Artificial Intelligence and Robotics Research 人工智能与机器人研究, 2026, 15(6), 1408-1421
Published Online November 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/airr
https://doi.org/10.12677/airr.2026.156127

面向接触力调节的六自由度Stewart平台导纳-ESO固定时间滑模控制方法

杨　森，曹少中，赵　伟*，翟志永

北京印刷学院信息工程学院，北京

收稿日期：2026年9月20日；录用日期：2026年10月28日；发布日期：2026年11月5日

摘　要

针对六自由度(6-DOF) Stewart平台在任意固定法向单侧接触中的跟踪精度下降和接触力峰值问题，提出导纳－扩张状态观测器固定时间滑模复合控制方法。导纳外环将法向力误差转化为位姿修正，固定时间滑模内环跟踪修正参考，扩张状态观测器(ESO)估计并前馈补偿加速度域集总扰动。考虑小误差重构和观测残差，将收敛结论限定为原点邻域内的实用收敛。在统一MATLAB框架下，将该方法与PD、传统滑模控制(SMC)和不含ESO的固定时间滑模控制(FT-SMC)进行自由空间、扰动、接触及参数不确定性对比。结果表明，所提方法在外扰以及动平台质量、转动惯量和支链质量同时增加10%的参数失配工况下Z向RMSE均为四种方法中最低；标称接触峰值由PD + 导纳的101.85 N降至71.76 N，末0.5 s平均绝对力误差趋近于零。FT-SMC类方法主要降低接触峰值，ESO主要改善外扰和平台参数失配下的跟踪精度。

关键词

Stewart 平台，导纳控制，扩张状态观测器，固定时间滑模控制，接触力调节，鲁棒控制

Admittance-ESO-Based Fixed-Time Sliding Mode Control Method for Contact-Force Regulation of a Six-DOF Stewart Platform

Sen Yang, Shaozhong Cao, Wei Zhao*, Zhiyong Zhai

School of Information Engineering, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing

Received: September 20, 2026; accepted: October 28, 2026; published: November 5, 2026

*通讯作者。

文章引用: 杨森, 曹少中, 赵伟, 翟志永. 面向接触力调节的六自由度 Stewart 平台导纳-ESO 固定时间滑模控制方法[J]. 人工智能与机器人研究, 2026, 15(6): 1408-1421. DOI: 10.12677/airr.2026.156127

Abstract

To address the degradation of tracking accuracy and the increase in contact force peaks of a six-degree-of-freedom (6-DOF) Stewart platform during arbitrary fixed normal unilateral contact tasks, an admittance-extended state observer (ESO)-based fixed-time sliding mode composite control method is proposed. The outer-loop admittance controller converts the normal force error into pose corrections, while the inner-loop fixed-time sliding mode controller tracks the modified reference trajectory. The extended state observer (ESO) estimates the lumped disturbances in the acceleration domain and provides feedforward compensation. Considering the reconstruction of small errors and observation residuals, the convergence property is established as practical convergence within a neighborhood of the equilibrium point. Within a unified MATLAB simulation framework, the proposed method is compared with proportional-derivative (PD) control, conventional sliding mode control (SMC), and fixed-time sliding mode control without ESO (FT-SMC) under free-space motion, external disturbances, contact conditions, and parameter uncertainties. The results demonstrate that the proposed method achieves the lowest RMSE in the z-direction among the four methods under external disturbances and parameter mismatch conditions, where the moving platform mass, rotational inertia, and limb masses are simultaneously increased by 10%. For the nominal contact condition, the peak contact force is reduced from 101.85 N obtained by the PD plus admittance controller to 71.76 N, and the mean absolute force error over the final 0.5 s approaches zero. The FT-SMC-based methods mainly contribute to reducing contact force peaks, whereas the ESO primarily improves tracking accuracy under external disturbances and platform parameter mismatches.

Keywords

Stewart Platform, Admittance Control, Extended State Observer, Fixed-Time Sliding Mode Control, Contact-Force Regulation, Robust Control

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

Stewart 于 1965 年提出由 6 条独立支链实现空间六自由度运动的平台机构[1]，Fichter 随后讨论了其运动学、驱动力映射与工程实现[2]。凭借刚度高、结构紧凑和多轴运动能力强等特点，Stewart 平台已广泛用于精密定位、运动模拟与力交互等任务[3]，其运动学、动力学与控制问题已形成较完整的研究体系[4]。然而，闭链结构的强动力学耦合使外部扰动、参数不确定性和接触条件下的高精度控制仍具挑战性。

接触任务要求平台同时跟踪位姿并调节作用力。任务空间视觉/力控制[5]、混合位置/力控制[6]及变导纳与自适应固定时间控制[7]已用于受约束运动。自由空间位置控制在接触时可能产生过大峰值并诱发振动或损伤，因此需兼顾跟踪、柔顺性与鲁棒性。

PD 结构简单，但在强扰动、未建模耦合或接触刚度失配下易退化。SMC 对有界不确定性具有鲁棒性，但不连续作用会引起抖振，边界层又可能带来稳态残差。有限时间与非奇异终端滑模支持快速收敛[8]，固定时间滑模进一步使收敛上界与初值解耦[9]。ESO 通过扩展状态估计集总扰动，其性能取决于扰动正则性、增益与噪声[10]。

机器人力控制通常通过直接力控制、阻抗控制或导纳控制协调运动与环境作用力[11]。导纳控制以测得的交互力为输入，通过虚拟质量－阻尼－刚度关系生成运动参考，适合具有高性能位置内环的机器人系统[12]；其实际性能取决于内环在耦合和接触扰动下的跟踪能力，这构成导纳外环与鲁棒内环结合的直接动机。

Stewart 平台等并联机构已有快速终端滑模、平滑积分滑模、神经网络非奇异终端滑模和有限时间同步控制研究[13]，力反馈结构也已用于并联机器人约束运动与协作装配。与本文较接近的工作主要面向串联机械臂，包括固定时间积分滑模导纳控制和变导纳－自适应固定时间滑模双环控制。本文面向强耦合 Stewart 平台的任意固定法向单侧接触，并通过 SMC、FT-SMC 和 ESO-FTSMC 递进比较，区分滑模动态与 ESO 补偿作用；数值验证取任务坐标系法向轴与基坐标系 z 轴重合的代表工况。本文的主要工作如下：

1) 提出面向 6-DOF Stewart 平台任意固定法向单侧接触的导纳耦合 ESO-FTSMC 框架。通过固定任务坐标系描述接触法向，外环将法向力误差转化为位姿修正，内环跟踪修正参考，ESO 估计并前馈补偿集总扰动。

2) 在统一轨迹、参数、接触、扰动和指标下与 PD、SMC、FT-SMC 比较，并补充 100 Hz 执行器约束、ESO 双窗口以及摩擦、死区和接触非线性敏感性数值分析。

3) 仿真区分了两类作用：FT-SMC 类方法主要降低接触峰值，ESO 主要改善扰动与平台参数失配下的跟踪 RMSE；接触失配时 ESO-FTSMC 的末 0.5 s 力误差并非最小。

