Goos-Hänchen Shift from an Anisotropic Metamaterial Slab

Lijuan Xia¹, Guanxia Yu^{2*}

¹College of Information Science and Technology, Nanjing Forestry University, Nanjing ²College of Science, Nanjing Forestry University, Nanjing Email: *sys@njfu.edu.cn

Received: Oct. 13th, 2011; revised: Nov. 18th, 2011; accepted: Nov. 20th, 2011

Abstract: The Goos-Hänchen shift (the lateral shift) has been investigated from the anisotropic metamaterial slab theoretically and numerically. The sign and degree of the shift can be determined by the choices of the electromagnetic parameters and thicknesses of slab, which is different from the case of the isotropic media. We also find that the weak lossy may produce large positive or negative lateral shift. This special phenomenon can apply to some optical device design.

Keywords: Anisotroptic; Metamaterial; Goos-Hänchen Shift; Lossy

各向异性人工媒质中的 Goos-Hänchen 相移

夏丽娟1, 余观夏2*

¹ 南京林业大学信息科学技术学院,南京 ² 南京林业大学理学院,南京 Email: *sys@njfu.edu.cn

收稿日期: 2011年10月13日; 修回日期: 2011年11月18日; 录用日期: 2011年11月20日

摘 要:本文从理论上探讨了各向异性的人工媒介与空气界面的 Goos-Hänchen 相移,然后通过数值计算证实了理论的分析结果。再研究了人工媒质的耗散对 Goos-Hänchen 相移的影响。Goos-Hänchen 相移的符号和大小取决于不同的电磁参数、入射角以及各向异性人工介质板的厚度。同时不同于无耗散的各向异性的介质板,在弱耗散的情况下,耗散对横向的相移产生了很大的影响,在一定的条件下,介质弱耗散可以产生很大的影响。这种特殊的现象可应用于光学装置设计中。

关键词:各向异性:人工媒质:Goos-Hänchen 相移:耗散

1. 引言

1967年,前苏联物理学家 veselago 在理论上研究 了介质常数和磁导率都为负值的介质的电磁性质时 发现,此时的电磁波的电场,磁场和波矢量构成左手 螺旋关系,他将这种介质称为左手介质(left hand materials(LHM))^[1]。左手材料有很多不同于右手材料 的性质,如负折射率,反向的多普勒效应、反切仑柯 夫辐射等^[1]。由于这种双负电磁参数的材料在自然界 并不存在, veselago 提出的理论并没有引起人们的重视。直到 1996 年英国物理学家 pentry 提出了用金属导线阵列和金属环结构制作人工的负折射率材料设想以及用负折射率材料实现完美成像概念^[2,3],以及 2000 年美国杜克大学的 smith 教授用人工材料在实验室成功实现了电磁波的负折射之后^[4,5],左手材料和人工电磁材料的制作和其特性的理论研究才引起人们极大的关注。

当电磁波入射到两个不同介质表面反射时,反射 波和透射波将在界面产生横向的移动,这就是众所周

^{*}通讯作者。

知的 Goos-Hänchen 相移(横向相移)^[6-9]。当电磁波入射到各项同性的右手介质时,会产生正的 Goos-Hänchen 相移(图 1),而当波入射到各项同性的左手介质时,会产生负的 Goos-Hänchen 相移^[10-13]。众所周知负折射率材料作为一种特殊的人工电磁材料,由于结构不对称性和耗散的存在,制作理想的各向同性的负折射率材料十分困难^[14-16],而各向异性的电磁材料与各项向同性的电磁材料有着不同电磁性能^[17-19]。因此研究各向异性的人工电磁材料的特性对人工电磁材料的制作和应用又很重要的意义。因此本文研究了各向异性和有耗散的左手材料介质板与空气界面的相移规律。

2. 理论分析和数值仿真

如图 1,我们考虑一厚度为 d 的人工介质板。介质板将空间分为 3 个区域,区域 0,区域 1,区域 2。我们假设区域 0,2 填充的是空气,其相对介点常数和磁导率分别表示为 $\varepsilon_{r_0}=1$ 和 $\mu_{r_0}=1$ 。区域 1,填充的是介电常数和磁导率为双轴各向异性的人工媒质,相对电磁参数表示为

