Advances in Psychology 心理学进展, 2024, 14(6), 419-427
Published Online June 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ap
https://doi.org/10.12677/ap.2024.146424

Hans汉斯

非符号数量系统的表征机制

严　格，黄　珂，杨宇涵，尹月阳*，刘　佳

江苏师范大学教育科学学院，江苏　徐州

收稿日期：2024年4月9日；录用日期：2024年6月17日；发布日期：2024年6月28日

摘　要

非符号数量系统是人类数量认知的基础。现有研究对非符号数量系统和符号数量系统的关系问题存在分歧，有人认为非符号数量系统是符号数量系统的基础，而另一些认为符号数量系统对非符号数量系统有促进作用。现有研究忽视了非符号数量系统表征机制的影响，因此要说明两者之间的关系，还需重点关注非符号数量系统表征方式的概念和表征机制的作用，以更全面地理解这一领域的研究。

关键词

非符号数量系统，精确表征，近似表征，表征机制

Representation Mechanisms of the Non-Symbolic Number System

Ge Yan, Ke Huang, Yuhan Yang, Yueyang Yin*, Jia Liu

School of Educational Sciences, Jiangsu Normal University, Xuzhou Jiangsu

Received: Apr. 9th, 2024; accepted: Jun. 17th, 2024; published: Jun. 28th, 2024

Abstract

The non-symbolic number system is fundamental to human numerical cognition. Current research on the relationship between the non-symbolic and symbolic number systems is divided. Some believe that the non-symbolic number system underlies the symbolic number system, while others argue that the symbolic number system enhances the non-symbolic one. Existing studies have overlooked the impact of representation mechanisms of the non-symbolic number system. To elucidate the relationship between the two, it is crucial to focus on the concepts of representation modes and the role of representation mechanisms in the non-symbolic number system. This will allow for a more comprehensive understanding of research in this field.

*通讯作者。

文章引用: 严格, 黄珂, 杨宇涵, 尹月阳, 刘佳(2024). 非符号数量系统的表征机制. *心理学进展, 14(6),* 419-427.
DOI: 10.12677/ap.2024.146424

Keywords

Non-Symbolic Number System, Precise Representation, Approximate Representation, Representation Mechanisms

1. 引言

数量认知作为信息加工的重要组成部分，其在人类适应环境、信息传递、社会合作等方面具有重要作用，在人类发展史上也扮演重要角色。人类除了拥有后天形成的依赖于语言系统的符号数量系统(Symbolic Number System, SNS)之外，还存在一个与动物共享的先天的非符号数量系统(Non-symbolic number system, NSNS) (Rugani et al., 2014)。对于动物来说，这种非符号数量系统也十分重要。例如，蜜蜂会利用花瓣的数量来辨别花的种类，鱼会选择游入更大的池塘以规避被捕食的风险(Agrillo et al., 2016; Gross et al., 2009)。近年来，关于非符号数量系统和符号数量系统之间的关系问题成为了研究热点(Peake & Rodríguez, 2020)，对此研究者们观点并不一致。有的研究者认为，非符号数量系统是符号数量系统的基础，而另外的研究者认为符号数量系统对非符号数量系统有促进作用。然而，大多数研究忽略了表征机制在其中的作用，而是将各种表征方式(近视表征、精确表征、顺序表征)混在一起，这可能是造成争议的原因之一。因此，表征机制的相关研究为解决争议提供了新的视角。本文将从非符号数量系统出发，对其表征机制进行深入探讨，力图梳理表征机制对两种数量系统之间关系的影响模型，为未来的研究提供新思路。

2. 非符号数量系统

根据数值范围，研究者将非符号数量系统分为精确数量系统(Exact Number System, ENS；小于 4)和近似数量系统(Approximate Number System, ANS；大于 4) (Feigenson et al., 2004)。这两者作为数量系统的重要组成部分，共同构成了人类数学能力发展的基础(Hyde et al., 2014; Park & Brannon, 2013)。

2.1. 精确数量系统

由于个体对 1~3 或 4 的数量进行精确的、快速的加工，并能持续追踪离散的物体，因此该数量系统被称为精确数量系统，或客体追踪系统(Object Tracking System, OTS)。

