

Study of the Influence of the Slope Interfaces upon the Image Quality of Liquid Optical Lens

Yu Dai¹, Ying Zhou¹, Liping Fang¹, Jun Liu¹, Shufen Chen¹, Jiabin Chen², Jianguo Xin^{1*}

¹School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing

²School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing

Email: *xinjgbit@163.com

Received: Aug. 19th, 2012; revised: Sep. 2nd, 2012; accepted: Sep. 13th, 2012

Abstract: The deformation of droplet plays a significant role in influencing focus range and image quality of liquid controllable optical devices. According to Laplace Equation, the shape model of droplet is established based on the electro-wetting effect on dielectric. In this paper, the influence of gravity on the droplet deformation is taken into account. Using numerical calculation methods, the shape of static droplet and the deformation of droplet when external voltage is applied are deduced theoretically. Deformations of droplet which are applied with different voltages are compared. Theoretical analysis shows that the focal length of droplet changes from 67.2 mm to infinity as solid phase is planar. As the solid phase is conical surface, the zoom range of droplet is related to the cone angle, and the transition from the negative lens to the positive lens can be realized.

Keywords: Electro-Wetting Effect; Interface Shape of Solid Phase; Deformation of Droplet; Liquid Lens

电润湿效应下不同固相界面的液滴形态的研究

戴 玉¹, 周 英¹, 方立平¹, 刘 军¹, 陈淑芬¹, 陈家斌², 辛建国^{1*}

¹北京理工大学光电学院, 北京

²北京理工大学自动化学院, 北京

Email: *xinjgbit@163.com

收稿日期: 2012年8月19日; 修回日期: 2012年9月2日; 录用日期: 2012年9月13日

摘 要: 在液态可控的光学器件中, 液滴的形态变化对于器件的变焦范围和成像质量有着很大的影响, 不同电压下固相界面形状对液体形变的影响规律是设计液态光学器件的基础。根据拉普拉斯方程, 并将重力对液体形态的影响考虑在内, 建立了基于介质的电润湿效应下液滴形状的理论模型。利用数值计算的方法求解拉普拉斯方程, 给出了静态液滴形状和不同电压下的液滴形状, 并对比了不同固相界面形态下, 液滴形状的变化。结果显示, 固相界面形态为平面时, 液滴形变的光学焦距理论上可以从 67.2 mm 变到无穷远。固相界面形态为圆锥斜面时, 变焦范围则与固相界面形态相关, 可以实现正负透镜的变焦转换。

关键词: 电润湿效应; 固相界面形态; 液滴形变; 液体透镜

1. 引言

液态可控光学技术是近年来国际上在光学技术领域的前沿热点之一。液态可控光学技术与现有的采用固态光学元件和液晶光学元件的光学技术相

*通讯作者。

比, 具有可实现光学系统的大范围变焦, 光束方向快速偏转的优点。液态光学器件在电场的作用下发生形态变化, 其整个大范围变焦的时间通常只需毫秒量级, 这是传统的固态光学器件所无法达到的。相对于传统的固体透镜的组合, 一个使用了液体透镜的系统

具有小型化、低成本和低能耗的特点^[1,2]。

2004年,法国 Varioptic 公司研发的液体变焦透镜已经达到了实用化水平^[3]。同年, Philips 公司的 S. Kuiper 也推出了基于 EWOD 效应的液体变焦透镜^[4]。Varioptic 公司推出的 ARCTIC 系列微型液体透镜的半径为 7.75 mm, 厚度为 2 mm, 其聚焦范围从 5 cm 到无穷远, 而且其响应时间非常短, 从 5 cm 变焦到无穷远只需 20 ms。Philips 公司的基于 EWOD (electrowetting effect on dielectric)效应的液体的筒状变焦透镜所选导电液体是密度和折射率均比较小的 LiCl 溶液, 为了使液体透镜能够在温度范围-30℃~70℃内正常工作, 非极性油采用特殊的硅油混合物, 聚焦范围为 2 cm 到 50 cm。2010年 Varioptic 公司推出了四电极的液体变焦透镜, 不仅可以调节焦距还可以使液面倾斜, 这种透镜可以实现畸变校正。

国内外研究的主要方向是采用不同的液体和疏水介质进行电润湿效应的研究, 以及动态接触角与电压之间关系和响应时间的研究, 关于固相界面形态对液体形状变化的研究较少。而固相界面形状对液体形变的影响规律是设计液态光学器件的基础。

Shong-Leih Lee 等人通过数值分析的方法解 Laplace 方程, 得到了导电液体与非导电液体交界面的形状^[5]。然而他们忽略了重力的影响, 当液滴较大时并不适用。因此, 本文将考虑重力对液体形变的作用, 研究不同电压下固相界面形状对液体形变的影响。