为了讨论问题简化,我们假设一个二维 TM 波从区域 0 入射到各向异性的左手介质板的界面。我们设入射波的形式为 $E_{\rm in}(z)=E_{_0}e^{ik_xx+ik_{0z}z}$,其中 $k_x=k_0\sin\theta$, $k_{0z}=k_0\cos\theta$,(θ 为入射角), $k_0=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$,公式省略了时间隐含项 $e^{it\omega}$ 。在区域 1 和 2 中的电场分量可以通过麦克斯韦方程组以及边界条件确定。在区域 1 中,反射电场可以写成

$$E_r(z) = RE_0 e^{ik_x x - ik_z z}$$

式中R是z=0界面的反射系数,可以写成

$$R = \frac{\left(1 - P^2\right)\left(1 - e^{2ik_{1z}d}\right)}{\left(1 + p\right)^2 - \left(1 - p\right)^2 e^{2ik_{1z}d}} = |R|e^{i\varphi} \tag{1}$$

其中
$$p = \mathbf{k}_{1z} \, \mu_{r0} / k_z \mu_{rz}$$
 , $k_0 = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$,
$$\mathbf{k}_{1z} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_{ry} \mu_{rx} - k_x^2 \mu_{rx} / \mu_{rz}}$$

 k_{0z} 是区域 0 和 2 中 z 方向上的波矢量, k_{1z} 是 区域 1 中 z 方向上的波矢量,|R| 反射系数的幅值,

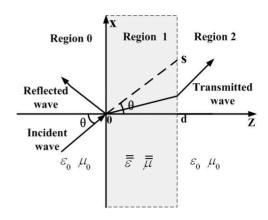


Figure 1. The space is divided into three regions by the anisotropic metamaterial slab

图 1. 各向异性的人工介质板将空间分为 3 个区域

 $\varphi = \tan^{-1}(-2p)/((p^2+1)\tan k_{1z}d)$ 是反射波的相位。根据稳态相位法^[4],电磁波在界面的横向位移可以定义为 $s_r = -d\varphi/dk_x$,我们可以获得 Goos-Hänchen 相移的表达式:

$$s_r = p_1 (s_{01} + s_{02}) \cos^2 \phi \tag{2}$$

$$s_{01} = d/\sin^2 k_{12}d\tag{3}$$

$$s_{02} = \frac{p^2 - 1}{k_{1z} \left(p^2 + 1 \right)} \times \left(1 - \frac{k_{1z}^2 \mu_{rz}}{k_{0z}^2 \mu_{rx}} \right) \tag{4}$$

其中 $p_1 = 2pk_x \mu_{rx} / ((p^2 + 1)k_{k1z}\mu_{rz})$, $p = k_{1z} \mu_{r0} / k_{0z} \mu_{rz}$

因为在各向异性的介质内坡印廷矢量方向必须远离界面向 z 的正方向传播,对 TM 波而言,这就要求 k_{1z} 和 μ_{rx} 必须有相同的符号^[20]。从上式(2)可以看出,当 p_1 接近 1 时,我们能看出上 s_{01} 的值远远大于 s_{02} ,公式(2)显示 s_r 的符号由 μ_{rx} 决定。 s_r 的值除了与电磁参数有关外,还依赖于 d。由(3)可见,随着 d 的变化,当 $k_{1z}d$ 满足或近似共振条件

 $\mathbf{k}_{1z}d = m\pi(m=1,2,3\cdots)$ Goos-Hänchen 相移也将随之增加,与各项同性人工电磁材料中相移情况一致^[15]。

根据 \mathbf{k}_{1z} 的表达式,对在各向异性介质内的传播 波,存在一个临界角 θ_c ,即 $\sin\theta_c = \sqrt{\varepsilon_{ry}\mu_{rz}}$,由此临 界角公式和相移公式,可见在各向异性的介质板中,对 TM 而言,与 Goos-Hänchen 相移相关的参数只有 三个,即 ε_{ry} , μ_{rx} , μ_{rz} 。我们可以根据各项异性介质的电磁参数的不同选择,考虑则种不同的情形。

第一,如果 $\mu_{rx}/\mu_{rz} > 0$, $\varepsilon_{ry}\mu_{rz} > 0$, 区域 0 和区域 1 的色散关系在 X-Z 平面分别是圆和椭圆的等频率

曲线。由于入射角必须小于临界角,由等频率曲线可知, k_{0z} 和 k_{1z} 值的变化几乎一致,p取值接近 1,因此 s_r 的符号由 μ_{rx} 决定。由公式(3)可得,随着入射角的增大, k_{1z} 减小, s_{01} 增大, p_1 增大,相移 s_r 也将增大。我们取值 f=1 GHz, $d=2\lambda$,相对电磁参数选取 $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$,临界角约为 45°。图 2(a)的实线表示 Goos-Hänchen 相移与入射角的关系。相对磁导率 μ_{rx} 的符号为正,相移也为正,且随着入射角的增大而增大,在临界角附近出现较大的相移。图 2(a)的虚线表示相对电磁参数 $\mu_{rx}=-2$,