2. 系统建模

本节建立六自由度 Stewart 平台的运动学、动力学与任意固定法向单侧接触模型，并区分被控对象的实际模型与控制器使用的标称模型。

2.1. 广义坐标与运动学

如图 1 所示，建立固连于静平台中心 O 的基坐标系{C}:O-XYZ 和固连于动平台中心 P 的坐标{A}:P-$X_pY_pZ_p$。第 i 个静平台和动平台铰点分别记为和($i=1,\ldots,6$)。除特别说明外，位置、速度、力和力矩均在{C}中表示，力矩参考点为 P。该几何描述与 Stewart 平台经典运动学建模框架一致。

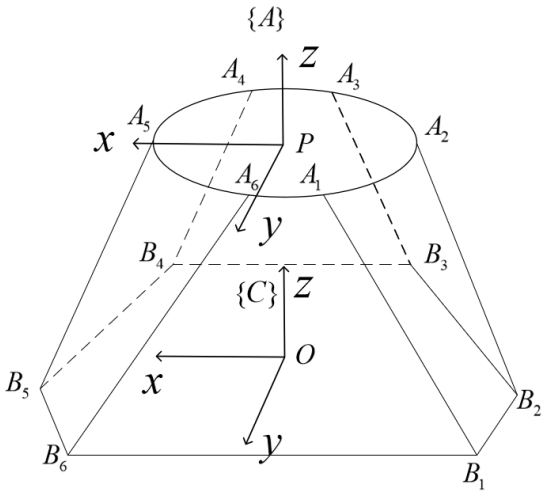


Figure 1. Coordinate-system definition of the 6-DOF Stewart platform
图 1. 6-DOF Stewart 平台坐标系定义

设 $\boldsymbol{p}=[x,y,z]^{\mathrm{T}}$，姿态采用 *ZYX* 欧拉角表示，则广义坐标为

$$\boldsymbol{q}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}x & y & z & \alpha & \beta & \gamma\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{\eta}=[\alpha,\beta,\gamma]^{\mathrm{T}}$，$\alpha,\beta,\gamma$ 分别为滚转角、俯仰角和偏航角，单位为 rad。从{*A*}到{*C*}的旋转矩阵为 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}_z(\gamma)\boldsymbol{R}_y(\beta)\boldsymbol{R}_x(\alpha)$，即

$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix}\mathrm{c}\beta\mathrm{c}\gamma & \mathrm{c}\gamma\mathrm{s}\beta\mathrm{s}\alpha-\mathrm{s}\gamma\mathrm{c}\alpha & \mathrm{c}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{c}\gamma+\mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\gamma\\ \mathrm{s}\gamma\mathrm{c}\beta & \mathrm{s}\alpha\mathrm{s}\beta\mathrm{s}\gamma+\mathrm{c}\alpha\mathrm{c}\gamma & \mathrm{s}\gamma\mathrm{s}\beta\mathrm{s}\alpha-\mathrm{c}\gamma\mathrm{s}\alpha\\ -\mathrm{s}\beta & \mathrm{c}\beta\mathrm{s}\alpha & \mathrm{c}\alpha\mathrm{c}\beta\end{pmatrix} \tag{2}$$

式中：cα 是 cosα 的简写；sα 是 sinα 的简写等。第 *i* 条支链的几何量为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{r}_i=\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}_i && \boldsymbol{l}_i=\boldsymbol{p}+\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{B}_i\\ &L_i=\left\|\boldsymbol{l}_i\right\|_2 && \boldsymbol{e}_i=\frac{\boldsymbol{l}_i}{L_i}\\ &\Delta L_i=L_i-L_{i0} && i=1,\cdots,6\end{aligned} \tag{3}$$

式中，$\boldsymbol{r}_i$ 为第 *i* 个动平台铰点相对于动平台中心 P 的位置矢量在基坐标系中的表示；$\boldsymbol{l}_i$ 为由静平台铰点 $\boldsymbol{B}_i$ 指向动平台铰点 $\boldsymbol{A}_i$ 的支链矢量；$L_i=\left\|\boldsymbol{l}_i\right\|_2$ 为第 *i* 条支链长度；L_{i0} 为其参考位姿下的长度；$\boldsymbol{e}_i=\boldsymbol{l}_i/L_i$ 为支链单位方向向量。对应于 $\boldsymbol{R}_z\boldsymbol{R}_y\boldsymbol{R}_x$ 的基坐标系角速度与欧拉角导数关系为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{E}_{\mathrm{ZYX}}(\beta,\gamma)\dot{\boldsymbol{\eta}}\\ &\boldsymbol{E}_{\mathrm{ZYX}}=\begin{pmatrix}\mathrm{c}\gamma\mathrm{c}\beta & -\mathrm{s}\gamma & 0\\ \mathrm{s}\gamma\mathrm{c}\beta & \mathrm{c}\gamma & 0\\ -\mathrm{s}\beta & 0 & 1\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{4}$$

因此，定义支链长度变化率向量为 $\dot{\boldsymbol{L}}=\left[\dot{L}_1,\cdots,\dot{L}_6\right]^{\mathrm{T}}$，则其与平台瞬时旋量 $\left[\dot{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$ 以及广义速度 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 的关系分别为

$$\dot{\boldsymbol{L}}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{t}}(\boldsymbol{q})\begin{pmatrix}\dot{\boldsymbol{p}}\\ \boldsymbol{\omega}\end{pmatrix}=\boldsymbol{J}_q(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}, \tag{5}$$

其中

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{J}_{\mathrm{t}}(\boldsymbol{q})=\begin{pmatrix}\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{r}_1\times\boldsymbol{e}_1)^{\mathrm{T}}\\ \vdots & \vdots\\ \boldsymbol{e}_6^{\mathrm{T}} & (\boldsymbol{r}_6\times\boldsymbol{e}_6)^{\mathrm{T}}\end{pmatrix},\\ &\boldsymbol{J}_q(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}_{\mathrm{t}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{T}(\boldsymbol{q}),\\ &\boldsymbol{T}(\boldsymbol{q})=\mathrm{blkdiag}(\boldsymbol{I}_3,\boldsymbol{E}_{\mathrm{ZYX}})\end{aligned}$$

由虚功原理 $\boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}}\delta\boldsymbol{L}=\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\delta\boldsymbol{q}$ 可得支链轴向驱动力 $\boldsymbol{\tau}=[\tau_1,\cdots,\tau_6]^{\mathrm{T}}$ 与广义力 $\boldsymbol{Q}$ 之间的映射关系

$$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{J}_q^{\mathrm{T}}(q)\boldsymbol{\tau} \tag{6}$$

本文数值实现中，支链速度与驱动力映射采用 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{t}}$，该处理等价于在小姿态范围内近似取 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{ZYX}}\approx\boldsymbol{I}_3$。鉴于姿态参考相对中位姿不超过 0.5°，因而仿真结果仅适用于上述小角度范围，不作大姿态运动条件下的外推。

实际与标称动力学模型采用拉格朗日方法建立与 $\boldsymbol{q}$ 对应的笛卡尔空间动力学。Stewart 平台动力学也可由 Newton-Euler 法推导为六维任务空间方程；本文为保持动力学建模与数值实现的一致性，采用拉格

朗日形式。以下标 p 表示被控对象实际模型，则

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{q}+\boldsymbol{G}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}_{\mathrm{p},q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}} \tag{7}$$

