沈烁男, 孙琳雅, 彭思远. 基于优化策略的三角直觉模糊信息融合模型及其在高维多属性决策中的应用[J]. 人工智能与机器人研究, 2025, 14(6): 1453-1466. DOI: 10.12677/airr.2025.146136

Abstract

To address the challenges of information fusion and spatial modeling in high-dimensional fuzzy decision-making, this paper proposes a novel method that combines Triangular Intuitionistic Fuzzy Numbers (TIFNs) with the Plant Growth Simulation Algorithm (PGSA). First, expert evaluations are mapped to points in high-dimensional space, achieving a structured representation of fuzzy information. Subsequently, PGSA performs dynamic global search in the point cloud to determine the optimal aggregation point, thereby enabling intelligent fusion of heterogeneous fuzzy data. Experimental results show that this method outperforms mainstream approaches across multiple evaluation metrics, including weighted Hamming distance, correlation, information energy, and correlation coefficient. This research provides a new technical path for intelligent solutions and theoretical expansion in high-dimensional fuzzy decision-making. The term “high-dimensional” in this paper primarily refers to multi-attribute decision-making problems with attribute dimensions ≥ 5 , and the experiments in this study are verified using five-dimensional space modeling as an example.

Keywords

Multi-Attribute Decision Making, Triangular Intuitionistic Fuzzy Numbers, Plant Growth Simulation Algorithm, High-Dimensional Fuzzy Environment

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 介绍

多属性决策(MADM)是决策科学与人工智能领域的重要研究方向,在工程管理等实际场景中具有广泛应用。由于决策对象往往涉及多属性、高维度且复杂的评价信息,决策数据普遍存在不确定性、模糊性与异质性,如何在高维环境下实现科学稳健的信息融合成为亟待解决的问题[1]。

针对决策信息中的模糊性与不确定性,学者提出了多种表示与融合模型。模糊集及其扩展形式(如直觉模糊集、三角直觉模糊数 TIFN 等)能够有效刻画模糊特征,广泛应用于 MADM 中[2]。然而,传统加权聚合算子在高维复杂环境下难以充分保留属性间的结构信息,易受极值干扰,引发信息丢失或决策偏差。为此,部分研究引入基于几何距离或空间投影的高维聚合方法,以提升决策结果的稳健性,但仍难实现全局最优聚合[3]。

在此背景下,智能优化算法(如模拟退火、粒子群优化等)被应用于多属性信息融合,显示出较强的全局搜索能力与模型适应性[4]。然而,目前针对高维模糊空间的最优聚合方法仍不完善,如何在表达异质信息的同时保证聚合的最优性与稳定性仍是关键问题[5]。

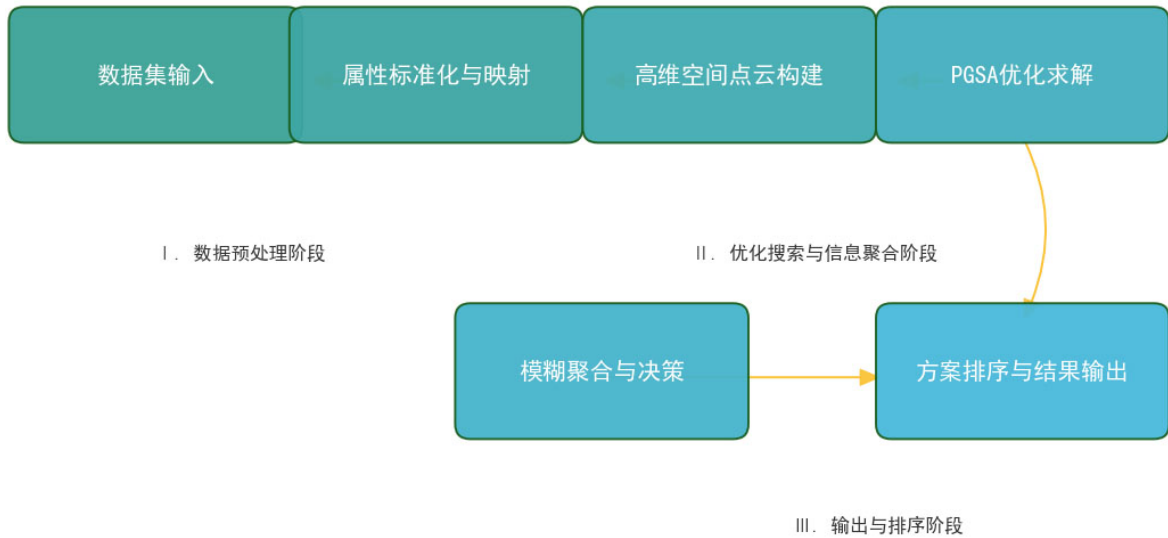
为此,本文提出一种融合三角直觉模糊数(TIFN)与植物生长模拟算法(PGSA)的高维多属性决策模型。该模型将 TIFN 评价映射为高维空间点云,并利用 PGSA 进行全局搜索以确定最优聚合点,实现高效稳健的信息融合。通过数值实验与案例验证,本文从汉明距离、相关性与信息能量等维度评估了方法的聚合性能与应用价值。

本文提出了基于 TIFN 与 PGSA 融合的高维多属性聚合框架,构建了属性点云建模与性能指标体系,

并通过实验验证其稳健性与优越性。

本文的结构安排如下：(二) 回顾理论基础与研究进展；(三) 阐述基本概念；(四) 详细介绍 PGSA-TIFN 聚合模型及算法实现；(五) 实验设计与对比分析；(六) 总结。研究流程如图 1：

PGSA三角直觉模糊信息融合模型总体框架



注：流程从左至右依次为数据输入、特征映射与PGSA优化求解，最终完成模糊信息融合与方案排序。
配色与图2 - 图3一致，蓝绿色代表生长过程，金黄色代表趋光性最优方向。

Figure 1. Overview of the research process

图 1. 研究流程总览

2. 相关工作

近年来，随着决策问题复杂性的提升，多属性决策(MADM)在工程管理、金融投资与环境治理等领域得到广泛应用。面对高维、多源与模糊特征的数据，研究者不断探索更高效的建模与聚合方法。现有研究多集中于模糊信息融合或智能优化的单一方向，而本文融合了模糊数建模与智能优化算法，实现了信息结构化聚合，处于二者的交叉领域。

Li [6]提出个性化语义学习模型以提升主观建模能力，但在高维异质模糊数据的整体建模上仍存在不足。Zhu [7]与 Akram [8]等人结合模糊理论与后悔机制增强了灵活性，Sun [9]则利用降维与可视化技术改善了决策可解释性。

