Artificial Intelligence and Robotics Research 人工智能与机器人研究, 2026, 15(6), 1366-1375
Published Online November 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/airr
https://doi.org/10.12677/airr.2026.156124

基于动态学习因子与凸函数速度衰减策略的改进粒子群算法

卢嘉孙[1]，黄世宁[1]，罗维长[2*]

[1]南宁学院人工智能学院，广西 南宁
[2]南宁学院教务处，广西 南宁

收稿日期：2026年9月9日；录用日期：2026年10月27日；发布日期：2026年11月5日

摘　要

针对标准粒子群算法在连续优化中容易出现前期搜索不足或后期收敛过快的问题，本文在原有PSO框架上引入了动态学习因子和速度上限衰减策略。具体而言，个体学习因子随迭代逐步减小，社会学习因子逐步增大，使粒子搜索由偏重自身经验逐渐转向群体信息；同时，采用三次凸函数对速度上限进行非线性压缩，以控制后期粒子的搜索步长。为检验该策略的作用，本文选取Sphere、Rastrigin、Rosenbrock和Ackley四个标准测试函数，将改进算法与标准PSO以及两个消融版本进行10次独立实验对比。实验结果显示，完整改进算法在Sphere、Rosenbrock和Ackley函数上整体表现较好，收敛结果更稳定；在Rastrigin函数上，改进算法未表现出明显优势，但仍能保持接近基线算法的结果。说明该方法对单峰或相对平滑问题更有效，对多峰复杂问题的提升仍有一定局限。

关键词

粒子群优化，动态学习因子，凸函数速度衰减，连续优化，多维实验

Improved Particle Swarm Algorithm Based on Dynamic Learning Factors and Convex Function Velocity Decay Strategy

Jiasun Lu[1], Shining Huang[1], Weizhang Luo[2*]

[1]College of Artificial Intelligence, Nanning University, Nanning Guangxi
[2]Office of Academic Affairs, Nanning University, Nanning Guangxi

Received: September 9, 2026; accepted: October 27, 2026; published: November 5, 2026

*通讯作者。

文章引用: 卢嘉孙, 黄世宁, 罗维长. 基于动态学习因子与凸函数速度衰减策略的改进粒子群算法[J]. 人工智能与机器人研究, 2026, 15(6): 1366-1375. DOI: 10.12677/airr.2026.156124

Abstract

Aiming at the problems of insufficient early-stage search and premature convergence in the late stage of the standard Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm in continuous optimization, this paper introduces dynamic learning factors and a velocity upper bound decay strategy into the original PSO framework. Specifically, the cognitive learning factor decreases gradually with iterations, while the social learning factor increases, shifting the particle search from relying heavily on individual experience to utilizing swarm information. Meanwhile, a cubic convex function is adopted to nonlinearly compress the velocity upper bound, thereby controlling the search step size of particles in the later stages. To verify the effectiveness of the proposed strategy, four standard benchmark functions—Sphere, Rastrigin, Rosenbrock, and Ackley—are selected. The improved algorithm is compared with the standard PSO and two ablation versions through 10 independent experiments. The experimental results show that the complete improved algorithm performs better overall and achieves more stable convergence on the Sphere, Rosenbrock, and Ackley functions. On the Rastrigin function, although the improved algorithm does not demonstrate a significant advantage, it still maintains results close to the baseline algorithms. This indicates that the proposed method is more effective for unimodal or relatively smooth problems, while its improvement for complex multimodal problems remains somewhat limited.

Keywords

Particle Swarm Optimization, Dynamic Learning Factor, Convex Function Velocity Decay, Continuous Optimization, Multidimensional Experiment

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)因其机制直观、实现简单、对目标函数要求较少，长期以来都是连续优化领域最常用的群智能算法之一[1] [2]。与遗传算法、蚁群算法等方法相比，PSO 更强调个体历史经验与群体共享经验之间的相互作用，因此在参数调节得当时，往往能够以较低的实现成本获得较好的优化效果。也正因为如此，PSO 常被作为工程优化、函数寻优、控制参数整定以及机器学习超参数搜索中的基础方案。

不过，标准 PSO 的不足也很明显：学习因子和速度上限通常被设为常数，粒子在搜索早期容易因为步长偏小而错失更宽的探索区域，在搜索后期又可能因为群体牵引过强而过早聚集到局部最优附近。从实际使用经验看，这种问题并不只是“收敛快慢”的差别，更会直接影响算法在不同地形上的适配程度。例如，在平滑单峰函数上，过大的速度可能导致反复震荡；在多峰函数上，过快的收缩又可能让粒子来不及跳出局部盆地。