精确数量系统的范围极限是 3 还是 4，对此仍有争议。有研究者在实验中发现了数量 3 的限制，例如，Hyde (2011)发现幼儿在加工 3 个物体时表现出较高的准确性，但当数量超过 3 个时，幼儿的准确性显著下降。另一项研究通过视觉注意力测试发现，成人被试在同时跟踪 3 个物体时表现良好，但在跟踪 4 个或更多物体时成绩显著下降，表明人类大脑在同时加工 3 个以上的独立物体时会遇到困难(Franconeri et al., 2010)。然而，也有研究者发现精确数量系统的范围极限是 4。例如，有研究者发现，随着年龄的增长，儿童在加工 4 个物体时的精确性逐渐提高(Starkey & McCandliss, 2014)。这一结果表明，随着认知能力的发展，精确数量系统的极限可能会从 3 增加到 4。在动物的研究中也发现了 4 的限制。例如，研究者发现，恒河猴比较不同的数量时会有不同的选择模式。当在 1 和 2、2 和 3、3 和 4 之间进行选择时，它们往往会选择食物数量更多的盒子；而当在 4 与 5、3 与 6 之间进行选择时，它们往往会随机选择，这

表明恒河猴在区分超过 4 的数量时出现了自然限制(Wood et al., 2008)。以上不同结果表明，精确数量系统的极限范围可能会因实验任务、年龄或认知发展水平的不同而有所差异。

Pylyshyn 和 Storm (1988)提出客体追踪系统理论，用于解释精确数量系统的加工机制。该理论认为精确数量系统是一种精确的、一对一的表征方式，它可以对物体的连续属性进行表征(Mou & Van Marle, 2014; Revkin et al., 2008)。在精确数量系统中，加工对象往往与索引相联系。每个个体都有一个索引，它们集合在一起就会产生一组情景表征。当这些索引穿越空间或者被遮挡时，OTS 仍会保持对它们的追踪(Van Marle et al., 2018)。例如，当两个物体被编码为一个合集时，虽然没有基数可以表示该集合是由“两个”物体组成，但 OTS 可以利用一对一的分布特征来间接地表示集合中物体的数量。当两个物体同时出现时，系统会为每个物体分配一个唯一的索引，并将索引与物体的空间位置相关联。如果其中一个或多个物体被隐藏或移除，OTS 能够检测到索引数量与物体数量之间的差异，从而重新分配索引。这种一对一的分布特征使得 OTS 准确地识别物体数量的变化，并有效地跟踪集合中的物体。而精确数量系统的范围限制，该理论认为是由于认知资源分配的限制导致的。

在脑机制的研究中，研究者发现精确数量系统的脑区分布是双侧顶内沟(Intraparietal Sulcus, IPS)和前额叶皮层(Prefrontal Cortex, PFC) (Cantlon, 2012; Nieder & Dehaene, 2009)。其中，IPS 在从感觉输入转换到数量表征的过程中起着关键作用，而 PFC 则参与数量的比较和数量决策(Nieder, 2016)。此外，Piazza 等人(2012)发现，大脑的横向顶叶皮层(Bilateral Lateral Parietal Cortex, BLPC)在精确数量系统中也扮演着重要角色，并且其激活水平在专业数学家与非专业人士之间也存在明显差异。

2.2. 近似数量系统

近似数量系统是个体不依赖于数数的情况下，对一组大于 4 的非符号数量进行估计的数量系统(尹月阳，2019)。对于大于 4 的非符号数量，个体的表征往往是近似的、不精确的，并且遵循韦伯定律(Weber’s law)，即两个数量的距离越大，反应时越短，正确率越高。近似数量系统被认为是发展高级数学能力的基础(Dietrich et al., 2015)，是数学能力的核心部分。

近似数量系统通常被描绘为一个压缩的对数曲线(Cantlon et al., 2009)，即当非符号数量大于 4 时，个体的主观评估数量是客观数量的对数函数。每个数量表征(每条曲线的宽度)的标准差反映了“噪音”的大小，而“噪音”数量的指标通常使用韦伯系数(w) (Mazzocco et al., 2011)。除了韦伯系数，正确率也常作为近似数量系统敏锐度的指标，但韦伯系数才反映敏锐度的本质，韦伯系数不依赖于数量而是依赖于数量的比率(Halberda et al., 2008)，即当个体在比较两个非符号数量时，近似数量系统的加工能力取决于两个数量之间的比率而非数量的绝对值。此外，在相关研究中，研究者发现随着年龄的增长，近似数量系统的敏锐度也随之提高。幼儿 3 到 6 岁时近似数量系统敏锐度在不断提高(Halberda & Feigenson, 2008)；此后受到正式学校教育的 11~30 岁被试的近似数量系统敏锐度也在不断增加，30 岁左右达到顶峰，之后开始缓慢下降(Halberda et al., 2012)。