与上述方法不同，本文提出的融合三角直觉模糊数(TIFN)与植物生长模拟算法(PGSA)的高维聚合模型，兼具全局搜索能力与属性结构保持能力，能够在多源异质数据下实现稳健聚合。该方法为高维多属性决策的智能化与自动优化提供了新的思路与理论支撑。

3. 技术背景

本节介绍本文方法的核心理论基础，包括三角直觉模糊数(TIFN)、最优集结点及植物生长模拟算法(PGSA)。首先阐述 TIFN 的定义与运算规则，为模糊信息量化提供理论支撑；其次说明最优集结点的数学定义及其在高维模糊聚合中的作用；最后介绍 PGSA 的仿生优化原理与全局搜索机制，为模型构建与实验提供方法基础。

3.1. 三角直觉模糊数的概念及其基本运算

与传统精确数值相比,三角直觉模糊数(TIFN)能更灵活地刻画决策中的不确定性与犹豫性。TIFN 通过最大化隶属度与最小化非隶属度,有效反映主观判断的模糊区间。近年来, TIFN 被广泛应用于复杂环境下的性能评估与信息融合。本文采用 TIFN 表征评价信息,以提升模型在模糊环境下的适应性。其基本定义与运算性质如下:

定义 1. 设集合 R 为实数集, TIFN 是其上的一种特殊直觉模糊集, 其隶属度函数与非隶属度函数分别定义为:

$$u_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{x-\underline{a}}{\underline{a}-\underline{a}} u_{\tilde{a}}, & \underline{a} \leq x < a, \\ u_{\tilde{a}}, & x = a, \\ \frac{\bar{a}-x}{\bar{a}-a} u_{\tilde{a}}, & a < x \leq \bar{a}, \\ 0, & x < \underline{a} \text{ or } x > \bar{a} \end{cases} \quad (1)$$

和

$$v_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{a-x+v_{\tilde{a}}(x-\underline{a})}{a-\underline{a}}, & \underline{a} \leq x < a, \\ v_{\tilde{a}}, & x = a, \\ \frac{x-a+v_{\tilde{a}}(\bar{a}-x)}{\bar{a}-a}, & a < x \leq \bar{a}, \\ 1, & x < a \text{ or } x > \bar{a} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $u_{\tilde{a}}$ 表示最大隶属度, $v_{\tilde{a}}$ 表示最小非隶属度, 且满足: $0 \leq u_{\tilde{a}} \leq 1$, $0 \leq v_{\tilde{a}} \leq 1$ 和 $0 \leq \omega_{\tilde{a}} + u_{\tilde{a}} \leq 1$ 。

$\pi_{\tilde{a}}(x) = 1 - u_{\tilde{a}} - v_{\tilde{a}}$ 。该约束确保了元素 x 在集合 $\tilde{a}$ 中的直觉模糊指数合理性。

定义 2. 设 $\tilde{a} = ((\underline{a}, a, \bar{a}); u_{\tilde{a}}, v_{\tilde{a}})$ 和 $\tilde{b} = ((\underline{b}, b, \bar{b}); u_{\tilde{b}}, v_{\tilde{b}})$ 为两个 TIFN, β 为实数, 则其运算规则定义为:

$$\tilde{a} + \tilde{b} = ((\underline{a} + \underline{b}, a + b, \bar{a} + \bar{b}); \min(u_{\tilde{a}}, u_{\tilde{b}}), \max(v_{\tilde{a}}, v_{\tilde{b}})); \quad (3)$$

$$\tilde{a} - \tilde{b} = ((\underline{a} - \underline{b}, a - b, \bar{a} - \bar{b}); \min(u_{\tilde{a}}, u_{\tilde{b}}), \max(v_{\tilde{a}}, v_{\tilde{b}})); \quad (4)$$

$$\beta \tilde{a} = \begin{cases} ((\beta \underline{a}, \beta a, \beta \bar{a}); u_{\tilde{a}}, v_{\tilde{a}}), & \beta \geq 0 \\ ((\beta \bar{a}, \beta a, \beta \underline{a}); u_{\tilde{a}}, v_{\tilde{a}}), & \beta < 0 \end{cases} \quad (5)$$

3.2. 最优集结点

本文通过数学映射,将模糊数据集表示为平面或高维空间中的点、区域或区域族。为了实现多源模糊信息的有效聚合,本文提出了一种策略,即通过在几何空间中搜索最优集结点或最优集结区域顶点,将离散模糊信息汇聚为全局最优的代表点。

定义 3. 设平面闭合区域内存在点集 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\} (n \geq 3)$ 其中包含 n 个带有距离权重的点, 包含距离权重 $P_i(a_i, b_i)$, 权重范围 $\xi_i \in [0, 1]$, 集合满足 $\sum_{i=1}^n \xi_i = 1$ 若存在一点 $P^*(a^*, b^*)$, 使得该点到点集中 P 所有点的加权距离和最小

$$D_{P^*} = \min \sum_{i=1}^n \left(\xi_i \sqrt{(a^* - a_i)^2 + (b^* - b_i)^2} \right) \quad (6)$$