基于这一背景，本文不再单纯追求更复杂的搜索算子，而是从参数演化本身入手，围绕个体学习因子、社会学习因子和速度上限构建一套更有阶段感的调度方式。其思路是让算法前期保留一定的个人探索能力，中后期逐渐加强群体收敛，并通过速度上限的非线性收缩，为不同阶段的搜索提供更匹配的步长尺度。这种处理方式的优点在于结构清晰、便于解释，也更容易与原始 PSO、消融方案进行公平比较。

2. 算法模型与改进机制

2.1. 标准 PSO 速度更新公式

标准 PSO 的速度更新公式为：$v_{i(t+1)} = w \times v_{i(t)} + c_1 \times r_1 \times \left(pbest_i - x_{i(t)} \right) + c_2 \times r_2 \times \left(gbest - x_{i(t)} \right)$。其中，$w$ 表示惯性权重，c_1、c_2 分别控制粒子对自身历史最优位置和群体最优位置的学习程度，r_1、r_2 为[0, 1]内的随机数。该模型结构清晰，参数含义明确，因此在 PSO 相关研究中常被作为基础形式使用。不过，当 w、c_1、c_2 长时间保持不变时，粒子的搜索行为也会相对固定，在不同类型目标函数上的适应性会受到一定限制[3]。

基于这一考虑，本文将 Baseline 设置为经典参数组合：w = 0.7298，$c_1 = c_2$ = 2.05，速度上限取搜索范围的 20%。这里采用该设置，主要是为了得到一个稳定且具有代表性的参照对象，而不是把基线算法本身调到最优状态。后续三个改进算法均保留相同的 PSO 更新框架，只调整参数变化方式或速度约束策略，这样可以减少结构差异带来的干扰，使实验结果更容易对应到具体改进因素上。

2.2. 动态学习因子策略

动态学习因子策略将 c_1 设计为递减函数、c_2 设计为递增函数。在本文实验中，c_1 从 2.0 线性递减至 0.5，c_2 从 0.5 线性递增至 2.5。这一组数值并不是随意填入的，而是希望让粒子在前期先保留足够的个体记忆，避免一开始就被全局最优点“拉直”；到了后期，再逐渐把重心转向群体经验，让粒子沿着已经较好的搜索方向收拢[4]。

对应的数学表达为：设 $\text{progress} = \dfrac{t}{T_{\max} - 1}$，则 $c_{1(t)} = c_{1_start} + \left(c_{1_end} - c_{1_start} \right) \times \text{progress}$，

$c_{2(t)} = c_{2_start} + \left(c_{2_end} - c_{2_start} \right) \times \text{progress}$。从搜索行为上看，$c_1$ 个体历史对速度的影响会逐步减弱，c_2 群体信息会越来越占主导。在消融二中仅保留这一动态学习机制，而将 $v_{\max}$ 固定，因此它更适合观察“学习方向变化”本身是否足够稳定。

在 $T_{\max} = 300$ 的设置下，c_1 从 2.0 逐步降到 0.5，c_2 从 0.5 逐步升到 2.5。因此，前几十代仍保留较明显的个体试探，后半程才逐渐提高对 gbest 的依赖；这种变化也解释了为什么动态学习因子单独使用时，仍可能出现后期步态不够稳定的情况。

2.3. 凸函数速度衰减策略

速度上限采用三次凸函数衰减：设 $\text{progress} = \dfrac{t}{T_{\max} - 1}$，则 $v_{\max(t)} = v_{end} + \left(v_{start} - v_{end} \right) \times \left(1 - \text{progress} \right)^3$。其中 v_{start} 取搜索范围长度的 20%，v_{end}。在本文采用的公式下，三次衰减在前中期比线性和二次衰减更快压低速度上限，并更早接近设定下限，这会使粒子较早进入小步长搜索状态[5] [6]。

这里的凸函数并不是把速度在每一代等量削减，而是把更多的压缩量放在迭代后段。在本实验中，v_{start} 取搜索范围长度的 20%，v_{end} 取 0.05%，所以粒子前期还有足够空间跨越较远区域，接近终点时则能把无效摆动压下来。

从控制角度看，这相当于先给粒子较宽的活动范围，再在接近收敛时快速收紧搜索带宽。本文选择三次方，是因为更高阶的凸性能够把早期偏向自我探索、中晚期收缩的节奏表现得更鲜明一些，尤其在 Rosenbrock 这类窄谷函数上更容易看出差别。在消融实验一中仅保留这一速度上限调度，而将学习因子固定，以单独考察速度衰减对收敛性能的影响。