近似数量系统的加工机制有多种不同视角的理论模型解释。其中最具影响力的是四阶段模型(Four Stages Model)，该模型认为近似数量系统包括感觉阶段、标准化阶段、累加器阶段和数量选择阶段等四个阶段(Piazza & Izard, 2009)。在感觉阶段，对输入的感觉信息进行加工；在标准化阶段，从输入的感觉信息中筛选出数量信息，转换成可比较的标准格式，并将其输送到累加器中；然后将标准化的数量信息累积、整合，并表征为数量的心理量，即累加器阶段；最后的数量选择阶段，会基于之前形成的数量印象做出决策，选择一个最接近的数量，这个选择通常是基于比较和概率判断，而非精确计算。四阶段模型在 Stoianov 和 Zorzi (2012)的计算模型中得到了证实。

在脑机制的研究中，大脑中的顶叶区域，尤其是顶内沟(Intraparietal Sulcus, IPS)在近似数量系统中扮

演着重要的角色。通过功能磁共振成像(fMRI)的研究，发现大学生在加工非符号数量比率信息时，顶内沟反应活跃(Mock et al., 2018)；患有威廉综合症的儿童由于顶叶区域损伤，其近似数量系统的敏锐度显著低于正常发展的同龄儿童(Libertus et al., 2014)。此外，在电生理学的研究中，P2p 成分被视为衡量近似数量加工的关键指标。Rubinsten 等人通过点阵比较任务，发现顶枕区电极在 180~300 ms 间的 P2p 成分，其波幅和潜伏期受到数量比率的显著影响(Rubinsten et al., 2020)；Park 等人在控制了点阵刺激视觉属性的条件下，观察到顶枕区电极上的 P2p 成分波幅受到数量变化的影响(Park & Brannon, 2013)。

3. 非符号数量系统的表征机制

在以往的研究中，研究者根据加工的数量范围将非符号数量系统表征方式分为两种，一种是对 3 或 4 以下的小数量的精确表征，另一种是对 4 以上大数的近似表征。然而，近期研究表明，仅依据数量范围并不能完全区分表征的差异性，在精确数量系统中也可能存在近似表征，即对小数的加工也可能存在不同的表征方式。同样的，在近似数量系统中也可能存在着精确表征。

3.1. 精确表征

以往一些研究者认为精确表征主要是针对小数(通常小于 3)的表征，而另一些研究者认为，无论是大数还是小数，个体都可能对其进行精确表征，并一对一线性表征的形式实现，所以即使在近似数量系统中也可能存在精确表征。例如，Wang，Zhang 和 Gong (2016)的研究表明，即使在加工大于 3 的数量时，儿童也能展现出对数量的精确理解。这表明他们不仅仅依赖于 ANS 的近似加工能力，而且能够准确地表征和理解较大的数字。进一步地，Gallistel 和 Gelman (2000)引入了非符号数量系统中精确表征的概念，他们提出，动物和婴儿可能会通过内在的数量系统来精确地表征数量。这一观点挑战了传统上认为动物和幼儿仅在加工符号或小数时才能表现出精确表征的观点。他们的研究揭示了即使在没有明显符号支持的情况下，个体内部的数量加工机制也可能包含能进行精确计算和表征的部分。此外，Revkin 等人(2008)的研究进一步强调了即使在近似数量系统内，个体也能够进行一定程度的精确数学运算。他们的研究表明，在进行简单的数学运算时，即使是非符号的数量表征，个体也能表现出比预期更高的精确度。

这种表征方式在个体的主观评估中表现为数量的线性函数，即主观评估值与实际数量之间存在线性关系。对此，早在 1996 年 Case 和 Okamoto 提出了线性尺模型(Linear Ruler Model, LRM)，该理论认为人类的数量表征模式是线性的，数字和表征之间存在着一对一关系，即每增加一个单位，个体对数量的感知也相应增加一个单位(Hyde, 2011)。