 $\mu_{rz} = -0.5$, $\varepsilon_{ry} = -1$ 时,Goos-Hänchen 相移与入射角的关系,图示结果也与理论分析一致。

图 2(a)中的出现的周期峰值时是由于随着入射角的增加, $\mathbf{k}_{1z}d$ 满足了一定的共振条件。如果我们固定入射角 $\theta=30^\circ$,其他条件和图 2(a)一样,从图(2b)可以看出随着介质板厚度的增加,由于共振条件的满足,位移呈现周期性的变化。

第二,如果 $\mu_{rx}/\mu_{rz}<0$, $\varepsilon_{rv}\mu_{rx}>0$,根据临界角 的计算公式, 所有的入射波将能穿过各向异性的介质 板。在这种情形下,区域1和2的色散关系在X-Z平 面分别是圆和双曲线。当入射角不太大时, s_0 大于 s_{02} , 位移的符号由 μ_{rx} 的符号决定, 与情形 1 基本一 致。同样,取值 f=1 GHz , $d=2\lambda$, $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz} = -0.5$, $\varepsilon_{rv} = 1$, 此时由等频率曲线可知, 相同 的 k_x 值, k_{1z} 大于 k_{0z} ,导致 $s_{01} > 0$, $s_{02} > 0$, s_r 的符 号由 μ_{rr} 决定。图 2(c)中实线相移在入射角小于临界角 时,随着入射角的增大,相移逐渐增大。图 2(c)中虚 线为电磁参数为 $\mu_{rx} = -2$, $\mu_{rz} = 0.5$, $\varepsilon_{ry} = -1$ 位移的 符号与 μ_{rx} 一致,产生了正的相移。但是当入射角较 大时, \mathbf{k}_{0z} 减小很快,而 \mathbf{k}_{1z} 变换缓慢,导致 \mathbf{p}_{1} 和 \mathbf{s}_{0z} 的 快速增加,根据上面的分析,这时 Goos-Hänche 位移 的符号由 μ_{rr} 的正负决定,同时 Goos-Hänche 位移的 值随之迅速增加。图 2(c)所示在入射角较大时, Goos-Hänche 位移的符号出现了反转,与 μ_{rr} 的符号一 致, 并随着入射角的增到而急剧增加。

第三,如果 $\mu_{rx}/\mu_{rz} > 0$, $\varepsilon_{ry}\mu_{rx} < 0$,由于介质板中的传播常数为虚数,导致在介质板中无传播波,所有的入射波将会发生全反射。具体全反射的情况我们不做详细研究。

第四, $\mu_{rx}/\mu_{rz} < 0$, $\varepsilon_{rv}\mu_{rx} < 0$, 区域 1 和 2 中的

色散关系在 X-Z 平面分别为圆和双曲线,与第二种情形类似。但入射角必须大于临界角时,电磁波才能在介质中传播。同样当入射角较小时,位移的符号仍然由 μ_{rx} 决定。图 2(d)实线表示 $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$ 的位移,由于 μ_{rx} 小于零,产生负的位移。图 2(d)虚线表示 $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$ 的位移,由于 μ_{rz} 大于零,产生正的位移。但当入射角接近 90°时,由于 s_{02} 大于 s_{01} , Goos-Hänche 位移符号由 μ_{rx} 决定,因此 Goos-Hänche 位移在入射角接近 90°时发生了反转(图 2(d))。

3. 耗散对相移的影响

我们知道,制作无耗的人工电磁材料十分困难,人工媒质通常是有耗散。因此有必要讨论耗散对相移的影响。在相移公式(2)中,p、 p_1 和 k_{1z} 主要决定于三个电磁参数 ε_{ry} , μ_{rx} , μ_{rz} ,因此电磁参数不同的取值和耗散决定了相移的大小和符号。其中 ε_{ry} 仅出现在 k_{1z} 中,由于对其耗散的影响数学形式比较简单,已经对其进行了讨论 $^{[19]}$ 。而磁导率 μ_{rz} 在相移公式关系比较复杂,其耗散对相移的影响还未见研究。为了简单起见我们仅仅考虑磁导率 μ_{rz} 存在耗散,其他电磁参数为理想无耗。假设 $\mu_{rz}=\mu_{rz1}+i\mu_{rz2}$,其中 μ_{rz1} , μ_{rz2} 都为实常数,且 μ_{rz2} 为小量。图(3)所示的其他条件与图(2)相同,各向异性的左手介质板在 μ_{rz} 有弱损耗时,界面的反射波形成 Goos-Hänchen 相移与入射角的关系,我们取 $\mu_{rz2}=0.01$ 。