3. 实验设计

3.1. 测试函数与参数设置

本文选取四类标准连续优化函数：Sphere、Rastrigin、Rosenbrock 与 Ackley。这组函数的好处在于层次比较清晰：Sphere 是典型单峰平滑函数，主要考察基础收敛能力；Rastrigin 和 Ackley 都包含大量局部极值，更接近复杂多峰场景；Rosenbrock 则提供了一个很窄、很弯曲的谷底，常常用来检验算法能否在“看得见最优方向但走起来很别扭”的地形里持续推进。

四个函数默认维度均设为 10 维，并按照经典定义分别设置搜索范围：Sphere 为$[-100, 100]$，Rastrigin 为$[-5.12, 5.12]$，Rosenbrock 为$[-30, 30]$，Ackley 为$[-32, 32]$。选择 10 维的原因并不复杂：它足以让函数体现出多维搜索的难度，但又不会让实验结果难以观察。如果维度太低，很多参数策略的差异不容易拉开；如果维度太高，实验的随机波动又会把主体趋势掩盖掉。

实验统一采用种群规模 50、最大迭代次数 300、独立运行轮数 10。每个算法在同一函数上独立运行 10 次，是为了减少单次随机初始化带来的偶然性；对每次迭代的全局最优值求平均，则可以把“哪一轮碰巧跑得特别好或特别差”的影响稀释掉。同时统计最终适应度值的均值与标准差，有助于区分“偶尔跑得很低”与“稳定地跑得很低”这两类情况。

对比算法共四种：Baseline (标准 PSO)、消融 1 (固定学习因子 + 凸函数 $v_{\max}$)、消融 2 (动态学习因子 + 固定 $v_{\max}$)和 Proposed (完整改进 PSO)。这样的设计是刻意的：只有把两个关键机制拆开看，才能判断到底是学习因子在起作用，还是速度上限在起作用，抑或二者结合后才真正形成了更稳的收敛节奏。

3.2. 评价指标与实验流程

评价指标主要包括两项：一是平均收敛曲线，即 10 轮实验在同一迭代时刻的全局最优值均值；二是最终适应度的均值和标准差，用于描述收敛精度和运行稳定性。由于四个测试函数均为最小化问题，图中数值越低，表示算法找到的解越接近理论最优值 0。为了便于观察不同数量级下的差异，收敛曲线采用对数坐标绘制。这也是为什么图上看起来有些曲线差距没有想象中那么夸张，但数值表里其实已经拉开了几个数量级。

4. 实验结果与分析

图 1~4 分别给出了四个测试函数的平均收敛曲线，图 5 展示了完整改进 PSO 的动态参数变化，表 1 汇总了 10 轮最终适应度的均值和标准差。从整体趋势看，动态学习因子与凸函数速度衰减确实改变了粒子的移动节奏，但这种改变不是“对所有函数都绝对更好”，而是更像一种把优势重新分配到不同地形上的做法。

4.1. Sphere 与 Rastrigin 结果

Sphere 函数属于典型单峰场景，主要考察算法的基础收敛能力。从图 1 可见，完整改进 PSO 和消融一都能把曲线稳定压到很低的数量级，说明凸函数速度衰减在平滑地形中确实有利于后期细化搜索。相比之下，消融二虽然保留了动态学习因子的思想，但没有速度上限的同步收缩，粒子在后期仍会出现一定幅度的摆动，最终结果就没有前两者那么稳定。

换句话说，Sphere 上的结果更像是在验证一个底线：如果一个改进策略连单峰函数都压不住，那它几乎没有讨论多峰问题的资格。而当前实验里，完整方案至少没有在这个基础场景上退步，这说明参数调度没有破坏 PSO 原本应有的收敛能力。