对于精确表征，除了已知的一对一的匹配方式，还可进一步细分为平行的精确表征和累加的精确表征。平行的精确表征涉及到对数量的同时加工。这意味着，无论加工的数量大小，个体都能在一个固定的时间内完成数量的认知加工。例如，在视觉场景中同时呈现几个物体时，人们能够几乎瞬间识别出物体的数量，如果这个数量是在一定范围内(如 4 个或更少)，这种能力被称为“感数”(subitizing)。这种加工方式的效率非常高，因为它不依赖于数量的多少，能够快速而精确地完成数量的识别。相反，累加的精确表征意味着加工时间随数量的增加而延长。在这种模式下，个体在加工较大的数量时，需要序列地对每个单位进行加工，导致总的加工时间随着数量的增加而增加。这种方式在进行口头计数或是在加工较大的数量时尤为明显，个体需要逐一识别并累加每个单位，因而整个过程耗时更长(Anobile et al., 2012)。

3.2. 近似表征

与精确表征相对应，近似表征以大致估计和比较而非口头计算的方式来表征非符号数量信息，被定义为一种对数函数加工方式，具有一对多的分布式表征特性。

一项由 Starr，Libertus 和 Brannon (2013)年进行的研究中，他们发现，当个体进行数值计算时，其决策模式更符合近似表征，这表明即使在加工精确的数学问题时，近似表征也可能起到辅助作用。同时 Odic 等人(2013)的研究进一步阐明了近似表征在精确计数过程中的作用，发现与近似数量系统类似，个体在进行精确计数时，他们的表征也具有一定的“噪音”，且这种“噪音”的水平符合韦伯定律。这些研究揭示出，即使在精确数量系统中，近似表征也会影响个体表征的精确度。

近似表征在个体主观评估中的实现形式为对数函数。Dehaene 早在 1997 年就发现在近似表征的数量估计中存在对数函数，因此在费希纳的对数定律的基础上提出了对数模型，将近似表征的特征进行了具体化。该模型说明，数值的区分不是线性的，而是人们存在着对较小的数值更加敏感、对较大的数值则相对模糊的倾向；并且主观心理数字线是在客观数量的对数函数上进行压缩形成的，其数量梯度变化是恒定的(蔡之升，2013)。多项对婴幼儿和成人非符号数值估计的研究也都支持了这一模型(Libertus et al., 2011, 2014)。总而言之，近似表征采用“一对多”的分布式表征方式，将数量信息以分散的形式进行非线性表征。

4. 表征方式对两种数量系统之间关系的影响

4.1. 非符号数量系统和符号数量系统的关系

近似数量系统(ANS)和符号数量系统(SNS)是人类数学认知的两大核心系统，它们分别负责加工非符号数量(如物体的大致数量)和符号数量(如数字和计数)。理解这两大系统如何相互作用对于揭示个体数学能力的发展至关重要。近似起源假说(Approximate Origins Hypothesis)和符号关联假说(Symbol-Symbol Association Account)提供了两种不同的视角来解释这两个系统之间的关系。

近似起源假说认为，ANS 是儿童早期数学能力，也是 SNS 发展的基础。根据这一假说，婴儿出生时就具有一种原始的数感，能够区分不同数量的物体。随着个体的成长，这种非符号的数感为学习数字和计数等符号数量概念提供了基础。大多数研究者同意非符号数量系统与数学成绩相关，并且他们认为近似表征在数学能力的发展中发挥了关键作用(Libertus et al., 2014; Keller & Libertus, 2015)。例如，Hyde et al. (2014)在其研究中发现，对一年级学生进行简短的非符号数字练习可以增强他们后续的精确符号算术技巧；Schneider & Preckel (2017)等人研究高中生的数学成就，发现个体对数量的大致估计能力(即近似表征)与其数学成绩之间存在积极的关联；Libertus et al. (2014)的研究发现儿童在非符号估计数量的能力与他们后续的数学成绩紧密相关，也揭示了近似表征在儿童早期数学能力发展中的关键作用。近似起源假说还指出，SNS 的成熟反过来也能促进 ANS 的发展，形成一个相互增强的循环。例如，Gilmore 等人(2007)在其研究中发现，儿童的非符号数量加工能力，即 ANS 与他们后来的数学能力之间存在显著关联。此外，Hyde (2011)的元分析也支持了 ANS 能力与儿童后续数学能力之间的正相关性。