则称该点 $P^*(a^*, b^*)$ 为点集 P 所在平面上的最优集结点。其示意图如图 2 所示。

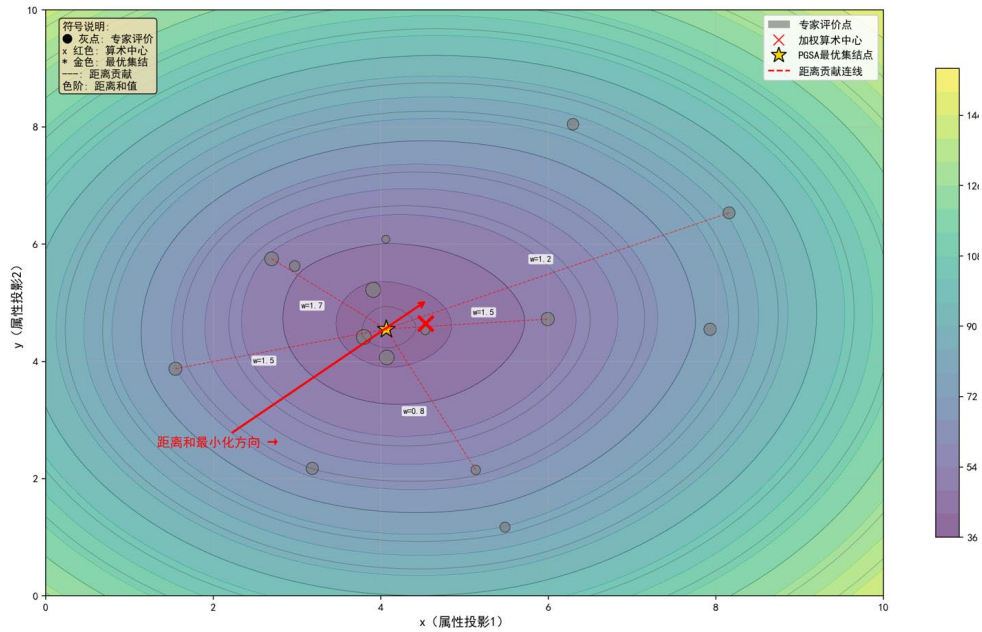


Figure 2. Optimal plane assembly point
图 2. 最优平面集结点

定义 4. 设点集 $Q = \{Q^1, Q^2, \dots, Q^m\} (m \geq 3)$ 在 n 维空间的闭域中且带权重, 点 $Q^i (a_1^i, a_2^i, \dots, a_n^i)$ 带权重 $\zeta^i \in [0, 1]$, 并且 $\sum_{i=1}^m \zeta^i = 1$ 。若存在一点 $Q^* (a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$ 到 Q 中所有点的加权距离之和 D_{Q^*} 最小, 即:

$$D_{Q^*} = \min \sum_{i=1}^n \left(\zeta_i \sqrt{(a_1^* - a_1^i)^2 + (a_2^* - a_2^i)^2 + \dots + (a_n^* - a_n^i)^2} \right) \quad (7)$$

则称点 $Q^* (a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$ 为点集 Q 内的空间最优集点。

因此, 在五维空间中存在 $n (n \geq 3)$ 个带权点, 其对应的正权重为 $\xi_i \in [0, 1] (1 \leq i \leq n)$ 且 $\sum_{i=1}^n \xi_i = 1$ 若存在一点 P^* 其到其他给定点的欧几里得距离满足以下条件:

$$\begin{aligned} D &= \min |P^* P_i| \\ &= \min \sum_{i=1}^n \sqrt{\sum_{k=1}^5 (x_k^* - a_{i,k})^2} \end{aligned} \quad (8)$$

则该点 P^* 可定义为五维空间中的最优集结点

在本文的多属性决策问题中, 方案对应的五个属性值共同构成其五维坐标, 从而能够在高维空间中准确表达方案的特征。对于同一方案, 由不同专家或评价主体给出的五维属性数据共同形成一个点集, 全面反映该方案在各属性维度下的性能表现与认知分布。

3.3. 植物生长模拟算法(PGSA)

植物生长模拟算法(PGSA) [10]是一种源于植物趋光与分枝行为的智能优化方法, 由李同于 2005 年提出。该算法以植物生长过程中的分枝、趋光与资源整合机制为启发, 将优化问题的解空间类比为生长环境, 目标函数视为光源, 引导“植物个体”不断朝最优方向进化。

PGSA 通过分枝扩展与多路径搜索实现全局探索与局部优化的平衡, 并借助竞争与自适应机制提高

搜索多样性与全局收敛能力，能有效避免陷入局部极值。该算法特别适用于高维、多峰与非线性优化问题。

近年来，PGSA 已广泛应用于网络优化、设施选址、路径规划及多属性决策等领域，在处理大规模与不确定性问题时表现出较强的稳定性与适应性。其基本原理如图 3 所示：

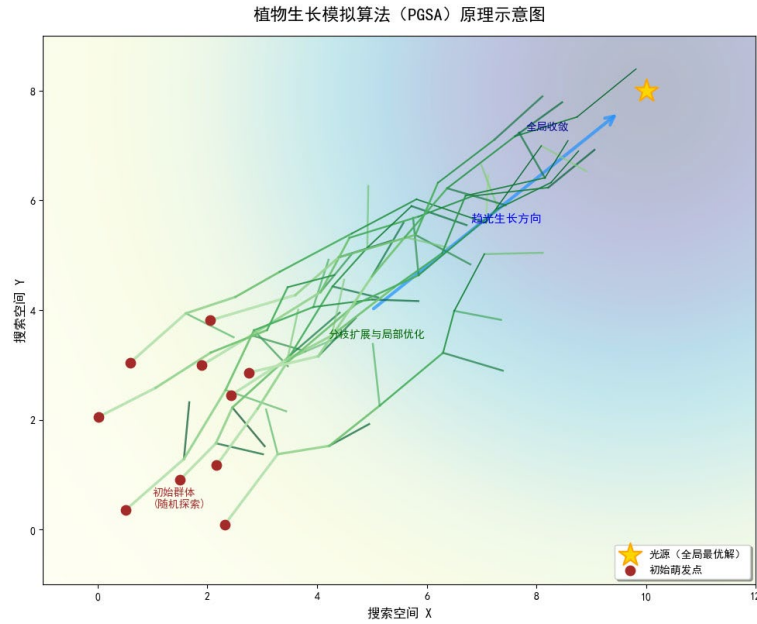


Figure 3. Schematic diagram of the PGSA principle
图 3. PGSA 原理示意图

在 PGSA 中，优化问题的解空间被视为植物的生长区域，而问题的全局最优解对应于植物所趋向的“光源”。植物通过在称为萌芽点的位置生长来逐步靠近光源，每个萌芽点都具有一定的形态素浓度，以刻画其萌发概率。

设主干长度为 M ，其上存在 T 个萌芽点： $S_M = (S_{M1}, S_{M2}, \dots, S_{MT})$ ，各萌芽点的形态素浓度记为： $p_M = (p_{M1}, p_{M2}, \dots, p_{MT})$ 。类似地，单元分枝长度为 m ，其上存在 r 个萌芽点： $s_m = (s_{m1}, s_{m2}, \dots, s_{mr})$ 。其形态素浓度为： $p_m = (p_{m1}, p_{m2}, \dots, p_{mr})$ 。主干与分枝上萌芽点的形态素浓度分别按下列公式计算：

$$p_{Mi} = \frac{f(x_0) - f(S_{Mi})}{\sum_{i=1}^T (f(x_0) - f(S_{Mi})) + \sum_{j=1}^r (f(x_0) - f(S_{mj}))} \quad (i=1, 2, 3, \dots, T) \quad (9)$$

$$p_{mj} = \frac{f(x_0) - f(S_{mi})}{\sum_{i=1}^T (f(x_0) - f(S_{Mi})) + \sum_{j=1}^r (f(x_0) - f(S_{mj}))} \quad (j=1, 2, 3, \dots, r) \quad (10)$$