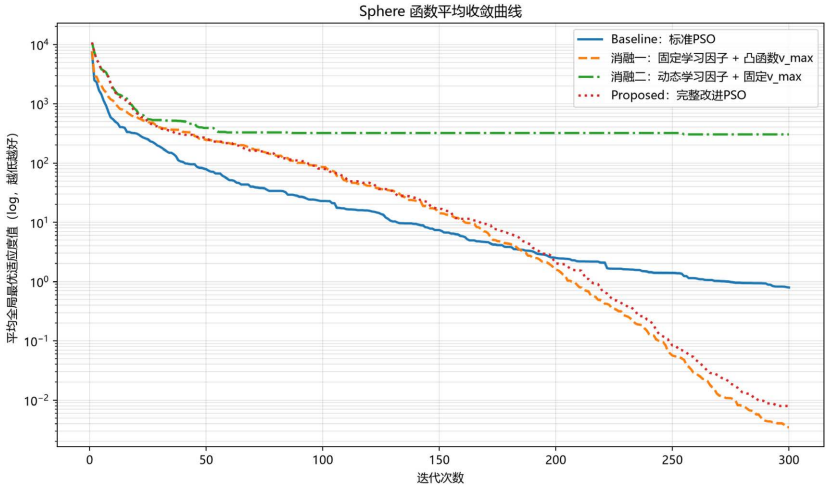


Figure 1. Average convergence curve of the Sphere function
图 1. Sphere 函数平均收敛曲线

Rastrigin 函数具有大量局部极值，容易诱发粒子早熟收敛。图 2 显示，各算法在该函数上的差异没有 Sphere 和 Rosenbrock 那么明显，说明单靠参数调整并不能完全解决多峰陷阱问题。完整改进 PSO 在中后期的下降趋势略有改善，但整体并未形成压倒性优势，这其实是一个很正常、也很值得保留的现象。

原因在于，Rastrigin 的难点并不只是“走得快不快”，而是“会不会总被局部波纹拖住”。动态学习因子和速度衰减可以帮助粒子更有层次地收缩搜索范围，但如果目标函数本身的局部极值密度很高，仍然需要更强的跳出机制，比如重启、扰动或邻域搜索协同配合。因此，这一组结果更适合被理解为：改进策略在多峰函数上保持了竞争力，但它不是万能药。

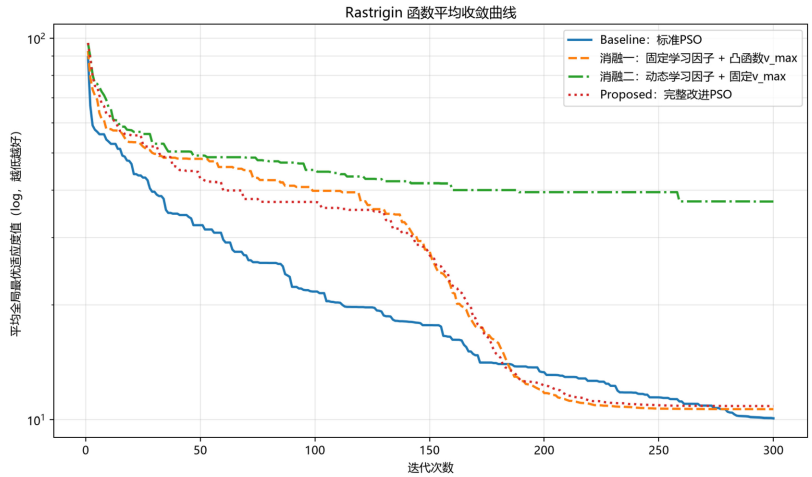


Figure 2. Average convergence curve of Rastrigin function
图 2. Rastrigin 函数平均收敛曲线

4.2. Rosenbrock 与 Ackley 结果

Rosenbrock 函数的窄谷结构对速度调度极为敏感。图 3 表明，Baseline 和两个消融版本虽然都能往下走，但在谷底附近往往会出现“方向对了、步子却不够稳”的情况，因而后期下降比较吃力。完整改进 PSO 在这一类问题上优势最明显，说明动态学习因子和凸函数速度衰减并不是简单叠加，而是确实在共

同塑造更适合窄谷搜索的轨迹。

这类函数常常考验的不是某一步能不能冲得很远，而是能不能在弯折的狭窄通道里持续保持方向感。当 c_1 逐步减弱、c_2 逐步增强、同时 v_{max} 也快速收紧时，粒子更容易把搜索动作从“试探式跳跃”过渡为“沿谷底缓慢贴近”，这正是 Rosenbrock 上改进方案体现得最充分的地方。

Ackley 函数兼具多峰性和近零区域的平台特征，对探索与开发的平衡提出较高要求。图 4 显示，完整改进 PSO 与消融一都能把适应度压到较低水平，说明速度上限的非线性收缩对这类平台型函数确实有帮助。从结果看，消融一在该函数上略占优势，而完整方案则在稳定性和均衡性上表现更好一些，这种差异并不奇怪，因为两种机制在这里强调的重点并不完全一样。