其中，$\boldsymbol{M}_{\mathrm{p}}$ 为平台与支链的等效惯性矩阵，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}\dot{\boldsymbol{q}}$ 为科氏力与离心力项，$\boldsymbol{G}_{\mathrm{p}}$ 为重力项，$\boldsymbol{d}$ 为外部广义扰动，$\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}}$ 为环境作用于平台的有向接触力旋量。在参数不确定性仿真中，$\boldsymbol{M}_{\mathrm{p}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}$、$\boldsymbol{G}_{\mathrm{p}}$ 由改变后的被控对象参数计算，而控制器始终使用标称量 M_0，C_0，G_0，$J_{0,\mathrm{q}}$。两者的差异与 $\boldsymbol{d},\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}}$ 一并归入加速度域集总扰动。标称几何与惯性参数见表 1。

2.2. 固定法向单侧接触模型

连续接触力模型通常以法向穿透量、穿透速度、接触刚度和耗散参数描述碰撞或持续接触过程。本文不采用完整的 Hertz 或 Hunt-Crossley 非线性冲击模型，而考虑柔顺按压过程中的任意固定法向单侧接触。为使接触模型不依赖基坐标系中的特定轴向，建立固定接触任务坐标系$\{S\}$，并令其 $\mathrm{Z_S}$ 轴与环境接触面的固定单位法向量 $\boldsymbol{n}$ 重合。记从任务坐标系$\{S\}$到基坐标系$\{C\}$的恒定旋转矩阵为 ${}^{C}\boldsymbol{R}_{S}$，则 $\boldsymbol{n}={}^{C}\boldsymbol{R}_{S}\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{e}_3=[0,0,1]^{\mathrm{T}}$。

规定正 $\mathrm{Z_S}$ 为平台向环境压入的方向，设 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{c}}$ 为平台接触点在基坐标系$\{C\}$中的位置，$\boldsymbol{p}_{\mathrm{s}}$ 为接触平面上的固定参考点，则法向穿透量及穿透速度分别定义为 $\delta=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{p}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{p}_{\mathrm{s}})$，$\dot{\delta}=\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{c}}$。

接触指示函数定义为 $H(\delta)=1(\delta>0)$ 和 $H(\delta)=0(\delta\le 0)$。在上述固定法向单侧接触模型下，非负接触力幅值定义为

$$F_{\mathrm{c}}=H(\delta)\left[k_{\mathrm{c}}\delta+c_{\mathrm{c}}\max\left(0,\dot{\delta}\right)\right]\ge 0 \tag{8}$$

其中 δ 和 $\dot{\delta}$ 分别为穿透量和穿透速度，k_{c} 和 c_{c} 为法向刚度和阻尼，式(9)使未接触时的弹性力和阻尼力同时为零，且阻尼项仅在平台沿正法向继续压入，即 $\dot{\delta}>0$ 时作用。

在接触任务坐标系$\{S\}$中，力传感器或接触模型输出的非负接触力幅值旋量记为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}}=[0\quad 0\quad F_{\mathrm{c}}\quad 0\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$，环境作用于平台的反力与正 $\mathrm{Z_S}$ 压入方向相反，本文假设法向接触力作用于动平台中心 P，不产生附加接触力矩，因此其在基坐标系$\{C\}$中的有向接触力旋量为

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}}=\begin{bmatrix}-F_{\mathrm{c}}\boldsymbol{n}\\ \boldsymbol{0}_3\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

式中，$\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}}$ 表示接触力的非负测量幅值旋量，$\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}}$ 表示环境实际作用于平台的有向接触力旋量，二者的前三个分量为力，后三个分量为力矩。

本文数值仿真令接触点与动平台中心重合，即 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{c}}=\boldsymbol{p}$，并取 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{s}}=[0,0,z_{\mathrm{s}}]^{\mathrm{T}}$ 和 ${}^{C}\boldsymbol{R}_{S}=\boldsymbol{I}_3$。因此有 $\boldsymbol{n}=[0,0,1]^{\mathrm{T}}$、$\delta=z-z_{\mathrm{s}}$，任意固定法向模型退化为本文采用的 $\mathrm{Z_S}$ 向接触模型。式(8)中的有向接触力旋量退化为 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}}=[0\quad 0\quad -F_{\mathrm{c}}\quad 0\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$。

因此，现有 $\mathrm{Z_S}$ 向接触仿真是上述任意固定法向模型的一个有代表性方向算例。本文暂不考虑接触法向随时间变化、曲面接触、侧壁接触及接触力矩等情况。

标称参数为 $z_{\mathrm{s}}=0.590$ m、$k_{\mathrm{c}}=2.0\times10^{4}$ N/m、$c_{\mathrm{c}}=120$ N·s/m，目标力幅值为 $F_{\mathrm{d}}=50$ N。在接触失配子工况中，参考生成和控制器仍使用标称值，被控对象使用 $z_{\mathrm{s,a}}=z_{\mathrm{s}}+0.5$ mm、$k_{\mathrm{c,a}}=2.8\times10^{4}$ N/m 和 $c_{\mathrm{c,a}}=80$ N·s/m。

3. 控制器设计

所构建的复合控制框架如图 2 所示。导纳外环以力幅值误差生成位姿修正 $\Delta\boldsymbol{q}$，得到有效参考 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}^{*}$，

PD、SMC、FT-SMC 或 ESO-FTSMC 内环跟踪 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}^{*}$。所有内环共用标称计算力矩映射

$$\boldsymbol{\tau}=\left[\boldsymbol{J}_{0,q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{q})\right]^{-1}\left[\boldsymbol{M}_{0}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{v}+\boldsymbol{C}_{0}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+G_{0}(\boldsymbol{q})\right]. \tag{9}$$

式(9)在数值实现中通过求解线性方程获得支链驱动力，当映射矩阵的倒条件数小于 10^{-10} 时使用伪逆作为数值保护。跟踪误差定义为

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}^{*},\ \dot{\boldsymbol{e}}=\dot{\boldsymbol{q}}-\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{d}}^{*}. \tag{10}$$

式中 v 为控制器生成的虚拟广义加速度，其前三个分量单位为 m/s²，后三个分量单位为 rad/s²；$\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}^{*}$ 为加入导纳修正后的有效位姿参考；$\boldsymbol{e}$ 和 $\dot{\boldsymbol{e}}$ 分别为位姿跟踪误差和速度跟踪误差。