所有萌芽点处的形态素浓度满足：

$$\sum_{i=1}^K p_{Mi} + \sum_{j=1}^q p_{mj} = 1 \quad (11)$$

茎与枝共包含 $K+1$ 萌芽点，记为 $(x_1, x_2, \dots, x_{K+1})$ ，各萌芽点的形态素浓度由公式(9)与(10)计算得出，分别为 $(p_1, p_2, \dots, p_{K+1})$ 。据算法的随机性机制，在区间 $[0, 1]$ 内生成一个随机数，用于确定下一生长阶段

的新萌发点(如图 4 所示)。

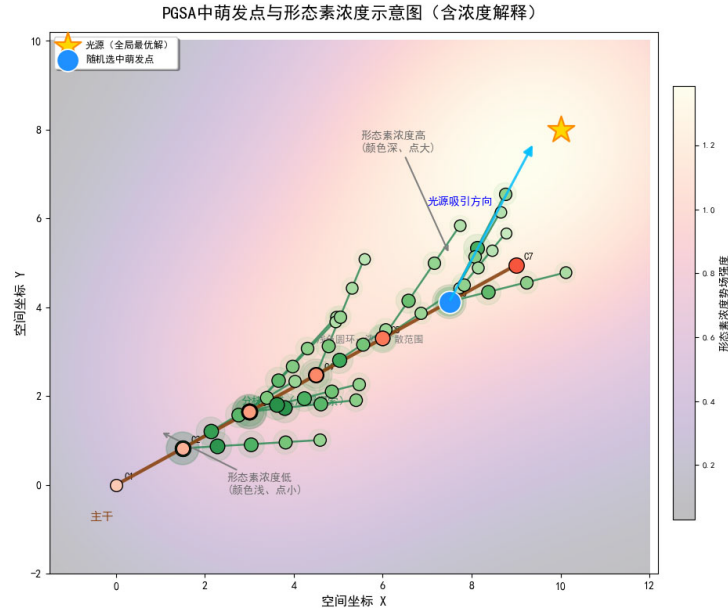


Figure 4. Schematic diagram of germination points and morphogen concentration in PGSA
图 4. PGSA 中萌发点与形态素浓度示意图

4. 关键方法

4.1. 专家偏好聚合过程

4.1.1. A 聚合思路

为准确描述群决策过程中专家对各评估方案多属性的认知偏好,本研究采用三角直觉模糊数(TIFN)作为基础信息表达工具。三角直觉模糊数由一个三角模糊函数及相应的隶属度与非隶属度组成,具体形式如下:

$$\tilde{a}_{ij} = (\langle l_{ij}, m_{ij}, u_{ij} \rangle; \mu_{ij}, \nu_{ij}) \quad (12)$$

其中, l_{ij}, m_{ij}, u_{ij} 分别表示专家对第 j 个评估方案在第 j 个属性上评价值的下界、中值和上界; μ_{ij} and ν_{ij} 分别表示正隶属度和负隶属度,满足约束条件: $0 \leq \mu_{ij} + \nu_{ij} \leq 1$ 。

据此,可构建包含专家偏好的模糊矩阵: $R = [\tilde{a}_{ij}]_{m \times q}$, 构造的模糊矩阵如下所示:

$$R = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \cdots & \tilde{a}_{1q} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \cdots & \tilde{a}_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{m1} & \tilde{a}_{m2} & \cdots & \tilde{a}_{mq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\langle l_{11}, m_{11}, u_{11} \rangle; \mu_{11}, \nu_{11}) & (\langle l_{12}, m_{12}, u_{12} \rangle; \mu_{12}, \nu_{12}) & \cdots & (\langle l_{1q}, m_{1q}, u_{1q} \rangle; \mu_{1q}, \nu_{1q}) \\ (\langle l_{21}, m_{21}, u_{21} \rangle; \mu_{21}, \nu_{21}) & (\langle l_{22}, m_{22}, u_{22} \rangle; \mu_{22}, \nu_{22}) & \cdots & (\langle l_{2q}, m_{2q}, u_{2q} \rangle; \mu_{2q}, \nu_{2q}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\langle l_{m1}, m_{m1}, u_{m1} \rangle; \mu_{m1}, \nu_{m1}) & (\langle l_{m2}, m_{m2}, u_{m2} \rangle; \mu_{m2}, \nu_{m2}) & \cdots & (\langle l_{mq}, m_{mq}, u_{mq} \rangle; \mu_{mq}, \nu_{mq}) \end{pmatrix}$$

其中, m 表示评估方案的数量, q 表示属性的维度。

为更有效整合多属性决策过程中专家的模糊评价信息, 本文将专家偏好矩阵中每一项三角直觉模糊数(TIFN)视为五维空间中的一个坐标点, 并将其投影至高维几何空间进行处理。在实验中, 每个 $\tilde{a}_{ij} = (\langle l, m, u \rangle; \mu, \nu)$ 被当作一个五维坐标 (l, m, u, μ, ν) , 从而将模糊语义信息转化为易于计算的几何结构形式。该映射技术确保了原始模糊数的隶属度、非隶属度及模糊区间等关键特征得以完整传递, 并为后续的空间建模与优化处理创造条件。

采用该方法后, 同一方案在各属性上的评分可统一映射至五维空间中的多个点, 从而构建一个包含所有专家评价的点集。在此基础上, 本文采用 PGSA 优化算法在该点集中寻找最优聚合点, 将其作为代表群体意见的综合偏好点。聚合完成后, 可形成聚合矩阵 $[\dot{D}]$, 其形式如下:

$$[\dot{D}] = \begin{pmatrix} (\langle \dot{l}_{11}, \dot{m}_{11}, \dot{u}_{11} \rangle; \dot{\mu}_{11}, \dot{\nu}_{11}) \\ (\langle \dot{l}_{21}, \dot{m}_{21}, \dot{u}_{21} \rangle; \dot{\mu}_{21}, \dot{\nu}_{21}) \\ \vdots \\ (\langle \dot{l}_{m1}, \dot{m}_{m1}, \dot{u}_{m1} \rangle; \dot{\mu}_{m1}, \dot{\nu}_{m1}) \end{pmatrix}$$

4.1.2. 基于 PGSA 的核心聚合步骤

为实现专家模糊评价信息的全局最优聚合, 本文采用模拟植物生长算法(PGSA)在高维空间中搜索最优聚合点集, 具体步骤如下:

Step 1 高维专家评价数据建模与映射: 将多属性决策过程中所有专家的模糊评价数据统一映射至高维几何空间。对于某一评估方案 A_i , 其评价意见由 q 个属性下的三角直觉模糊数(TIFN)表示。每个三角直觉模糊数可表示为: $(a_k, b_k, c_k, \mu_k, \nu_k)$, 因此, 所有专家的评价数据可构成一个五维空间点集 Q :

$$Q = \{q_k = (a_k, b_k, c_k, \mu_k, \nu_k) | k = 1, 2, \dots, N\} \quad (13)$$

其中: $N = m \times q$, 每个 q_k 代表五维空间中的一个专家评价点。

Step 2 初始生长点与步长设置: 在高维空间中, 以点集 Q 的加权算术中心作为初始生长点 G_0 , 其坐标表示为: $G_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N q_k$, 并设置初始步长 l_0 , 为后续生长方向的空间探索提供基础。

Step 3 在每轮迭代中, PGSA 基于形态素浓度动态生成并筛选生长点, 实现全局搜索与局部优化的平衡。以当前生长点 G_t 为中心, 以步长 l_t , 在空间中生成 L 个萌发点。每个萌发点 $S_{t,j}$ 的位置由下式给出:

$$S_{t,j} = G_t + l_t \cdot d_j, j = 1, 2, \dots, L \quad (14)$$

对于每个萌发点 $S_{t,j}$, 其适应度函数定义为该点到专家评价点集 Q 的加权欧几里得距离之和:

$$f(S_{t,j}) = \sum_{k=1}^N \omega_k \|S_{t,j} - q_k\|_2 \quad (15)$$

其中 ω_k 为第 k 个属性的权重, $\|S_{t,j} - q_k\|_2$ 表示五维欧几里得距离:

$$\|S_{t,j} - q_k\|_2 = \sqrt{\sum_{p=1}^5 (S_{t,j}^{(p)} - q_k^{(p)})^2} \quad (16)$$

根据所有萌发点的形态素浓度 $C_{t,j}$ 构建概率分布, 采用等效随机抽样方法确定新一代生长点 G_{t+1} 。即在区间 $[0, 1]$ 内生成随机数 r , 并选择满足条件, $\sum_{h=1}^{j-1} C_{t,h} < r \leq \sum_{h=1}^j C_{t,h}$, 的萌发点 $S_{t,j}$ 作为 G_{t+1} 。重复步骤,

模拟植物的“向光性”生长，推进最优聚合点的搜索过程。

Step 4 收敛准则与最优集点确定：当步长 l_t 收敛至阈值 ε ，或适应度变化量满足连续 K 次迭代中 $|f(G_{t+1}) - f(G_t)| < \delta$ 时，视为已收敛至最优聚合点 G^* 。

Step 5 聚合输出与后续处理：重复上述过程，可为所有方案与属性形成聚合矩阵：

$$[\dot{D}] = [G_{ij}^*], i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, q \quad (17)$$

其中 G_{ij}^* 为第 i 个方案在第 j 个属性下的最优聚合点，作为多属性群决策的综合聚合结果，为后续评分与排序提供基础数据。

4.2. 方案排序

在多属性群决策中，专家评价信息经过聚合后，每个方案最终可由一个三角直觉模糊数(TIFN)表示。具体地，方案 A_i 的综合评价结果可表示为： $\tilde{A}_i = ((a_i, b_i, c_i); \mu_i, \nu_i)$ 。其中 (a_i, b_i, c_i) 分别为三角模糊数的下界、中值和上界； μ_i 为隶属度， ν_i 非隶属度，且满足 $0 \leq \mu_i + \nu_i \leq 1$ 。

为实现不同方案之间的定量比较，需将三角直觉模糊数转化为可排序的实数值。为此，文献中通常采用得分函数(Score Function)，其基本思想是综合考虑模糊数的“中心位置”及其隶属与非隶属信息。常用的得分函数定义如下：

$$S(\tilde{A}_i) = \frac{a_i + 2b_i + c_i}{4} \cdot \mu_i - \frac{a_i + 2b_i + c_i}{4} \cdot \nu_i \quad (18)$$

其中 $\frac{a_i + 2b_i + c_i}{4}$ 表示三角模糊数的重心，即对模糊评价区间的整体刻画； μ_i 和 ν_i 分别调节其正负贡献，以综合反映评价的模糊性与直觉性。

若多个方案经得分函数计算后结果相同，可进一步采用精确函数(Accuracy Function)进行精细区分。精确函数通常定义为：

$$H(\tilde{A}_i) = \mu_i - \nu_i \quad (19)$$

其物理意义为方案隶属与非隶属程度之差，该值越大，表示对该方案的确定性越高。

最终，将所有方案按得分值 $S(\tilde{A}_i)$ 降序排列，得分高者优先。若存在得分相同的方案，则比较其精确函数 $H(\tilde{A}_i)$ ，取值较大者优先。

5. 实例说明与对比研究

5.1. 实例说明

本部分实验数据取自 Lu [11]的研究，部分具体数据如表 1 所示。

Table 1. Decision matrix

表 1. 决策矩阵

	A_1	A_2	A_3	A_4
C11	((5.6, 6, 7.5); 0.7, 0.1)	((6.4, 7.5, 8.2); 0.8, 0.1)	((8, 8.6, 9.4); 0.6, 0.2)	((5.5, 6.5, 7.4); 0.8, 0.1)
C12	((5.2, 6.2, 7.6); 0.6, 0.3)	((6.1, 7.3, 8.4); 0.6, 0.4)	((5.6, 7.6, 8.5); 0.7, 0.2)	((6.5, 7.6, 8.4); 0.5, 0.3)
C13	((5.6, 7.5, 8.3); 0.5, 0.4)	((5.8, 6.8, 8.6); 0.5, 0.4)	((6.8, 7.5, 8.5); 0.8, 0.1)	((6.8, 7.5, 8.6); 0.6, 0.3)
C14	((5.4, 6.7, 7.8); 0.8, 0.1)	((6, 7.8, 8.8); 0.7, 0.2)	((8, 8.5, 9.2); 0.7, 0.1)	((7.2, 8.3, 9.4); 0.7, 0.2)
C15	((6.5, 7.2, 8.5); 0.6, 0.3)	((7, 8.2, 9); 0.7, 0.1)	((8.2, 8.8, 9.6); 0.6, 0.3)	((6.3, 7.7, 8.6); 0.6, 0.3)
C21	((6.8, 7.5, 8.6); 0.6, 0.2)	((6.5, 7.6, 8.5); 0.6, 0.3)	((6.8, 7.2, 8.8); 0.7, 0.2)	((7.3, 8.5, 9.6); 0.7, 0.1)