如果说 Rosenbrock 更考验“贴谷能力”，那么 Ackley 更考验“收缩是否足够稳”。完整改进方案虽然不是该函数上的绝对最优，但它明显优于 Baseline 和消融二，也没有出现过度震荡或明显退化，说明动态学习因子仍然在控制搜索节奏方面发挥了作用。

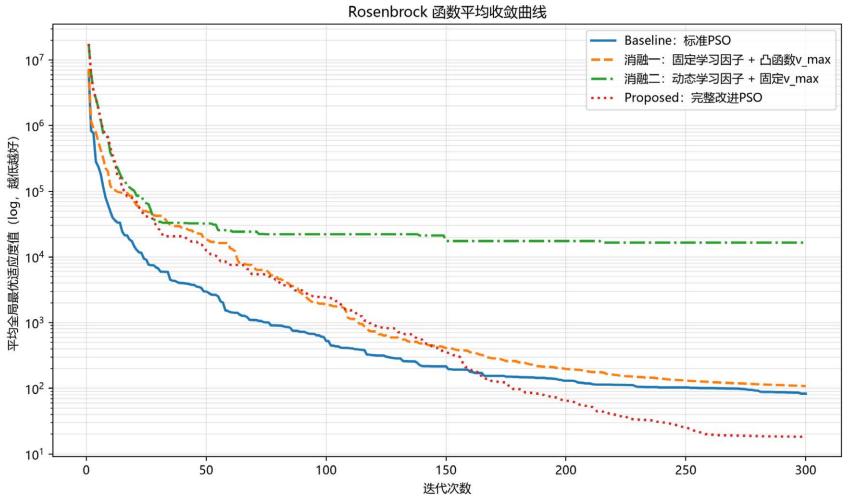


Figure 3. Average convergence curve of Rosenbrock function
图 3. Rosenbrock 函数平均收敛曲线

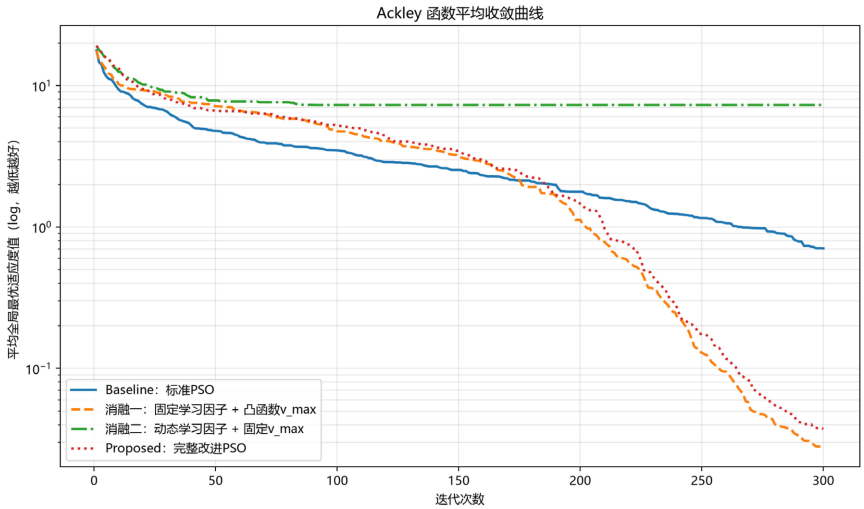


Figure 4. Average convergence curve of Ackley function
图 4. Ackley 函数平均收敛曲线

4.3. 动态参数变化

图 5 给出了完整改进 PSO 的参数演化轨迹。c_1 随迭代次数递减，意味着算法从前期强调个体经验逐步过渡到后期降低个体扰动；c_2 则随迭代次数递增，表示群体知识在后期占据主导地位。与此同时，v_{max} 呈现明显的三次凸函数衰减，前期下降较缓以维持探索，后期快速收缩以增强局部精细搜索。

这条曲线的意义其实很直接：不是单纯把速度压小，而是让速度变化和学习偏好同步收口。如果只减速度不改学习方向，粒子有时会变得“慢而乱”；如果只改学习因子而速度不收缩，又容易出现“方向变了但步子还是太大”的问题。把两者一起调，搜索过程就更像是先铺开、再聚拢，而不是机械地线性降温。