由图 3 可以看出在图 2 的条件下,在弱耗散下,相移的变化趋势与无耗的情形大概一致,但是在无耗相移变化的背景下,产生了一些急剧增大的反向相移。图 3(a)在无耗的负的相移的背景上产生了较大的负的相移。同时我们可以看出在图 3(b)中损耗产生的大的负向相移的位置都恰好在无耗条件时的共振位置,因此微弱的损耗没有改变共振条件,但是产生较强的反向相移。结果图 3(a,b)的结果与 ε_{ry} 出现耗散的情形基本一致^[19]。图 3(c)中虽然也是在无耗的背景下出现大的方向反向相移,但由于 μ_{rz} 的弱耗散,在 30°附近出现 250 倍波长的大相移。与此类似,图 3(d)在 60°附近也出现了大的反向相移,但其他位置的相移降低,其结果与 ε_{ry} 出现耗散的情形不同^[19]。可见不同参数的耗散对相移有很大的影响。

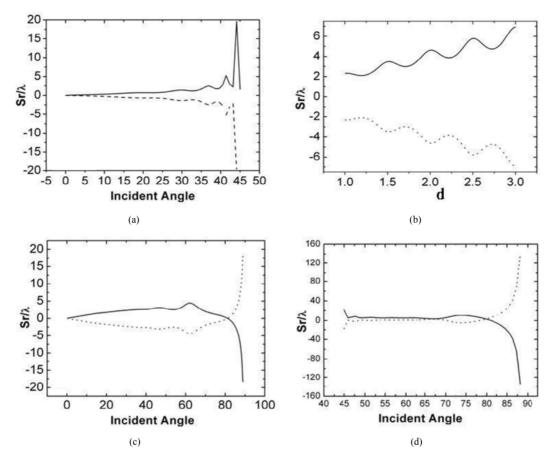
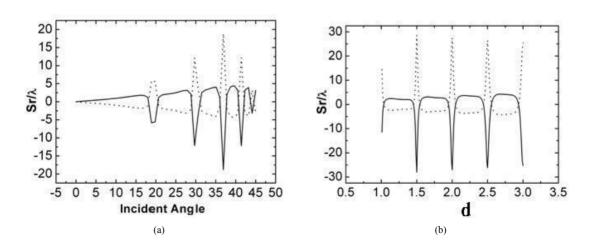
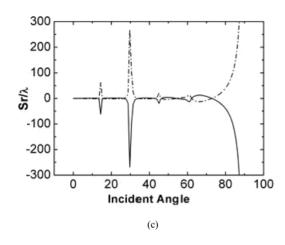


Figure 2. (a, c, d) Dependence of s_r on incident angle θ with $d=2\lambda$ and f=1 GHz. (a) Solid line $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$; (b) Dependence of s_r on d with $\theta=30^\circ$ and f=1 GHz, solid line $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$; (c) Solid line $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$; (d) Solid line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$, dot line $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$

图 2. (a, c, d) 当频率 $f=1~\mathrm{GHz}$, $d=2\lambda$ 时,Goos-Hänche 位移 s_r 与入射角的关系。(a) 实线表示 $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$,虚线表示 $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$;(b) 当入射角固定为 $\theta=30^\circ$ 时,Goos-Hänche 位移 s_r 与介质板厚度 d 的关系。实线表示 $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$,虚线表示 $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$,虚线表示 $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$;(c) 实线表示 $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$,虚线表示 $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$;(d) 实线表示 $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=-0.5$, $\varepsilon_{ry}=-1$,虚线表示 $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5$, $\varepsilon_{ry}=1$





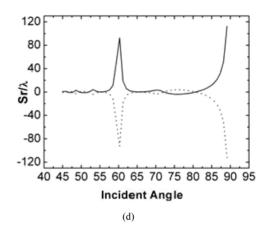


Figure 3. (a, c, d) Dependence of s_r on incident angle θ withd = 2λ and f=1 GHz. (a) Solid line $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=-1$; (b) Dependence of s_r on d with $\theta=30^\circ$ and f=1 GHz, solid line $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=-0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=-1$; (c) Solid line $\mu_{rx}=2$, $\mu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=1$, dot line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\varepsilon_{ry}=1$ and line $\mu_{rx}=-2$, $\mu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\nu_{ry}=1$ and line $\nu_{rx}=-2$, $\nu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\nu_{ry}=1$ and line $\nu_{rx}=2$, $\nu_{rz}=0.5+i10^{-2}$, $\nu_{rz}=0.5+i$