2. 液滴形状的理论模型及计算方法

如图 1 所示, 在一个处于平衡状态的两相液体交界面上的一个矩形面元上, 面元外部的压强为 p , 面元的两个主曲率半径分别 r_1 和 r_2 , 对应两个主曲率半径的张角分别为 $\delta\alpha$ 和 $\delta\beta$, 则面元所对应的面积为 $r_1 r_2 \delta\alpha \delta\beta$ 。

如果面元沿着面元的法线方向向外移动一个微小距离 δr 时, 压力所做的净功为 $\Delta p r_1 r_2 \delta\alpha \delta\beta$, 这个功必须要被增加的表面能量平衡, 增加的表面能量为增加的表面积与表面张力 σ 的乘积。在面元发生移动之后, 面元的面积变为 $(r_1 + \delta r)(r_2 + \delta r) \delta\alpha \delta\beta$, 因此有:

$$\sigma(r_1 + r_2) \delta\alpha \delta\beta \delta r = \Delta p r_1 r_2 \delta\alpha \delta\beta \quad (1)$$

即 $\sigma(1/r_1 + 1/r_2) = \Delta p$ 此式是 Laplace 方程^[6]。

对于一个如图 2 所示的座滴, 有

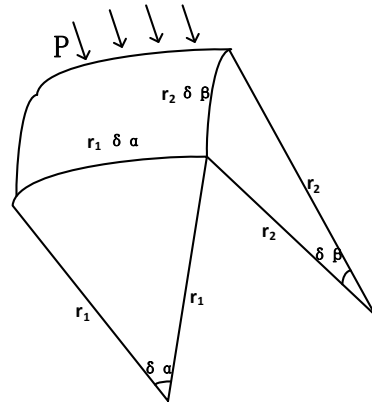


Figure 1. An area element of liquid interface
图 1. 液体交界面元图

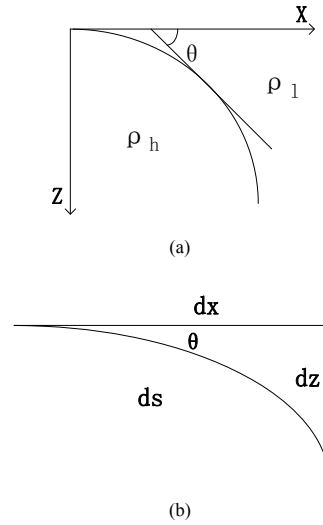


Figure 2. (a) Coordinates of liquid interface; (b) Differential area element

图 2. (a) 液体界面坐标系图; (b) 面元微分图

$$1/r_1 = d\theta/ds$$

$$1/r_2 = \sin\theta/x$$

$$dx/ds = \cos\theta$$

$$dz/ds = \sin\theta$$

将其带入 Laplace 方程, 可得

$$\frac{d\theta}{ds} \cos\theta + \frac{\sin\theta}{x} = \frac{\Delta p}{\sigma} \quad \text{即}$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} (x \sin\theta) = \frac{\Delta p}{\sigma} \quad (2)$$

对于密度为 ρ_h 的座滴, 处在密度为 ρ_l 的液体环境中 ($\rho_l < \rho_h$), 由于液体形状的对称性, 在液滴顶点处的曲率恒为 b 。在某一位置 z 处有

$$\Delta p = 2\sigma/b + (\rho_h - \rho_l)gz$$

引入毛细常数 c ,

$$c = (\rho_h - \rho_l)g/\sigma$$

则公式(2)可改写为

$$\frac{1}{X} \frac{d}{dX} (X \sin \theta) = \frac{2}{B} + Z$$

其中, $B = bc^{1/2}$, $X = xc^{1/2}$, $Z = zc^{1/2}$, 对(3)式两端积分可得

$$X \sin \theta = \frac{X^2}{B} + \int_0^X ZXdX \quad (4)$$

设 0 到距离 Z 内的液体体积为 v , 则 $V = vc^{3/2}$ 可表示为

$$V = \int_0^Z \pi X^2 dZ = \pi X^2 Z - 2\pi \int_0^X ZXdX \quad (5)$$

由(4)式和(5)式可得

$$V = \pi X^2 \left(Z + \left(\frac{2}{B} - \frac{2 \sin \theta}{X} \right) \right) \quad (6)$$

由于 Laplace 方程没有解析解, 因此通过数值计算方法来获得数值解, 运用四阶 Runge-Kutta 方法进行数值积分。

Lippmann-Young 方程表述了电压与三相接触角 θ 的关系^[7]:

$$\cos \theta(V) = \cos \theta_0 + \frac{\epsilon_0 \epsilon V^2}{2d\gamma_{lv}}$$