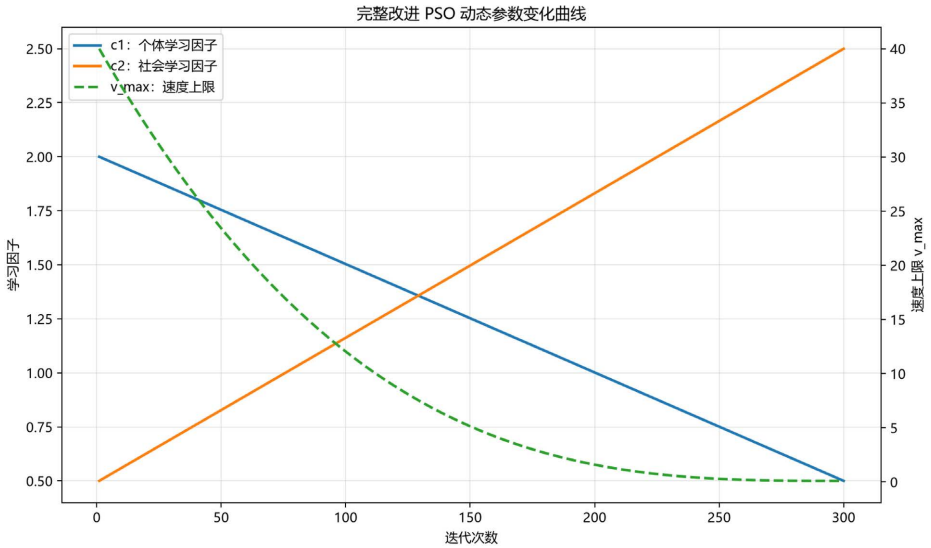


Figure 5. Curve of dynamic parameter changes after complete improvement of PSO
图 5. 完整改进 PSO 动态参数变化曲线

4.4. 汇总统计结果

表 1 从数值层面对 10 轮实验的最终结果进行了汇总。在 Sphere 上，完整改进 PSO 和消融一都能把均值压到较低数量级，明显优于 Baseline；在 Rosenbrock 上，完整改进 PSO 的均值最低，说明它对窄谷结构的适应性最好；在 Ackley 上，完整改进 PSO 与消融一均表现出较强收敛能力；在 Rastrigin 上，完整改进 PSO 与 Baseline 的差距并不大，说明该地形下不同策略之间的差别更依赖随机过程和局部搜索轨迹。

Table 1. Statistical analysis of final fitness mean and standard deviation over 10 rounds
表 1. 10 轮最终适应度均值与标准差统计分析

函数名称	算法名称	均值	标准差
Sphere	标准 PSO	7.92e−01	5.64e−01
Sphere	消融 1	3.49e−03	1.32e−03
Sphere	消融 2	3.04e+02	1.10e+02
Sphere	改进 PSO	7.88e−03	2.27e−03
Rastrigin	标准 PSO	1.01e+01	1.99e+00
Rastrigin	消融 1	1.06e+01	4.52e+00

续表

Rastrigin	消融 2	3.74e+01	6.32e+00
Rastrigin	改进 PSO	1.08e+01	3.85e+00
Rosenbrock	标准 PSO	8.30e+01	7.56e+01
Rosenbrock	消融 1	1.08e+02	2.43e+02
Rosenbrock	消融 2	1.65e+04	1.62e+04
Rosenbrock	改进 PSO	1.83e+01	3.62e+01
Ackley	标准 PSO	7.06e−01	3.95e−01
Ackley	消融 1	2.80e−02	6.58e−03
Ackley	消融 2	7.29e+00	1.30e+00
Ackley	改进 PSO	3.73e−02	7.89e−03

总体而言，消融 1 说明凸函数速度衰减本身就具有较强的稳定收敛价值；消融 2 则在四类函数上都不够稳，提示仅靠动态学习因子还不足以构成完整的搜索节奏。完整改进 PSO 在单峰和窄谷问题上表现更突出，在多峰函数上保持了基本竞争力，说明这套策略更擅长把“收敛速度”和“收敛质量”同时往合理方向拉，而不是片面追求某一项极致。

如果把四组结果合在一起看，一个比较清晰的结论是：参数调度本身并不会神奇地消灭局部最优，但它可以让粒子的移动过程更有秩序，也更符合不同函数对搜索节奏的真实需求。这也是本文方法比较适合写进论文的原因之一，因为它的机制简单、实验结果也比较容易解释。

4.5. 结果讨论与局限性

从实验结果看，该方法的改进效果并不是在所有函数上都同样明显。Sphere 和 Rosenbrock 的搜索过程相对更能体现速度调节与学习因子变化的作用：前期保持一定探索能力，后期逐步压缩搜索范围，因此更容易表现出收敛速度和精度上的提升。相比之下，Rastrigin 函数存在大量密集的局部极值，粒子即使按照较合理的参数节奏移动，也仍然可能被局部区域牵制，所以提升幅度相对有限。