然而符号关联假说却提出了一种略有不同的机制，更强调序数，即表示位置或顺序的概念，在 SNS 发展中的核心作用。这一假说认为，数学能力的发展更多地依赖于精确表征，即对符号数字的准确识别和操作，序数理解才是儿童发展符号数量系统的基础，而且序数的掌握能够促进对更广泛数学概念的理解。例如 De Smedt (2013)等人研究发现儿童在符号数字的识别和加工能力与他们的算术表现密切相关；Holloway 和 Ansari (2009)探讨了数字表征与算术表现之间的关系在发展过程中的变化，发现随着年龄增长，儿童对符号数字的精确表征与其算术表现之间的联系变得更加紧密。与近似起源假说类似，符号关联假说也认为 SNS 的成熟会反过来促进 ANS 的发展。Lyons，Ansari 和 Beilock (2014)的研究表明，对序数的理解与儿童数学能力之间存在紧密联系。这些研究表明，序数理解不仅是数学能力的一个重要组成部分，而且可能是儿童发展更复杂数学技能的关键步骤。与近似起源假说不同的是，有研究者未发现非符号数量系统对数学成绩有显著影响(Inglis et al., 2011; Sasanguie & Reynvoet, 2014)，他们对非符号数量

系统与数学成绩的相关存疑。许多研究中，在研究者控制了被试的近似表征能力或其他认知能力(如抑制能力)后，非符号数量系统和数学成绩之间的关系变得不显著或下降(Kolkman et al., 2013; Lyons & Beilock, 2011)。因此，尽管大量证据表明近似表征是获得数学能力的基础，但仍有其他研究者对近似起源假说进行了反驳(Reynvoet & Sasanguie, 2016)，强调对符号数字的精确加工的重要性。这些研究提供了证据，表明符号数字的准确识别和操作能力对于数学学习和表现的重要性。尽管以上许多研究发现了近似表征和精确表征对数学学习的差异影响，但这并不意味着两者在数学学习中的作用是互斥的。事实上这两种表征可能会相互影响和补充，共同推动个体数学能力的发展(Moeller et al., 2015)。

4.2. 不同表征方式的影响

对于近似起源假说和符号关联假说之间的矛盾，一种观点是这些矛盾源于忽略了不同表征方式的影响。在近似起源假说相关的研究中，部分实验采用的是视听比较任务。这类任务要求被试比较两组物体或声音的数量，而不需要进行精确的计数。这种任务类型不直接涉及到精确或近似的数量表征，而是侧重于数量的相对大小，即序数理解(Sasanguie et al., 2017)。例如，Halberda，Mazzocco 和 Feigenson (2008)在其研究中探讨了儿童和成人的 ANS 能力，使用了视听比较任务来评估参与者对于大致数量的敏感度。这项研究表明，被试在没有进行精确计数的情况下，能够区分不同数量的物体或声音，这支持了 ANS 加工的是顺序而非精确表征的观点。相反，符号关联假说中部分实验采用的数字比较任务则涉及到了精确表征和近似表征。这类任务要求被试比较两个数字的大小，这不仅涉及到对数字的精确理解(即每个数字代表的具体数量)，也涉及到对数字大小顺序的近似评估。在这种情况下，被试在加工较大的数字时无法进行精确计数，并且需要依赖 ANS 来做出判断。

除此之外，在解决更复杂的数学问题时，研究中涉及到顺序表征可能会使理解数量之间的顺序和关系更准确。如果不考虑顺序表征的影响，实验结果可能会低估非符号数字表征与数学成绩之间的关系。例如，Laski 和 Siegler (2007)探讨了顺序性在儿童数字能力发展中的角色，结果发现，儿童对数字的顺序理解与后续的数学成就之间存在密切关系，这表明顺序表征可能是数学学习的一个重要组成部分；Paterson 等人(2006)通过研究威廉斯综合症患者，探讨了序数知识在符号和非符号数字大小加工中的作用，研究结果支持了序数知识对于数字加工的重要性，进一步强调了顺序表征在数学能力中的作用。这些研究支持了从顺序表征的角度考虑数学学习的观点，它们强调了理解数字之间的顺序和关系对于发展更复杂数学技能的重要性。因此，在研究非符号数量系统与数学成绩的关系时，考虑到顺序表征会拥有全面的视角。

5. 总结与未来展望

5.1. 总结

本文着眼于非符号数量系统的表征机制，首先对近似数量系统(ANS)和精确数量系统(PNS)的概念、特点以及加工机制进行了综合概述，进一步探讨了非符号数量系统的表征方式。在此基础之上，本文还探讨了不同表征方式对符号与非符号数量系统之间关系的影响，从而对该领域的研究提供了更为全面的理解。当前研究指出，非符号数量系统和符号数量系统在认知发展中都扮演着不可或缺的角色，但两者之间的具体联系仍有待进一步研究。然而，对于非符号数量系统的表征方式及其与符号系统之间的交互作用仍缺乏清晰的概念框架和实证研究支持。