其中 γ_{lv} 为导电液滴与外围液体之间的表面自由能量, 绝缘介质层的相对介电常数为 ϵ , 厚度为 d , 真空介电常数为 ϵ_0 。图 3 是固相形态为平面时的 EWOD 结构。

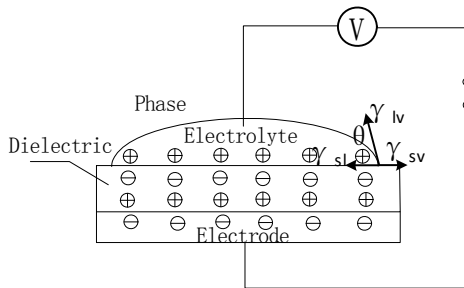


Figure 3. EWOD structure as solid phase is planar
图 3. 固相形态为平面的 EWOD 结构

3. 不同固相界面形态下液滴形状与成像质量分析

室温下, 体积为 134 μL 的 NaCl 溶液液滴在的聚四氟乙烯薄膜材料上, 液滴外围液体为甲基硅油。绝缘层为厚度为 2 μm 的 Parylene N 薄膜。相关材料的数据如下: $\theta_0 = 120$, $\rho_h = 1 \text{ g/cm}^3$,

$$\rho_l = 0.975 \text{ g/cm}^3, \gamma_{lv} = 77.1354 \text{ mJ/m}^2, \epsilon = 2.65.$$

对于平板上的 EWOD 结构, 其不同电压下的液滴形状如图 4 所示。

固相界面形态设计如图 5 所示, α 为玻璃内锥面与底面所成的夹角, 内锥面底部直径为 7 mm, 高度为 3 mm。锥面由内而外依次镀有 Parylene N 膜和聚四氟乙烯薄膜。液体形态与 α 有关, 此时的初始接触角 θ'_0 应为 $\theta'_0 = \theta_0 - \alpha$ 。

利用前面所述的数值计算方法, 计算出了在 α 分别为 30°、45°、60°和 75°时不同电压下液滴的形状(图 6~9)。

由于液滴顶点的曲率半径可由方程求解出, 因此液滴中心的焦距也可得到。两种液体的相对折射率 n_h 与 n_l 分别为 1.333 和 1.404。当固相界面形态为平面且未加电压时, 液滴顶点的曲率半径为 3.4 mm, 相应的焦距为 67.2 mm。而随着电压的增加曲率半径不断加大, 焦距也随之增加, 理论上可以达到无穷远。当固相界面形态为斜面时, 不同倾斜角度下焦距的倒数与电压的关系如图 10 所示。

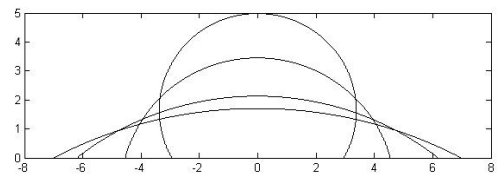


Figure 4. The curves of droplet shape from top to bottom correspond to a voltage of 0 V, 100 V, 130 V and 135 V with a planar solid phase
图 4. α 为 0°时, 图中液滴形状的曲线由上到下依次对应电压为 0 V、100 V、130 V 和 135 V

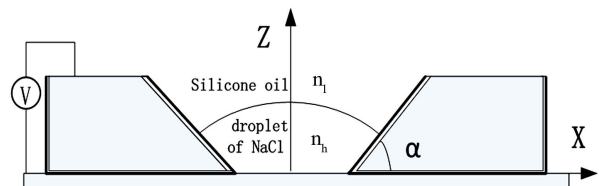


Figure 5. The slope interface shape of solid phase
图 5. 固相界面形态图

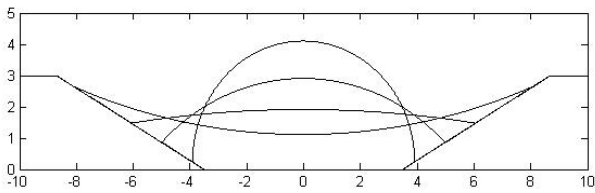


Figure 6. The curves of droplet shape from top to bottom correspond to a voltage of 0 V, 100 V, 130 V and 140 V with cone angle α of 30°

图 6. α 为 30° 时, 图中液滴形状的曲线由上到下依次对应电压为 0 V、100 V、130 V 和 140 V

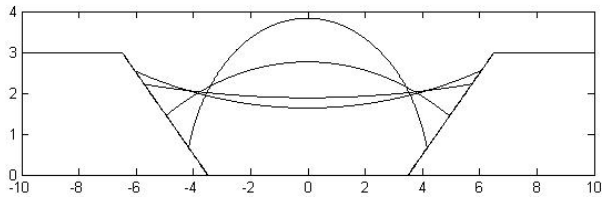


Figure 7. The curves of droplet shape from top to bottom correspond to a voltage of 0 V, 100 V, 130 V and 135 V with cone angle α of 45°