因此，本文方法更适合作为对 PSO 搜索节奏的调整，而不是对算法框架的彻底改造。它主要影响粒子在不同迭代阶段的运动幅度和学习倾向，并没有改变种群之间的信息共享方式。若后续希望进一步增强多峰函数上的表现，可以在现有参数调度的基础上，引入重启、随机扰动或局部搜索等机制，以提高算法跳出局部最优的能力[5] [7]。

4.6. 补充实验与搜索行为诊断

图 6 显示，三次衰减在 Sphere、Rastrigin 和 Ackley 上取得了较低的最终均值，分别为 6.99e−03、7.86e+00 和 3.79e−02；但在 Rosenbrock 上，二次衰减的均值 4.28e+01 低于三次衰减的 5.30e+01。由此可见，三次衰减是本文实验中的有效折中，并不是对所有函数都绝对最优，这也与前文关于方法适用范围的讨论相吻合。

图 7 说明，参数取值对不同函数的影响并不完全一致。以 Rosenbrock 为例，c_1 的起始值从 1.5 调到 2.5 时，最终均值由 2.23e+02 降到 1.57e+01；而 c_2 终止值取 3.0 时，均值上升到 3.20e+02，明显高于 2.0 和 2.5 的结果。速度上限的终止比例也存在类似现象：0.0001 在 Sphere 和 Ackley 上更有利，但并不保证在 Rosenbrock 上取得最低结果。因此，本文采用的参数组合应理解为多类函数之间的折中选择，而非单一函数上的最优调参结果。

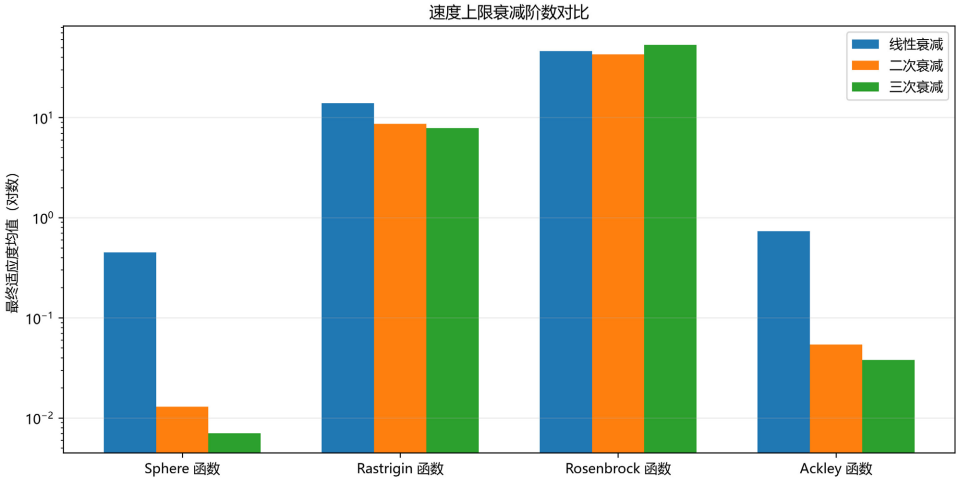


Figure 6. Comparison of final fitness for different attenuation orders
图 6. 不同衰减阶数的最终适应度比较