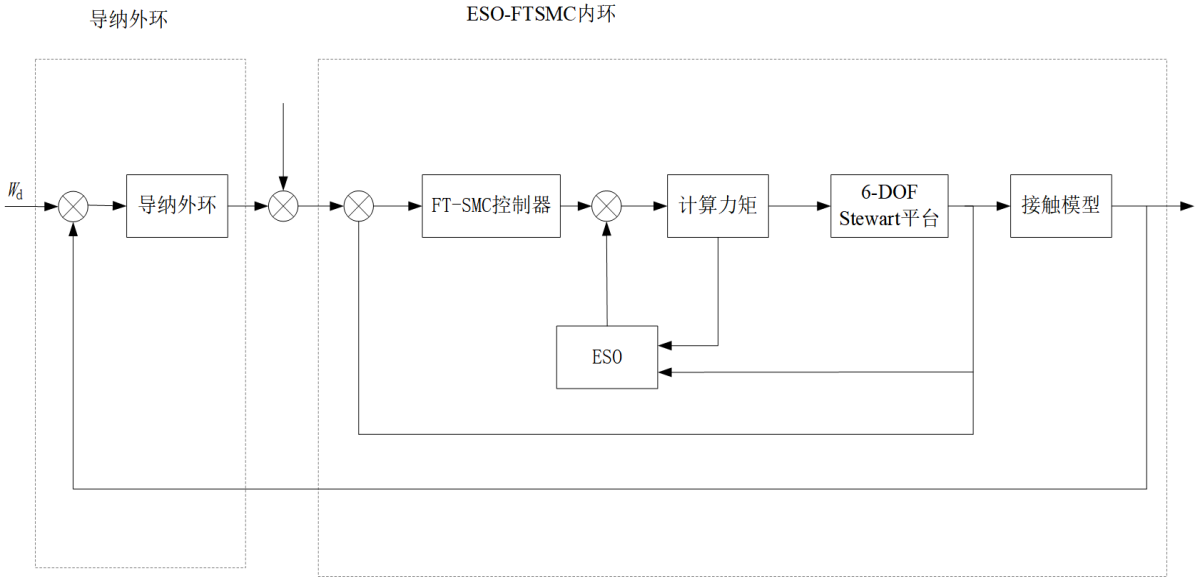


Figure 2. Block diagram of the admittance coupled ESO-FTSMC control framework
图 2. 导纳耦合 ESO-FTSMC 控制框架图

3.1. 扩张状态观测器

ESO 将内部不确定性和外部扰动统一扩展为附加状态实时估计；其收敛性依赖总扰动正则性、增益和测量噪声等条件。为区分标称模型与被控对象，将式(7)的实际加速度分解为

$$\begin{aligned}\ddot{\boldsymbol{q}}&=\boldsymbol{f}_{0}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\boldsymbol{\tau})+\boldsymbol{\Delta},\\ \boldsymbol{f}_{0}&=\boldsymbol{M}_{0}^{-1}\left(\boldsymbol{J}_{0,q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{C}_{0}\dot{\boldsymbol{q}}-\boldsymbol{G}_{0}\right),\\ \boldsymbol{\Delta}&=\boldsymbol{M}_{p}^{-1}\left(\boldsymbol{J}_{\mathrm{p},q}^{\mathrm{T}}\tau-\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}\dot{\boldsymbol{q}}-\boldsymbol{G}_{\mathrm{p}}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}}\right)-\boldsymbol{f}_{0}.\end{aligned} \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{f}_{0}$ 是控制器可计算的标称加速度，$\boldsymbol{\Delta}$ 同时包含平台模型失配、外部扰动和接触反力，其单位与 $\ddot{\boldsymbol{q}}$ 一致。线性 ESO 为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{z}}_{1}&=\boldsymbol{z}_{2}-\beta_{1}(\boldsymbol{z}_{1}-\boldsymbol{q}),\\ \dot{\boldsymbol{z}}_{2}&=\boldsymbol{f}_{0}+\boldsymbol{z}_{3}-\beta_{2}(\boldsymbol{z}_{1}-\boldsymbol{q}),\\ \dot{\boldsymbol{z}}_{3}&=-\beta_{3}(\boldsymbol{z}_{1}-\boldsymbol{q}),\end{aligned} \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{z}_{1},\boldsymbol{z}_{2},\boldsymbol{z}_{3}$ 分别估计 $\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\boldsymbol{\Delta}$。按观测器带宽参数化取 $\beta_{1}=3\omega_{o}$、$\beta_{2}=3\omega_{o}^{2}$、$\beta_{3}=\omega_{o}^{3}$；当 $\omega_{o}=30$ 时，有

$(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=(90,2700,27000)$。当 $\dot{\boldsymbol{\Delta}}$ 有界时，线性 ESO 的估计误差可最终有界，但有限带宽下不能假定 $\boldsymbol{z}_3\equiv\boldsymbol{\Delta}$。

3.2. 导纳外环

导纳控制通过预设的虚拟动力学将测量交互力映射为运动参考，其闭环性能同时受到虚拟参数和内层运动控制带宽影响。本文导纳外环使用非负测量幅值旋量 $W_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}}$，而不是式(7)中的有向平台反力 $W_{\mathrm{c}}^{\mathrm{p}}$：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{M}_{\mathrm{d}}\Delta\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}\Delta\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}_{\mathrm{d}}\Delta\boldsymbol{q}=\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{m}}-\boldsymbol{W}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}},\\&\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}^{*}=\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}+\Delta\boldsymbol{q}.\end{aligned}\tag{13}$$

本文只激活接触任务坐标系中的 $\mathrm{Z_S}$ 向法向力通道 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{m}}=[0,0,F_{\mathrm{d}},0,0,0]^{\mathrm{T}}$。由于正 $\mathrm{Z_S}$ 为压入方向，当 $F_{\mathrm{c}}<F_{\mathrm{d}}$ 时式(13)生成的正 $\mathrm{Z_S}$ 向修正，与式(8)的接触判据一致。为限制导纳外环产生的位姿、速度和加速度修正量，本文在数值实现中分别对 $\Delta\boldsymbol{q}$、$\Delta\dot{\boldsymbol{q}}$ 和 $\Delta\ddot{\boldsymbol{q}}$ 施加分量限幅：位移上限为[4, 32, 10] mm；转角上限为 $[3.5,3.5,28]^{\circ}$；平移速度上限为[0.010, 0.012, 0.012] m/s；角速度上限为 $[3,3,10]$ °/s；加速度数值上限取对应速度上限的 20 倍。

3.3. ESO-FTSMC 复合控制与收敛性边界

在分段幂次 FT-SMC 上加入 ESO 前馈补偿，得

$$v_i=\ddot{q}_{\mathrm{d},i}^{*}-D_i(e_i,\dot{e}_i)-c_1[s_i]^{\gamma}-c_2[s_i]^{\eta_r}-ks_i-z_{3,i}.\tag{14}$$

导纳外环首先在接触任务坐标系$\{S\}$中生成修正量。对于本文仅激活的法向平移通道，其基坐标系修正量为 $\Delta\boldsymbol{p}^{\mathrm{C}}={}^{\mathrm{C}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}\Delta\boldsymbol{p}^{\mathrm{S}}$。由于 ${}^{\mathrm{C}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}$ 为常矩阵，固定法向变换不改变导纳方程的结构；本文仿真取 ${}^{\mathrm{C}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}=\boldsymbol{I}_3$。设估计残差 $\tilde{\boldsymbol{\Delta}}=\boldsymbol{\Delta}-\boldsymbol{z}_3$，小误差重构导数不一致引入残余项 $\boldsymbol{\rho}$，则实际滑模动态包含 $\tilde{\boldsymbol{\Delta}}+\boldsymbol{\rho}$。在 $\tilde{\boldsymbol{\Delta}}$ 有界、标称雅可比非奇异、接触力有界，且趋近项能够支配该残余项的条件下，可期望 $\boldsymbol{s}$ 与 $\boldsymbol{e}$ 在与残差大小有关的时间内进入原点附近小邻域。当 $\tilde{\boldsymbol{\Delta}}\to0$、$\boldsymbol{\rho}\to0$ 且限幅未激活时，才可恢复理想固定时间动态的讨论。由于 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{d}}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{d}}$、$\boldsymbol{K}_{\mathrm{d}}$ 的对角元均为正，未饱和的导纳子系统对有界力误差是 BIBO 稳定的；该结论不等同于对含非线性接触的整个双闭环给出全局稳定性证明。