图 7. α 为 45° 时, 图中液滴形状的曲线由上到下依次对应电压为 0 V、100 V、130 V 和 135 V

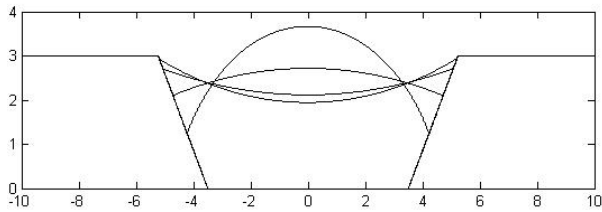


Figure 8. The curves of droplet shape from top to bottom correspond to a voltage of 0 V, 100 V, 125 V and 130 V with cone angle α of 60°

图 8. α 为 60° 时, 图中液滴形状的曲线由上到下依次对应电压为 0 V、100 V、125 V 和 130 V

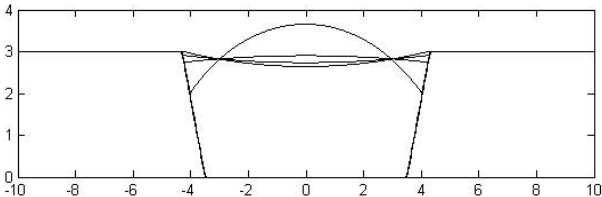


Figure 9. The curves of droplet shape from top to bottom correspond to a voltage of 0 V, 95 V, 105 V and 110 V with cone angle α of 75°

图 9. α 为 75° 时, 图中液滴形状的曲线由上到下依次对应电压为 0 V、95 V、105 V 和 110 V

4. 结论

本文将重力对液体形状的影响考虑在内, 建立了液体形状模型, 并采用四阶 Runge-Kutta 方法得到

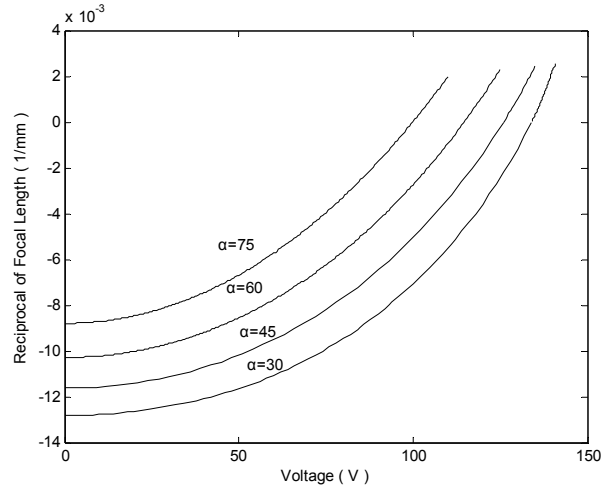


Figure 10. Curves of the relation between voltage and the reciprocal of optical focal length

图 10. 焦距的倒数与电压的关系

数值解。对比了不加电压时, 不同固相界面形态下的液体形状; 以及有外加电压时, 不同固相界面形态下液体形状的变化。给出了不同固相界面形态下液体光学焦距与所加电压之间的关系。结果显示, 固相界面形态为平面时, 焦距理论上可以达到无穷远; 固相界面形态为斜面时, 可以实现正负透镜的变焦转换。

参考文献 (References)

- [1] B. Berge, J. Peseux. Variable focal lens controlled by an external voltage: An application of electrowetting. The European Physical Journal E, 2000, 3(2): 159-162.
- [2] C. Quilliet, B. Berge. Investigation of effective interface potentials by electrowetting. Europhysics Letters, 2002, 60(1): 99-105.
- [3] B. Berge. Liquid lens technology: Principle of electrowetting based lenses and applications to image. Proceedings of the 18th IEEE International Conferences on Micro Electro Mechanical Systems, 2005, 227-230.
- [4] S. Kuiper, B. H. W. Hendriks. Variable-focus liquid lens for miniature cameras. Applied Physics Letters, 2004, 85(7): 1128-1131.
- [5] S.-L. Lee, C.-F. Yang. Numerical simulation for meniscus shape and optical performance of a MEMS-based liquid micro-lens. Optics Express, 2008, 16(24): 19995-20007.
- [6] P. S. De Laplace. Traite de mecanique celeste. Paris: Gauthier Villars, 1808.
- [7] B. Berge. Electrocapillarite et mouillage de films isolant pa eau, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série I, 1993, 317: 157-163.