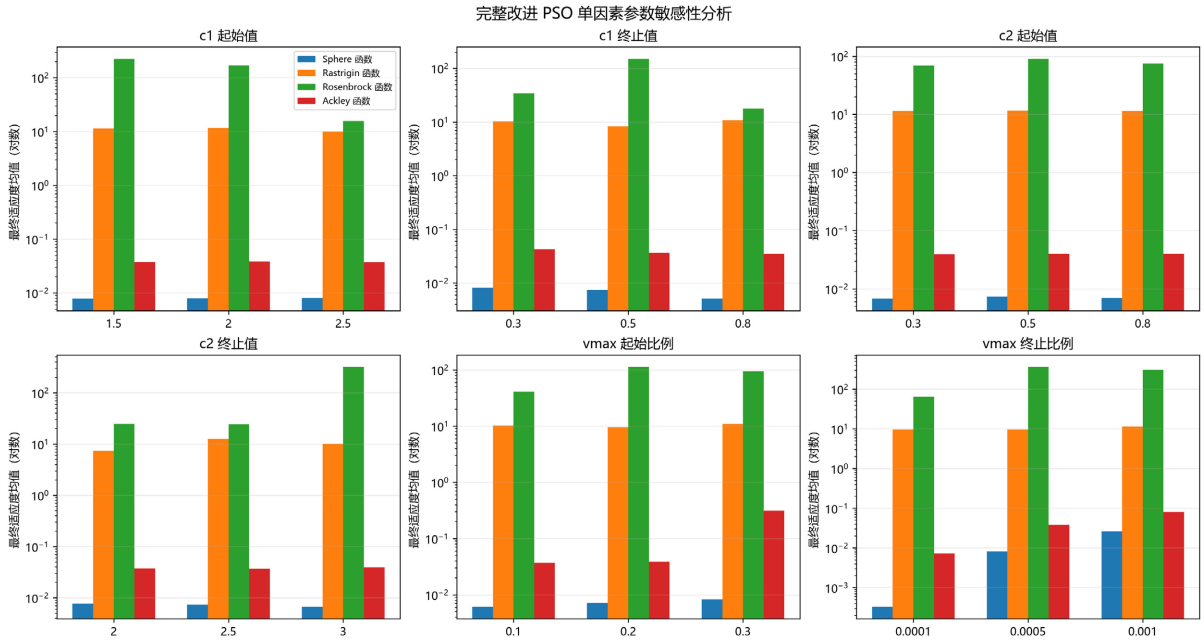


Figure 7. Single-factor parameter sensitivity analysis of fully improved PSO
图 7. 完整改进 PSO 单因素参数敏感性分析

5. 结论

本文面向连续优化问题提出了一种结合动态学习因子与凸函数速度衰减策略的改进粒子群算法。该方法通过前期较强的个体探索、后期逐步增强的群体收敛以及三次凸函数驱动的速度收缩，实现了搜索过程的阶段性分工。基于 Sphere、Rastrigin、Rosenbrock 与 Ackley 四类标准函数的 10 轮实验表明，该策略并非在所有场景中都绝对领先，但它能够在不同地形中保持比较稳定的表现，尤其在 Rosenbrock 这类复杂窄谷问题上优势比较突出。

从应用角度看，这种结果已经足够有价值，因为很多工程问题并不要求某个函数上跑出极端漂亮的单次最优，而是更看重稳定性、可解释性和参数是否容易复用。未来工作可以继续沿着两个方向推进：

其一是引入群体多样性反馈，让参数曲线随搜索状态自动微调；其二是结合重启机制、邻域搜索或混合进化策略，进一步增强在强多峰场景中的跳出能力。

参考文献

[1] Abualigah, L. (2025) Particle Swarm Optimization: Advances, Applications, and Experimental Insights. *Computers, Materials & Continua*, **82**, 1539-1592. https://doi.org/10.32604/cmc.2025.060765

[2] Priyadarshi, R. and Kumar, R.R. (2025) Evolution of Swarm Intelligence: A Systematic Review of Particle Swarm and Ant Colony Optimization Approaches in Modern Research. *Archives of Computational Methods in Engineering*, **32**, 3609-3650. https://doi.org/10.1007/s11831-025-10247-2

[3] Huang, H., Qiu, J. and Riedl, K. (2023) On the Global Convergence of Particle Swarm Optimization Methods. *Applied Mathematics & Optimization*, **88**, Article No. 30. https://doi.org/10.1007/s00245-023-09983-3

[4] Tian, D., Xu, Q., Yao, X., Zhang, G., Li, Y. and Xu, C. (2024) Diversity-Guided Particle Swarm Optimization with Multi-Level Learning Strategy. *Swarm and Evolutionary Computation*, **86**, Article 101533. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2024.101533

[5] Yin, S., Jin, M., Lu, H., Gong, G., Mao, W., Chen, G., *et al*. (2023) Reinforcement-Learning-Based Parameter Adaptation Method for Particle Swarm Optimization. *Complex & Intelligent Systems*, **9**, 5585-5609. https://doi.org/10.1007/s40747-023-01012-8

[6] Wang, J., Wang, X., Li, X. and Yi, J. (2023) A Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm with Dynamic Adjustment of Inertia Weight Based on a New Feature Selection Method to Optimize SVM Parameters. *Entropy*, **25**, Article 531. https://doi.org/10.3390/e25030531

[7] 余素丹. 改进梯度算法的核极限学习机研究及其在企业破产预测中的应用[D]: [硕士学位论文]. 温州: 温州大学, 2023.