4. 仿真设置

所有控制器在同一 MATLAB 框架下运行，各工况内共享相同的被控对象、轨迹、接触参数、扰动、初值和求解器设置，差异仅为内环控制律及 ESO 是否启用。

4.1. 数值配置与参数

本文平台几何与动力学参数取自实验室实物平台，执行器约束测试采用实际电动缸的额定推力、额定速度和标称行程；其余执行器动态、摩擦及接触参数为理论敏感性设置。因此，该测试属于基于实物平台参数的硬件信息驱动数值仿真，不构成硬件在环或物理实验验证。

数值积分采用 MATLAB R2022b 变步长刚性求解器 ode15s，设置 RelTol = 1e−6、AbsTol = 1e−8。t = 0:0.01:T 中的 0.01 s 为保存和输出网格间隔，不是固定控制周期或最大积分步长；控制器和 ESO 作为连续时间微分方程与被控对象同步积分，没有零阶保持环节。

平台初始位姿为 $\boldsymbol{q}(0)=[0,0,0.586,0,0,0]^{\mathrm{T}}$，初始速度为零；ESO 初值为 $\boldsymbol{z}_1(0)=\boldsymbol{q}(0)$、$\boldsymbol{z}_2(0)=\boldsymbol{z}_3(0)=0$，导纳位移与速度初值均为零。连续仿真未设置支链饱和，仅对导纳修正量执行分量限幅。平台、控制器及接触/导纳参数分别见表 1~3。

Table 1. Nominal platform parameters
表 1. 标称平台参数

参数	取值
定平台半径	0.275 m
动平台半径	0.250 m
中位高度	0.586 m
动平台质量 m_p	100 kg
转动惯量	diag (50, 50, 100) kg·m^2
支链等效质量(每条)	30 kg
重力加速度	9.81 m/s^2

Table 2. Controller parameters
表 2. 控制器参数

参数	取值
PD，K_p	diag (420, 420, 2500, 3800, 68000, 18200)
PD，K_v	diag (330, 280, 620, 260, 2600, 360)
SMC，滑模面	$\boldsymbol{\Lambda}=16\boldsymbol{I}_6$
SMC，趋近项	$K=3I_6$，$\phi=0.01$
FT-SMC，分段滑模面	$k_1=4$，$k_2=3.2$，$m_1=1.2$，$m_2=0.75$，$\bar{\eta}=10^{-3}$
FT-SMC，趋近律	$c_1=20$，$c_2=16$，$\gamma=1.6$，$\eta_r=0.6$，$k=10$
ESO，带宽增益	$\omega_o=30$，$(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=(90,2700,27000)$

Table 3. Contact and admittance parameters
表 3. 接触与导纳参数

参数	取值
标称接触 z_s，k_c，c_c	0.590 m, 2.0 × 10^4 N/m, 120 N·s/m
失配接触 $z_{s,a}$，$k_{c,a}$，$c_{c,a}$	0.5905 m, 2.8 × 10^4 N/m, 80 N·s/m
目标力 F_d	50 N
导纳质量 $\boldsymbol{M}_d$	diag (4.5, 4.5, 5.0, 0.28, 0.28, 0.24)
导纳阻尼 $\boldsymbol{B}_d$	diag (320, 320, 360, 26, 26, 18)
导纳刚度 $\boldsymbol{K}_d$	diag (900, 1100, 1400, 18, 18, 8)
位移/转角修正上限	[4, 32, 10] mm; [3.5, 3.5, 28]˚
线/角速度修正上限	[0.010, 0.012, 0.012] m/s; [3, 3, 10] ˚/s
标称接触 z_s,k_c,c_c	0.590 m, 2.0 × 10^4 N/m, 120 N·s/m

4.2. 输入轨迹与工况

自由空间跟踪、扰动抑制和平台参数不确定性工况采用

$$\boldsymbol{q}_d(t)=\boldsymbol{q}_0+\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\odot\sin(2\pi\boldsymbol{f}t-\pi/2), \tag{15}$$

其中，平移和转动幅值分别为 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}=[2.5,2.5,2.5]^{\mathrm{T}}$ mm，$\boldsymbol{A}_{\theta}=[0.25,0.25,0.25]^{\mathrm{T}}{}^{\circ}$，且 $\boldsymbol{A}=\left[\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{A}_{\theta}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{f}=[0.10,0.12,0.08,0.09,0.11,0.07]^{\mathrm{T}}$ Hz，式中，$\odot$ 表示分量乘法。该轨迹从 $\boldsymbol{q}_0$ 平滑起步，每个通道的峰–峰行程为 $2\boldsymbol{A}$，因而相对中位姿的最大平移和转动偏移分别为 5 mm 和 0.5°。这三类工况的仿真时间均为 20 s。

接触力工况的基础参考保持为 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}=[0,0,z_{\mathrm{d}},0,0,0]^{\mathrm{T}}$。其中 $z_{\mathrm{d}}=z_{\mathrm{s}}+F_{\mathrm{d}}/k_{\mathrm{c}}=0.5925$ m，仿真时间为 15 s。平台由 $z(0)=0.586$ m 的未接触状态起步，接触在运动过程中自然发生。

数值仿真取任务坐标系与基坐标系的法向轴重合，当前 Z_S 向工况仅为固定法向模型的代表算例。主体设置 4 组仿真工况；另进行 100 Hz 约束测试、ESO 直接评价和非理想因素敏感性分析，均属于数值仿真。

仿真工况 1 (自由空间轨迹跟踪)：无接触、无外部扰动、被控对象与控制器参数相同。

仿真工况 2 (扰动抑制)：5~7 s 施加 Z_S 向−200 N 阶跃力；10~12 s 施加 x 向幅值 80 N、频率 2 Hz 的正弦力；15~18 s 施加 y/z 向幅值分别为 60/80 N 的重复性多频扰动。多频标量为

$$n(t)=0.55\sin\left(2\pi 17t'\right)+0.30\sin\left(2\pi 29t'+0.7\right)+0.15\sin\left(2\pi 43t'+1.2\right), \tag{16}$$

其中 $t'=t-15$ s。该输入为确定性信号，不涉及随机种子。

仿真工况 3 (Z_S 向接触力调节)：标称接触参数下比较四种内环与同一导纳外环的组合；子工况 3b 中被控对象改用表 3 失配接触参数，控制器仍用标称参数。

仿真工况 4 (平台参数不确定性)：被控对象动平台质量、转动惯量和支链质量同时增加 10%，控制器仍用表 1 标称参数。

4.3. 评价指标

对第 i 个通道的 N 个输出样本，定义

$$\begin{aligned}\mathrm{RMSE}_i&=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}e_i^2(k)},\\ E_{i,\max}&=\max_k\left|e_i(k)\right|.\end{aligned} \tag{17}$$

平移和转动综合 RMSE 分别由三个对应通道的 RMSE 按二范数计算，二者不进行混合。支链驱动力峰值定义为全时域内六条支链驱动力绝对值的最大值。

接触指标包括全时域峰值 $\max F_{\mathrm{c}}$、末 0.5 s (即末 51 个输出样本)平均绝对力误差

$$\bar{E}_{F,0.5}=\frac{1}{51}\sum_{k=N-50}^{N}\left|F_{\mathrm{c}}(k)-F_{\mathrm{d}}\right|, \tag{18}$$