5.2. 未来展望

在探索未来非符号数量系统的表征机制时，首先要考虑开发新的量化方法，需要能够更好地理解非

符号和符号数量系统的运作方式及其相互之间的动态关系。这种方法论的进步将促进我们对非符号数量表征的深入理解，帮助揭示这非符号数量系统和符号数量系统是如何相互作用和转换的。

其次，进一步的探索需要通过跨年龄层的研究来进行，通过这些研究，我们可以观察到数量表征在不同年龄段个体中的发展趋势。尤其重要的是确定哪些时期对数量表征的发展尤为关键，比如，婴儿和儿童在成长的初期可能更多地依赖于非符号数量系统，而随着年龄的增长和教育的介入，符号数量系统的角色逐渐增强。这种研究不仅能揭示认知发展的基本规律，还能为早期教育的策略提供重要的指导。

同时，发展理论模型来模拟和解释非符号和符号数量系统之间的关系也尤为重要。这些模型基于现有的认知心理学、神经科学研究等，使我们能够更好地理解这两种系统如何在大脑中协同工作，以及如何在特定情况下预测行为表现。

再者，脑成像研究，特别是利用功能性磁共振成像(fMRI)和脑电图(EEG)等现代神经成像技术，为这一领域提供了强有力的工具。这些研究揭示了处理非符号和符号数量信息时大脑不同区域的活动模式，以及这些区域如何交互以完成复杂的数量处理任务，为理解大脑的工作机制提供了宝贵的见解。

最后，实证研究方法的运用对于探索非符号数量能力和符号数量能力之间的关系至关重要。通过实验设计和长期追踪研究，特别是在特定的教育干预措施下，我们可以观察这两种能力的发展如何受到影响。这种方法允许我们通过实验性地调整教学方法或课程内容来研究这些变化如何影响儿童对非符号和符号数量系统的运用，从而深化我们对于教育如何影响数量认知发展的理解，并为未来的教育实践和政策制定提供指导。

参考文献

蔡之升(2013). *数量表征与注意机制关系的研究.* 硕士学位论文, 昆明: 云南师范大学.

尹月阳(2019). *符号数量系统与近似数量系统之间的双向映射机制.* 博士学位论文, 长春: 吉林大学.

Agrillo, C., Petrazzini, M. E. M., & Bisazza, A. (2016). Number vs. Continuousquantities in Lower Vertebrates. In A. Henik, (Ed.), *Continuous Issues in Numerical Cognition* (pp. 149-174). Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-801637-4.00007-X

Anobile, G., Turi, M., Cicchini, G. M., & Burr, D. C. (2012). The Effects of Cross-Sensory Attentional Demand on Subitizing and on Mapping Number Onto Space. *Vision Research, 74,* 102-109. https://doi.org/10.1016/j.visres.2012.06.005

Cantlon, J. F. (2012). Math, Monkeys, and the Developing Brain. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 109,* 10725-10732. https://doi.org/10.1073/pnas.1201893109

Cantlon, J. F., Cordes, S., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2009). Comment on "Log or Linear? Distinct Intuitions of the Number Scale in Western and Amazonian Indigene Cultures". *Science, 323,* 38-38. https://doi.org/10.1126/science.1164773

De Smedt, B., Noël, M., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How Do Symbolic and Non-Symbolic Numerical Magnitude Processing Skills Relate to Individual Differences in Children's Mathematical Skills? A Review of Evidence from Brain and Behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2,* 48-55. https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001

Dietrich, J. F., Huber, S., & Nuerk, H. (2015). Methodological Aspects to Be Considered When Measuring the Approximate Number System (ANS)—A Research Review. *Frontiers in Psychology, 6,* Article 295. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00295

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core Systems of Number. *Trends in Cognitive Sciences, 8,* 307-314. https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002

Franconeri, S. L., Jonathan, S. V., & Scimeca, J. M. (2010). Tracking Multiple Objects Is Limited Only by Object Spacing, Not by Speed, Time, or Capacity. *Psychological Science, 21,* 920-925. https://doi.org/10.1177/0956797610373935

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2000). Non-Verbal Numerical Cognition: From Reals to Integers. *Trends in Cognitive Sciences, 4,* 59-65. https://doi.org/10.1016/s1364-6613(99)01424-2

Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2007). Symbolic Arithmetic Knowledge without Instruction. *Nature, 447,* 589-591. https://doi.org/10.1038/nature05850

Gross, H. J., Pahl, M., Si, A., Zhu, H., Tautz, J., & Zhang, S. (2009). Number-Based Visual Generalisation in the Honeybee.