续表

C22	((7.2, 8.2, 9.5); 0.8, 0.1)	((6.7, 7.8, 9.2); 0.7, 0.2)	((6.8, 8.2, 9); 0.8, 0.1)	((6.8, 7.4, 9.2); 0.7, 0.2)
C23	((6.9, 8.3, 8.8); 0.8, 0.2)	((6.6, 7.5, 8.5); 0.8, 0.1)	((7.1, 8.5, 9.2); 0.7, 0.3)	((6.7, 7.6, 8.5); 0.5, 0.4)
C31	((5.8, 6.6, 7.8); 0.6, 0.3)	((6.3, 7.5, 8.8); 0.8, 0.2)	((7.2, 8.3, 9.2); 0.6, 0.2)	((7, 8.2, 9.1); 0.6, 0.3)
C32	((6, 7.3, 8.4); 0.7, 0.1)	((6.1, 7.8, 9.2); 0.8, 0.1)	((6.5, 7.5, 8.6); 0.8, 0.1)	((6.5, 7.3, 8.5); 0.6, 0.2)

上述原始专家评分被输入至 PGSA 节点算法进行聚合, 通过对每个“方案 - 属性”组合进行迭代求解, 获得最优节点, 聚合结果如表 2 所示。最优集结点的聚合可视化见图 5。

在最优集合节点搜索过程中, 将每个 TIFN 表示为一个五维向量 $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 。其中, x_1, x_2, x_3 映射至三维散点图的空间坐标 (X, Y, Z) 。为同时展示全部五个维度, x_4 和 x_5 仅用于可视化目的: 分别映射为散点的大小与颜色(不影响图中的三维空间位置)。在优化计算时, 基于五维空间中的加权欧几里得距离求解最优集合节点, 此时 $x_1 \sim x_5$ 均参与运算。

Table 2. Aggregated decision matrix
表 2. 聚合决策矩阵

A_1	A_2	A_3	A_4
((6.6366, 7.6785, 8.7135); 0.6664, 0.2235)	((6.7367, 7.8509, 8.9786); 0.7050, 0.2018)	((6.9952, 8.1197, 8.9895); 0.7110, 0.2040)	((7.2267, 8.1229, 9.1115); 0.6776, 0.2033)

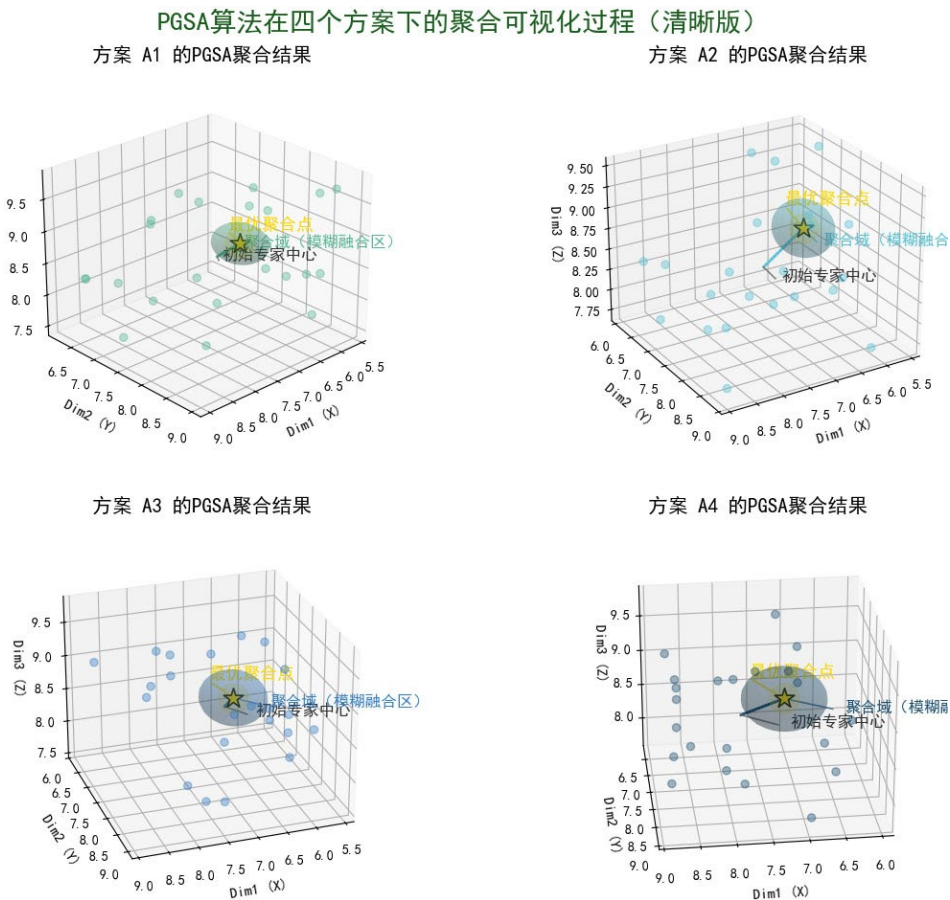


Figure 5. Aggregation visualization of the PGSA algorithm under four schemes
图 5. PGSA 算法在四个方案下的聚合可视化

利用公式(18)~(19)，计算并排序了各方案的得分与准确度，结果如表 3 与图 6 所示。

Table 3. Scores and accuracy of each scheme

表 3. 各方案的得分与准确度

方案	得分	准确度	排名
A_1	3.400	0.443	4
A_2	3.952	0.503	2
A_3	4.084	0.507	1
A_4	3.864	0.474	3

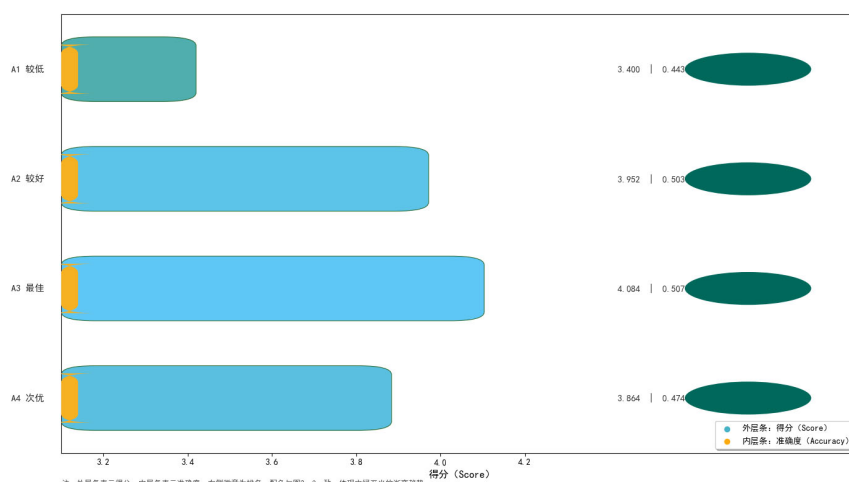


Figure 6. Scores and accuracy of each scheme

图 6. 各方案的得分与准确度

由此可以得出结论 $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$ 。

5.2. 对比研究

本文从汉明距离、相关性、信息能量及相关系数四个维度构建评价体系，用于定量衡量多专家偏好信息与聚合结果间的偏差、方向一致性及模糊信息强度，从而全面反映信息聚合特征与效果。其具体含义与形式化定义如下：