以及力误差进入并此后保持在±1 N 带内的调节时间。

5. 结果与讨论

5.1. 自由空间轨迹与跟踪

仿真工况 1 中四类控制器的六通道 RMSE 位于 10^{-10}~10^{-7} 数量级，向 RMSE 位于 2.81×10^{-10}~2.82×10^{-9} m，仅表明标称模型与计算力矩控制的数值一致性，故不再单独给出曲线

5.2. 扰动抑制

图 3 和表 4 表明，ESO-FTSMC 的 Z_S 向 RMSE 为 3.389×10^{-5} m，为四种方法中最低。SMC 的最大平移误差和转动综合 RMSE 低于 ESO-FTSMC，说明所提方法并非所有指标均最优；FT-SMC 加入 ESO

后 Z_S 向 RMSE 明显下降，表明该工况下的改善主要来自 ESO 补偿。

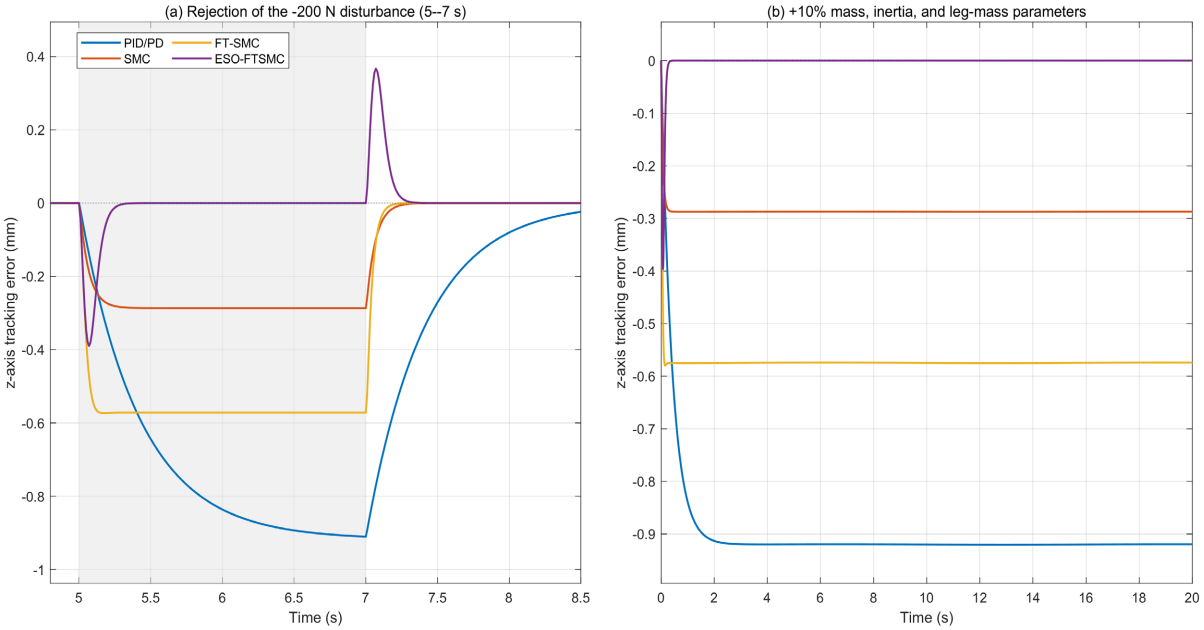


Figure 3. Z_S-direction tracking errors under external disturbance and platform parameter uncertainties: (a) −200 N disturbance; (b) 10% increases in platform mass, moment of inertia and limb mass
图 3. 外部扰动与平台参数不确定性下的 Z_S 向跟踪误差：(a) −200 N 外部扰动；(b) 平台质量、转动惯量和支链质量均增加 10%

Table 4. Tracking and actuation metrics for disturbance rejection and plant-parameter uncertainty
表 4. 扰动抑制与平台参数不确定性中的跟踪与驱动力指标

工况	控制器	Z_S 向 RMSE/m	平移综合 RMSE/m	转动综合 RMSE/rad	最大平移误差/m	max$\|\tau_i\|$/N
E2 外扰	PD	2.586e−04	2.613e−04	2.535e−09	9.098e−04	465.33
E2 外扰	SMC	8.921e−05	9.131e−05	8.470e−09	2.866e−04	467.36
E2 外扰	FT-SMC	1.792e−04	1.806e−04	2.718e−07	5.731e−04	469.00
E2 外扰	ESO-FTSMC	3.389e−05	4.014e−05	2.718e−07	3.897e−04	470.26
E4 参数 + 10%	PD	9.053e−04	9.053e−04	3.973e−08	9.202e−04	407.40
E4 参数 + 10%	SMC	2.867e−04	2.867e−04	5.087e−08	2.875e−04	407.35
E4 参数 + 10%	FT-SMC	5.736e−04	5.736e−04	1.436e−08	5.796e−04	407.37
E4 参数 + 10%	ESO-FTSMC	2.472e−05	2.472e−05	1.007e−08	3.964e−04	407.57

5.3. 标称接触力调节

仿真工况 3 的接触力响应见图 4，指标见表 5。相对 PD + 导纳，SMC、FT-SMC 和 ESO-FTSMC 组合分别将峰值由 101.85 N 降至 79.85、71.16 和 71.76 N，后两者降幅约为 30%。ESO-FTSMC 的末 0.5 s 平均绝对力误差为 3.888×10^{-8} N，在标称模型下达到数值稳态。分段幂次滑模内环与较低接触峰值相关，ESO 进一步消除内环稳态残差。