4. 结论

我们先从理论上详细的研究各向异性的人工媒介与空气界面的 Goos-Hänchen 相移,然后通过数值计算来证实理论的分析结果。同时我们研究人工媒质的耗散对 Goos-Hänchen 相移的影响。Goos-Hänchen 相移的符号和大小取决于不同的电磁参数,入射角以及各向异性人工介质板的厚度。同时不同于无耗散的各向异性的介质板,在弱耗散的情况下,耗散对横向的相移产生了很大的影响,在一定的条件下,介质弱耗散可以产生很大的影响。这种特殊的现象也许在光学装置设计中存在一些潜在应用。

参考文献 (References)

- V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simutaneously negative values of ε and μ. Soviet Physics USPEKHI, 1968, 10(4): 509-514.
- [2] J. B. Pendry, A. J. holden, W. J. Stewart and I. Youngs. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. Physical Review Letters, 1996, 76(25): 4773-4776.
- [3] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. Physical Review Letters, 2001, 85(24): 3966-3969.
- [4] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S.

- Schultz. Composite medium with simutaneously negative permeability and permittivity. Physical Review Letters, 2000, 84(18): 4184-4187.
- [5] R. A. Shelby, D. R. Smith and S. Schultz. Experimental verification of a negative index of refraction. Science, 2001, 292(5514): 77-79
- [6] F. Goos and H. Hanchen. Ein neuer und fundamentaler Versuch zur Totalreflexion. Annals of Physics, 1947, 1: 333-346.
- [7] K. Artmann. Berechnung der Seitenversetzung des totalreflektierten Stranles. Annals of Physics, 1948, 2: 87-102.
- [8] D. Felbacq, A. Moreau and R. Smaali. Goos-Hänchen effect in the gaps of photonic crystals. Optics Letters, 2003, 28(18): 1633.
- [9] A. Haibel, G. Nimtz and A. A. Stahlhofen. Frustrated total reflection: The double-prism revisited. Physical Review E, 2001, 63: Article ID 047601-3.
- [10] L. G. Wang and S. Y. Zhu. Large positive and negative Goos-Hanchen shifts from a weakly absorbing left-handed slab. Applied Physics Letters, 2005, 21:485.
- [11] P. R. Berman. Goos-Hanchen shift in negatively refractive media. Physical Review E, 2002, 66: Article ID 067603.
- [12] X. Chen and C. F. Li. Lateral shift of the transmitted light beam through a left-handed slab. Physical Review E, 2004, 69: Article ID 066617.
- [13] T. M. Grzegorczyk, X. Chen, J. Pacheco Jr., J. Chen, B.-I. Wu and J. A. Kong. Reflection coefficients and Goos-Hanchen shifts in anisotropic and bianisotropic left-handed metamaterials. Progress in Electromagnetics Research, 2005, 51: 83.
- [14] L. B. Hu and S. T. Chui. Characteristics of electromagnetic wave propagation in uniaxially anisotropic left-handed material. Physical Review B, 2002, 66: Article ID 085108.
- [15] R. Marques, F. Medina and R. Rafii-El-Idrissi. Role of bianisotropy in negative permeability and left-handed metamaterials, Physical Review B, 2002, 65: Article ID 144440(1-6).
- [16] Y. H. Lu, P. Wang, P. J. Yao, J. P. Xie and H. Ming. Negative

- refraction at the interface of uniaxial anisotropic media. Optics Communications, 2005, 246(4-6): 429-435.

 [17] L. G. Wang, H. Chen and S. Y. Zhu. Large negative Goos-Hän-
- [17] L. G. Wang, H. Chen and S. Y. Zhu. Large negative Goos-Hänchen shift from a weakly absorbing dielectric slab. Optics Letters, 2005, 30(21): 2936-2938.
- [18] L. G. Wang, H. Chen and S. Y. Zhu. Large negative Goos-Hänchen shift from a weakly absorbing dielectric slab. Optics Let-
- ters, 2005, 30(21): 2936-2938.
- [19] G.-X. Yu, Y.-T. Fang and J. C. Tie. Goos-Hanchen shift from an anisotropic metamaterial slab. Central European Journal of Physics, 2010, 8(3): 415.
- [20] H. X. Da, C. Xu. Beam shifting of an anisotropic negative refractive medium. Physical Review E, 2005, 71(6): Article ID 066612 (1-7).