(1) 汉明距离和：用于衡量聚合结果与原始评价间的整体差异，距离越小代表聚合结果对原始信息的保持性越强。设方案聚合后的 A_i TIFN 为 $\tilde{A}_i = (a_i, b_i, c_i; \mu_i, v_i)$ ，其在属性 C_j 上的原始 TIFN 为 $\tilde{A}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}; \mu_{ij}, v_{ij})$ ，则方案的汉明距离定义为：

$$D_H(A_i) = \sum_{i=1}^m d_H(\tilde{A}_i, \tilde{A}_{ij}) \quad (20)$$

(2) 相关性：用于衡量聚合结果与原始属性评价均值之间的线性一致性，反映聚合得分与原始评价分布的一致程度。常用指标为皮尔逊相关系数。

定义三角直觉模糊数的得分函数为：

$$S(a, b, c, \mu, v) = \frac{a + 2b + c}{4} \cdot \mu - \frac{a + 2b + c}{4} \cdot v \quad (21)$$

则方案 A_i 的聚合得分记为 S_i ，原始各属性的均值为 $\bar{S}_i$ ，相关性定义为：

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})(\bar{S}_i - \bar{\bar{S}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{S}_i - \bar{\bar{S}})^2}} \quad (22)$$

其中 $\bar{S}$ 和 $\bar{\bar{S}}$ 分别表示聚合得分与原始均值的平均值。

(3) 信息直觉能量：用于衡量 TIFN 评价所包含的信息丰富度及分布特征。能量值越大，表明评价在五维空间中的“分布”越广，信息含量越高。

对于三角直觉模糊数 $\tilde{A} = (a, b, c, \mu, \nu)$ ，其信息直觉能量定义为：

$$E(\tilde{A}) = \frac{1}{5}(a^2 + b^2 + c^2 + \mu^2 + \nu^2) \quad (23)$$

所有方案聚合后的能量和为：

$$E_{total} = \sum_{i=1}^n E(\tilde{A}_i) \quad (24)$$

相关系数和：用于评价聚合后的 TIFN 与原始属性 TIFN 在五维空间中的方向一致性，通常采用余弦相似度或多元相关系数。数值越大，说明聚合结果越好地保持了原始评价的空间特征。

余弦相似度的定义为：

$$\cos(\theta) = \frac{\sum_{k=1}^5 x_k y_k}{\sqrt{\sum_{k=1}^5 x_k^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^5 y_k^2}} \quad (25)$$

其中 $x = (a_i, b_i, c_i, \mu_i, \nu_i)$ 表示聚合后的三角直觉模糊数 TIFN 并且 $y = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, \mu_{ij}, \nu_{ij})$ 表示原始 TINF。

相关系数和的计算公式为：

$$C_{total} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \cos(\theta_{ij}) \quad (26)$$

为验证本文所提方法的合理性，选取 Lu 文献[11]中的数据，并与若干已有方法进行对比实验，包括 BCFAAWA、BCFAAOWA、PFPDWA、PFPDWG [12]。最终得到的决策排序如下：

- (1) 本文方法: $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$
- (2) BCFAAWA: $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$
- (3) BCFAAOWA: $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$
- (4) PFPDWA: $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$
- (5) PFPDWG: $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$

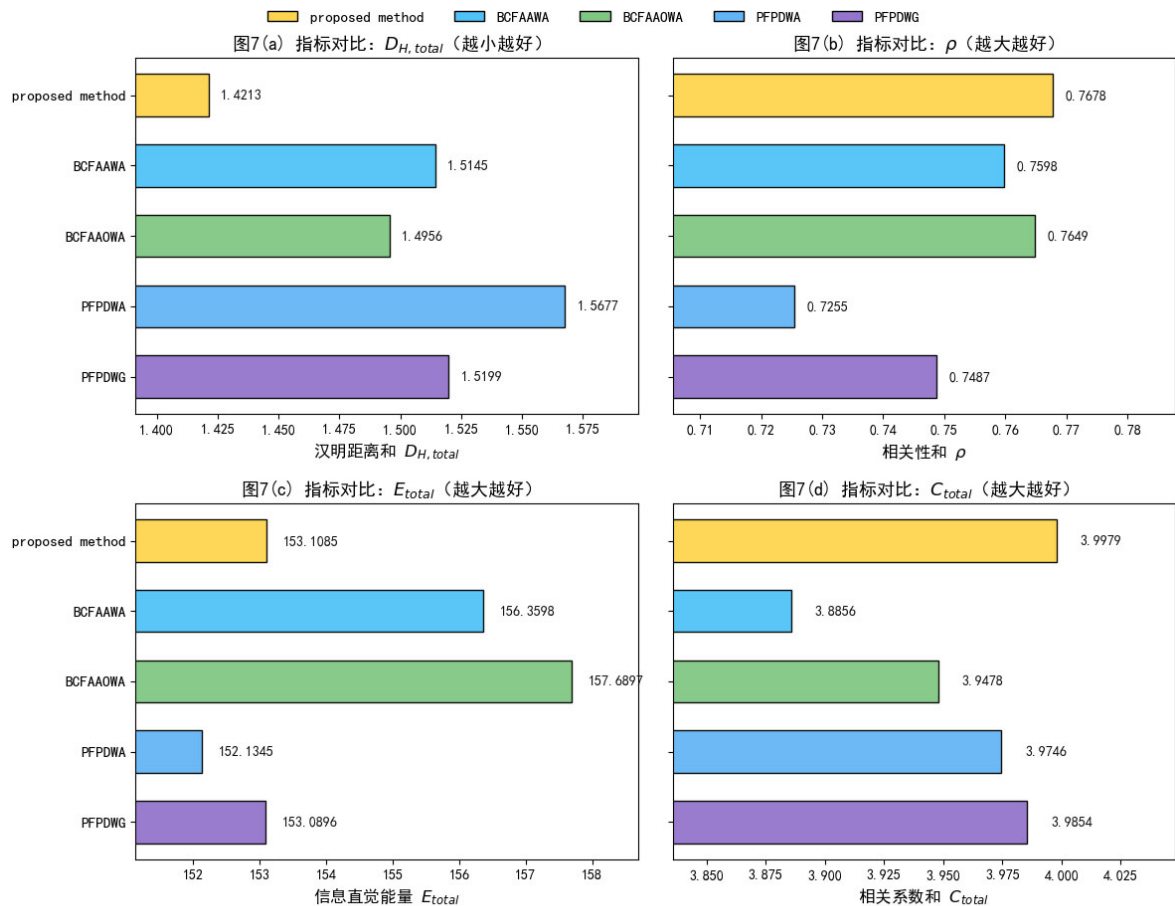
与此同时，本文还利用公式(20)~(28)，计算了汉明距离和、相关性和、信息直觉能量与相关系数和四个指标，用以刻画多专家偏好信息与群体评价之间的偏差程度、方向一致性及模糊信息强度。具体结果如表 4 和图 7 所示。