PLOS ONE, 4, e4263. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0004263

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-Year-Olds and Adults. *Developmental Psychology, 44,* 1457-1465. https://doi.org/10.1037/a0012682

Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number Sense across the Lifespan as Revealed by a Massive Internet-Based Sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 109,* 11116-11120. https://doi.org/10.1073/pnas.1200196109

Halberda, J., Mazzocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual Differences in Non-Verbal Number Acuity Correlate with Maths Achievement. *Nature, 455,* 665-668. https://doi.org/10.1038/nature07246

Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping Numerical Magnitudes onto Symbols: The Numerical Distance Effect and Individual Differences in Children's Mathematics Achievement. *Journal of Experimental Child Psychology, 103,* 17-29. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.04.001

Hyde, D. C. (2011). Two Systems of Non-Symbolic Numerical Cognition. *Frontiers in Human Neuroscience, 5,* Article 150. https://doi.org/10.3389/fnhum.2011.00150

Hyde, D. C., Khanum, S., & Spelke, E. S. (2014). Brief Non-Symbolic, Approximate Number Practice Enhances Subsequent Exact Symbolic Arithmetic in Children. *Cognition, 131,* 92-107. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2013.12.007

Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-Verbal Number Acuity Correlates with Symbolic Mathematics Achievement: But Only in Children. *Psychonomic Bulletin & Review, 18,* 1222-1229. https://doi.org/10.3758/s13423-011-0154-1

Keller, L., & Libertus, M. (2015). Inhibitory Control May Not Explain the Link between Approximation and Math Abilities in Kindergarteners from Middle Class Families. *Frontiers in Psychology, 6,* Article 685. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00685

Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. M. (2013). Early Numerical Development and the Role of Non-Symbolic and Symbolic Skills. *Learning and Instruction, 25,* 95-103. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.12.001

Laski, E. V., & Siegler, R. S. (2007). Is 27 a Big Number? Correlational and Causal Connections among Numerical Categorization, Number Line Estimation, and Numerical Magnitude Comparison. *Child Development, 78,* 1723-1743. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01087.x

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool Acuity of the Approximate Number System Correlates with School Math Ability. *Developmental Science, 14,* 1292-1300. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x

Libertus, M. E., Feigenson, L., Halberda, J., & Landau, B. (2014). Understanding the Mapping between Numerical Approximation and Number Words: Evidence from Williams Syndrome and Typical Development. *Developmental Science, 17,* 905-919. https://doi.org/10.1111/desc.12154

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical Ordering Ability Mediates the Relation between Number-Sense and Arithmetic Competence. *Cognition, 121,* 256-261. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2011.07.009

Lyons, I. M., Ansari, D., & Beilock, S. L. (2014). Qualitatively Different Coding of Symbolic and Nonsymbolic Numbers in the Human Brain. *Human Brain Mapping, 36,* 475-488. https://doi.org/10.1002/hbm.22641

Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired Acuity of the Approximate Number System Underlies Mathematical Learning Disability (Dyscalculia). *Child Development, 82,* 1224-1237. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x

Mock, J., Huber, S., Bloechle, J., Dietrich, J. F., Bahnmueller, J., Rennig, J. et al. (2018). Magnitude Processing of Symbolic and Non-Symbolic Proportions: An fMRI Study. *Behavioral and Brain Functions, 14,* Article 9. https://doi.org/10.1186/s12993-018-0141-z

Moeller, K., Willmes, K., & Klein, E. (2015). A Review on Functional and Structural Brain Connectivity in Numerical Cognition. *Frontiers in Human Neuroscience, 9,* Article 227. https://doi.org/10.3389/fnhum.2015.00227

Mou, Y., & Van Marle, K. (2014). Two Core Systems of Numerical Representation in Infants. *Developmental Review, 34,* 1-25. https://doi.org/10.1016/j.dr.2013.11.001

Nieder, A. (2016). The Neuronal Code for Number. *Nature Reviews Neuroscience, 17,* 366-382. https://doi.org/10.1038/nrn.2016.40

Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of Number in the Brain. *Annual Review of Neuroscience, 32,* 185-208. https://doi.org/10.1146/annurev.neuro.051508.135550

Odic, D., Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Developmental Change in the Acuity of Approximate Number and Area Representations. *Developmental Psychology, 49,* 1103-1112. https://doi.org/10.1037/a0029472

Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the Approximate Number System Improves Math Proficiency. *Psychological Science, 24,* 2013-2019. https://doi.org/10.1177/0956797613482944

Paterson, S. J., Girelli, L., Butterworth, B., & Karmiloff-Smith, A. (2005). Are Numerical Impairments Syndrome Specific? Evidence from Williams Syndrome and Down's Syndrome. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 47,* 190-204. https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2005.01460.x

Peake, C., & Rodríguez, C. (2020). *Bidirectional Relation of Non-Symbolic and Symbolic Numerical Systems in First Year of Kindergarten: The Mediating Role of Ordinality during Number Learning.* https://doi.org/10.31234/osf.io/qwhzm

Piazza, J. R., Charles, S. T., Sliwinski, M. J., Mogle, J., & Almeida, D. M. (2012). Affective Reactivity to Daily Stressors and Long-Term Risk of Reporting a Chronic Physical Health Condition. *Annals of Behavioral Medicine, 45,* 110-120. https://doi.org/10.1007/s12160-012-9423-0

Piazza, M., & Izard, V. (2009). How Humans Count: Numerosity and the Parietal Cortex. *The Neuroscientist, 15,* 261-273. https://doi.org/10.1177/1073858409333073

Pylyshyn, Z. W., & Storm, R. W. (1988). Tracking Multiple Independent Targets: Evidence for a Parallel Tracking Mechanism. *Spatial Vision, 3,* 179-197. https://doi.org/10.1163/156856888x00122

Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Zamarian, L., Karner, E., & Delazer, M. (2008). Verbal Numerosity Estimation Deficit in the Context of Spared Semantic Representation of Numbers: A Neuropsychological Study of a Patient with Frontal Lesions. *Neuropsychologia, 46,* 2463-2475. https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2008.04.011

Reynvoet, B., & Sasanguie, D. (2016). The Symbol Grounding Problem Revisited: A Thorough Evaluation of the ANS Mapping Account and the Proposal of an Alternative Account Based on Symbol-Symbol Associations. *Frontiers in Psychology, 7,* Article 1581. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01581

Rubinsten, O., Korem, N., Levin, N., & Furman, T. (2020). Frequency-based Dissociation of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Processing during Numerical Comparison. *Journal of Cognitive Neuroscience, 32,* 762-782. https://doi.org/10.1162/jocn_a_01550

Rugani, R., Vallortigara, G., & Regolin, L. (2014). From Small to Large: Numerical Discrimination by Young Domestic Chicks (*Gallus gallus*). *Journal of Comparative Psychology, 128,* 163-171. https://doi.org/10.1037/a0034513

Sasanguie, D., & Reynvoet, B. (2014). The Relation between Symbolic Number Processing and Math Achievement: Opening the Black Box. In *Annual Meeting of the Psychonomic Society*, Long Beach, California, 20 November-23 November 2014.

Sasanguie, D., Lyons, I. M., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2017). Unpacking Symbolic Number Comparison and Its Relation with Arithmetic in Adults. *Cognition, 165,* 26-38. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.04.007

Schneider, M., & Preckel, F. (2017). Variables Associated with Achievement in Higher Education: A Systematic Review of Meta-Analyses. *Psychological Bulletin, 143,* 565-600. https://doi.org/10.1037/bul0000098

Starkey, G. S., & McCandliss, B. D. (2014). The Emergence of "Groupitizing" in Children's Numerical Cognition. *Journal of Experimental Child Psychology, 126,* 120-137. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.03.006

Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Infants Show Ratio-dependent Number Discrimination Regardless of Set Size. *Infancy, 18,* 927-941. https://doi.org/10.1111/infa.12008

Stoianov, I., & Zorzi, M. (2012). Emergence of a 'Visual Number Sense' in Hierarchical Generative Models. *Nature Neuroscience, 15,* 194-196. https://doi.org/10.1038/nn.2996

Van Marle, K., Chu, F. W., Mou, Y., Seok, J. H., Rouder, J., & Geary, D. C. (2016). Attaching Meaning to the Number Words: Contributions of the Object Tracking and Approximate Number Systems. *Developmental Science, 21,* e12495. https://doi.org/10.1111/desc.12495

Wood, J. N., Hauser, M. D., Glynn, D. D., & Barner, D. (2008). Free-Ranging Rhesus Monkeys Spontaneously Individuate and Enumerate Small Numbers of Non-Solid Portions. *Cognition, 106,* 207-221.