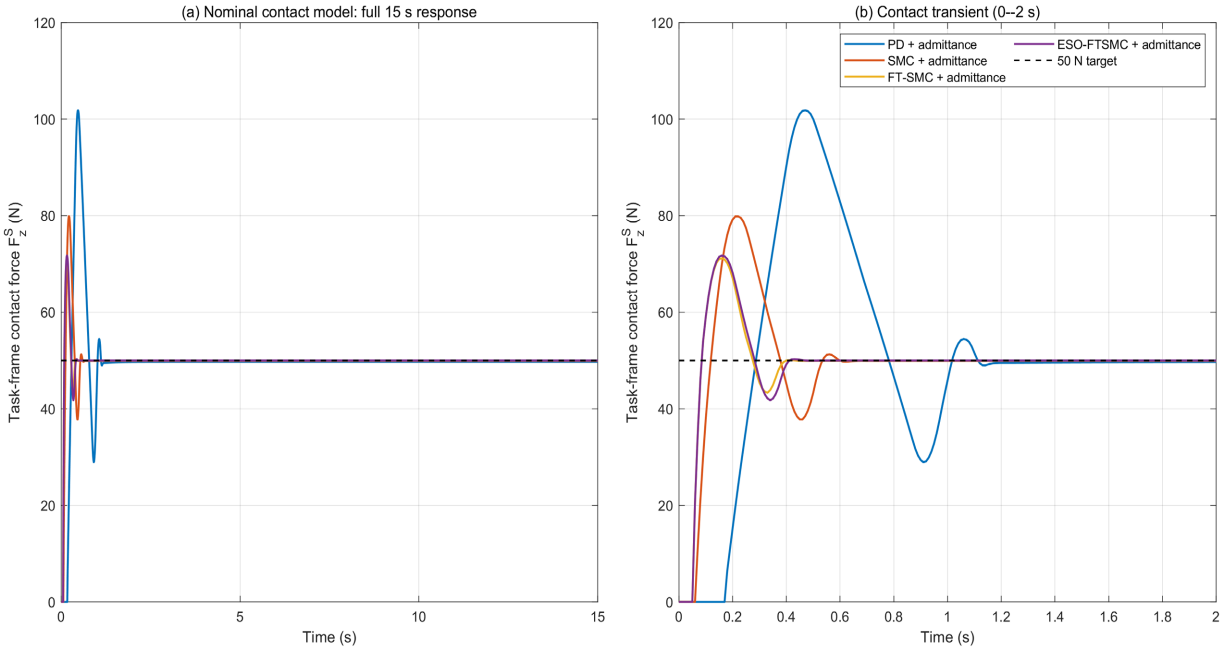


Figure 4. Task-frame Z_S-direction contact force under nominal contact: (a) full time history; (b) contact transient
图 4. 标称接触下任务坐标系 Z_S 向接触力：(a) 全时域；(b) 接触瞬态

Table 5. Contact-force regulation metrics under nominal and mismatched conditions
表 5. 标称与失配接触力调节指标

工况	控制器	峰值力/N	末 0.5 s 力 MAE/N	±1 N 调节时间/s	max|τ_i|/N
标称接触	PD + 导纳	101.85	0.298	1.11	592.35
标称接触	SMC + 导纳	79.85	0.094	0.58	424.29
标称接触	FT-SMC + 导纳	71.16	0.076	0.38	486.28
标称接触	ESO-FTSMC + 导纳	71.76	3.888e−08	0.40	486.28
接触失配	PD + 导纳	133.86	0.020	1.48	592.35
接触失配	SMC + 导纳	98.27	0.190	0.78	424.29
接触失配	FT-SMC + 导纳	85.90	0.207	0.52	486.28
接触失配	ESO-FTSMC + 导纳	86.81	0.286	0.61	486.28

5.4. 接触参数失配

子工况 3b 中，FT-SMC 和 ESO-FTSMC 的峰值力分别为 85.90 N 和 86.81 N，均低于 PD 的 133.86 N 和 SMC 的 98.27 N (图 5 和表 5)，表明其在本组失配参数下仍能较好抑制接触瞬态峰值。但 ESO-FTSMC 的末 0.5 s 力 MAE 为 0.286 N，高于 PD 的 0.020 N，不能据此声称其失配稳态力精度最优。

该稳态现象可由固定导纳外环的静态特性解释：理想内环跟踪下消去稳态修正量可得 $F_\infty = 50.286$ N，与 ESO-FTSMC 的 0.286 N 末段偏差一致；该偏差由 $K_{d,z} = 1400$ N/m、$k_{c,a} = 2.8 \times 10^4$ N/m 及 $z_{s,a} = 0.5905$ m 共同决定，并非 ESO 失效。PD 末 0.5 s 约-2.29×10^{-4} m 的 Z_S 向内环跟踪残差部分抵消了上述导纳静态偏差，因此其较小的末段力误差并不能直接反映更强的参数失配鲁棒性。

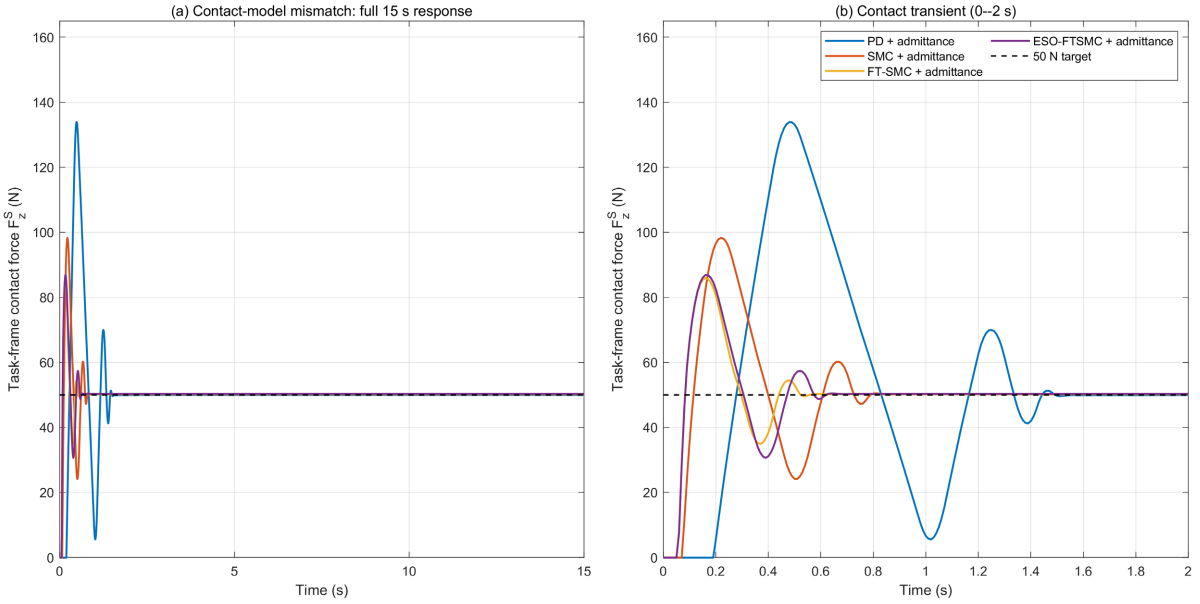


Figure 5. Task-frame Z_S-direction contact force under contact-parameter mismatch: (a) full time history; (b) contact transient
图 5. 接触参数失配下任务坐标系 Z_S 向接触力：(a) 全时域；(b) 接触瞬态

5.5. ESO 直接评价

图 6 和表 6 比较 ESO 第三状态 z3 与数值模型构造的等效集总扰动。z 通道初始化后最大绝对误差由 5.6998 m/s² 降至 3.8470 m/s²，但其余通道 RMSE 未一致下降，因此该结果仅支持观测器与仿真等效参考的一致性评价，不代表硬件扰动重构精度。