Table 4. Accuracy comparison results
表 4. 精度对比结果

	$D_{H, total}$	ρ	E_{total}	C_{total}
proposed method	1.4213	0.7678	153.1085	3.9979
BCFAAWA	1.5145	0.7598	156.3598	3.8856

续表

BCFAAOWA	1.4956	0.7649	157.6897	3.9478
PFPDWA	1.5677	0.7255	152.1345	3.9746
PFPDWG	1.5199	0.7487	153.0896	3.9854



注: 图中直接显示原始指标量纲与数值(非归一化)。汉明距离越小越好, 其他三项越大越好。颜色与上文图表保持一致, 金色为本文方法。

Figure 7. Comparison of indicators

图 7. 指标对比结果

从表 4 与图 7 可以看出, 本文方法在汉明距离和、相关性和及相关系数和等核心评价指标上均优于对比方法, 充分表明其在提升专家意见一致性与群体聚合稳定性方面具有明显优势。虽然在信息直觉能量指标上略低于部分已有方法, 但总体而言, 本文方法在信息集中度与专家一致性之间实现了更优平衡, 进一步提高了决策结果的可靠性与实际应用价值。

6. 结论与未来建议

本文提出了一种结合三角直觉模糊数(TIFN)与植物生长模拟算法(PGSA)的专家偏好聚合方法, 以解决高维模糊环境下多属性群体决策中专家意见高度异质化及信息融合的难题。该方法通过将专家评价数据映射至高维几何空间, 借助 PGSA 的全局搜索能力, 实现了多源模糊信息的动态集结与最优融合。

实验结果表明, 所提方法在提升专家意见一致性、增强群体决策稳定性以及抑制异常值干扰方面展现出显著优势。尤其是在高维复杂信息融合情境中, PGSA 的动态优化集结机制有效提高了聚合结果的

稳健性与代表性。同时,该方法在信息能量与一致性之间实现了更优平衡,体现出更高的决策可信度与应用潜力。

综上所述,本文提出的高维专家信息集成聚合模型不仅为多属性群体决策问题提供了新的解决思路,也为模糊信息处理与智能决策领域的后续研究奠定了坚实基础。

基金项目

本研究部分受国家自然科学基金(项目号:42405175)、江苏省高校自然科学基金(24KJB170008)、常州市基础研究项目(CJ20240030)、江苏省大学生创新创业训练计划项目(S202511463046)及国家级大学生创新创业训练计划项目(202511463019)的资助。

参考文献

- [1] Chen, X., Wu, M., Tan, C. and Zhang, T. (2021) A Random Intuitionistic Fuzzy Factor Analysis Model for Complex Multi-Attribute Large Group Decision-Making in Dynamic Environments. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, **20**, 101-127. <https://doi.org/10.1007/s10700-020-09334-9>
- [2] Rong, Y., Liu, Y. and Pei, Z. (2021) Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Generalised Bonferroni Mean Operators for Multi-Attribute Decision Making. *International Journal of Fuzzy Systems*, **23**, 1728-1754. <https://doi.org/10.1007/s40815-021-01064-3>
- [3] Xiong, S., Zhu, C., Chen, Z., Deveci, M., Chiclana, F. and Skibniewski, M.J. (2023) On Extended Power Geometric Operator for Proportional Hesitant Fuzzy Linguistic Large-Scale Group Decision-Making. *Information Sciences*, **632**, 637-663. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2023.03.001>
- [4] Dong, Q., Zhou, X. and Martínez, L. (2019) A Hybrid Group Decision Making Framework for Achieving Agreed Solutions Based on Stable Opinions. *Information Sciences*, **490**, 227-243. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2019.03.044>
- [5] Tian, Y., Feng, Y., Zhang, X. and Sun, C. (2022) A Fast Clustering Based Evolutionary Algorithm for Super-Large-Scale Sparse Multi-Objective Optimization. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, **10**, 1048-1063. <https://doi.org/10.1109/jas.2022.105437>
- [6] Li, C.C., Dong, Y., Liang, H., et al. (2022) Data-Driven Method to Learning Personalized Individual Semantics to Support Linguistic Multi-Attribute Decision Making. *Omega*, **111**, Article 102642. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2022.102642>
- [7] Zhu, J., Ma, X., Zhan, J. and Yao, Y. (2022) A Three-Way Multi-Attribute Decision Making Method Based on Regret Theory and Its Application to Medical Data in Fuzzy Environments. *Applied Soft Computing*, **123**, Article 108975. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.108975>
- [8] Akram, M., Shahzadi, G. and Alcantud, J.C.R. (2021) Multi-attribute Decision-Making with Q-Rung Picture Fuzzy Information. *Granular Computing*, **7**, 197-215. <https://doi.org/10.1007/s41066-021-00260-8>
- [9] Sun, Y., Zhou, X., Yang, C. and Huang, T. (2023) A Visual Analytics Approach for Multi-Attribute Decision Making Based on Intuitionistic Fuzzy AHP and UMAP. *Information Fusion*, **96**, 269-280. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2023.03.019>
- [10] Wan, S.P., Wang, Q.Y. and Dong, J.Y. (2013) The Extended VIKOR Method for Multi-Attribute Group Decision Making with Triangular Intuitionistic Fuzzy Numbers. *Knowledge-Based Systems*, **52**, 65-77. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2013.06.019>
- [11] Lu, Z. and Li, Y. (2023) A Multi-Criteria Framework for Sustainability Evaluation of Hydrogen-Based Multi-Microgrid Systems under Triangular Intuitionistic Fuzzy Environment. *Sustainability*, **15**, Article 3708. <https://doi.org/10.3390/su15043708>
- [12] Mahmood, T., ur Rehman, U. and Ali, Z. (2023) Analysis and Application of Aczel-Alsina Aggregation Operators Based on Bipolar Complex Fuzzy Information in Multiple Attribute Decision Making. *Information Sciences*, **619**, 817-833. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.11.067>