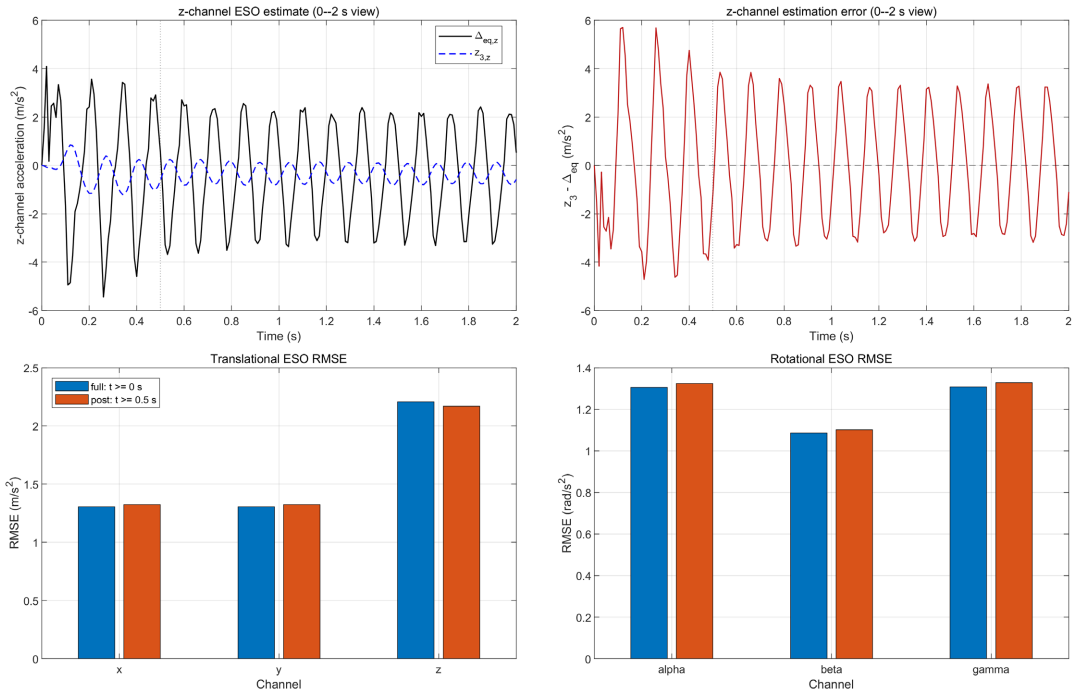


Figure 6. Direct six-channel ESO comparison over the full and post-initialization windows
图 6. ESO 六通道全时段与初始化后双窗口直接对比

Table 6. Dual-window ESO error metrics for six channels
表 6. ESO 六通道双窗口误差指标

通道	单位	全时段 RMSE	全时段 MAE	全时段最大绝对误差	$t \geq 0.5$ s RMSE	$t \geq 0.5$ s MAE	$t \geq 0.5$ s 最大绝对误差
x	m/s^2	1.3051	1.1388	2.0309	1.3238	1.1651	2.0309
y	m/s^2	1.3051	1.1388	2.0309	1.3238	1.1651	2.0309
z	m/s^2	2.2069	1.9357	5.6998	2.1692	1.9103	3.8470
α	rad/s^2	1.3054	1.1387	2.0221	1.3242	1.1651	2.0221
β	rad/s^2	1.0868	0.9376	1.6210	1.1013	0.9571	1.6210
γ	rad/s^2	1.3082	1.1406	2.0220	1.3278	1.1683	2.0220

6. 结束语

本文针对六自由度 Stewart 平台的任意固定法向单侧接触力调节，构建并评估了导纳耦合 ESO-FTSMC 复合控制框架。数值验证取任务坐标系 ZS 轴与基坐标系 Z 轴重合的代表工况：导纳外环将力误差转化为位姿修正，分段幂次 FT-SMC 内环跟踪修正参考，ESO 估计并前馈补偿加速度域集总扰动。考虑小误差重构和 ESO 残差，本文将收敛结论限定为原点附近的实用收敛。

主要数值结论如下：

1) 标称接触中，FT-SMC 和 ESO-FTSMC 将峰值力由 PD + 导纳的 101.85 N 降至 71.16 N 和 71.76 N；ESO-FTSMC 的末 0.5 s 平均绝对力误差为 3.89×10^{-8} N。

2) 接触参数失配时，FT-SMC 和 ESO-FTSMC 的峰值力仍低于 PD/SMC 基线，但 ESO-FTSMC 的末 0.5 s 力误差为 0.286 N，并非最小。该偏差主要由固定导纳参数与实际接触参数共同决定。

3) 外扰和平台参数失配工况中，ESO-FTSMC 的向及平移综合 RMSE 均最低；不含 ESO 的 FT-SMC 未一致优于 SMC，表明改善主要与 ESO 补偿相关。

4) 100 Hz 约束测试、ESO 双窗口评价和参数敏感性分析表明：重整定 PD 在约束工况下未触发约束；硬接触、幂次接触和组合不利参数会增大接触峰值或起始/末段力误差，且多因素影响并非单调叠加；ESO 误差可直接量化但各通道 RMSE 未一致改善。

本文结论均来自数值仿真，尚未经硬件在环或物理实验验证。因此，所得结果仅用于说明给定数学模型、控制参数和接触条件下各控制方法的相对性能，不能作为真实平台绝对跟踪精度、接触安全性或工程可靠性的直接证据。100 Hz 约束测试虽然考虑了支链推力、推力变化率、速度、行程及一阶执行器动态，但仍不能代替真实系统中的传感器噪声、通信延迟、结构柔性、关节间隙和摩擦辨识。物理样机验证是后续工作的重点。

后续将建立含径向间隙、侧壁接触和接触力矩的三维轴孔模型，完善姿态映射和执行器约束，研究参数失配下的导纳自适应整定，并通过硬件实验检验实时性、接触安全性与模型适用性。

参考文献

[1] Stewart, D. (1965) A Platform with Six Degrees of Freedom. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, **180**, 371-386. https://doi.org/10.1243/pime_proc_1965_180_029_02

[2] Fichter, E.F. (1986) A Stewart Platform-Based Manipulator: General Theory and Practical Construction. *The International Journal of Robotics Research*, **5**, 157-182. https://doi.org/10.1177/027836498600500216

[3] 王晓悦. Stewart 并联机器人的滑模控制研究[D]: [硕士学位论文]. 无锡: 江南大学, 2024.

[4] 米钇朴. 并联机器人稳定平台控制系统研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 北京建筑大学, 2025.

[5] Bellakehal, S., Andreff, N., Mezouar, Y. and Tadjine, M. (2011) Vision/Force Control of Parallel Robots. *Mechanism and Machine Theory*, **46**, 1376-1395. https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.05.010

[6] Navvabi, H. and Markazi, A.H.D. (2019) Hybrid Position/Force Control of Stewart Manipulator Using Extended Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controller (E-AFSMC). *ISA Transactions*, **88**, 280-295. https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.11.037

[7] Zhang, S., Wang, Y., Liang, S., Han, H., Jiang, Z. and Zhang, M. (2025) Research on Robotic Peg-in-Hole Assembly Method Based on Variable Admittance. *Applied Sciences*, **15**, Article No. 2143. https://doi.org/10.3390/app15042143

[8] Bhat, S.P. and Bernstein, D.S. (2000) Finite-Time Stability of Continuous Autonomous Systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, **38**, 751-766. https://doi.org/10.1137/s0363012997321358

[9] Zuo, Z. (2015) Non-Singular Fixed-Time Terminal Sliding Mode Control of Non-Linear Systems. *IET Control Theory & Applications*, **9**, 545-552. https://doi.org/10.1049/iet-cta.2014.0202

[10] Han, J. (2009) From PID to Active Disturbance Rejection Control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **56**, 900-906. https://doi.org/10.1109/tie.2008.2011621

[11] Siciliano, B. and Villani, L. (1999) Robot Force Control. Kluwer Academic Publishers.

[12] Keemink, A.Q., van der Kooij, H. and Stienen, A.H. (2018) Admittance Control for Physical Human-Robot Interaction. *The International Journal of Robotics Research*, **37**, 1421-1444. https://doi.org/10.1177/0278364918768950

[13] 邓槟槟, 尚伟伟, 张彬, 等. 6 自由度绳索牵引并联机器人的快速终端滑模同步控制[J]. 机械工程学报, 2022, 58(13): 50-58.