

The Dispersion Characteristic of the Fused Quartz and the Dispersion Compensation of the Prism Pair

Jian Peng

Department of Mathematics and Physics, The North China Electric Power University, Beijing
Email: pjian@ncepu.edu.cn

Received: Jul. 9th, 2016; accepted: Jul. 24th, 2016; published: Jul. 27th, 2016

Copyright © 2016 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

The Group Velocity Dispersion (GVD) and the Third Order Dispersion (TOD) of the fused quartz are calculated by adopting the Sellmeier-formula from the electric dipole resonance model. The stimulated radiation has dominating effect on the GVD of a laser crystal, thus a positive GVD will usually come forth when the work wavelength locates in the longer side of a Gain Mountain. For dispersion compensation, to apply a prism pair is a simple and convenient means to get negative GVD. The design of the prism pair of the fused quartz is researched, and the apex angle and the distance from an apex to another apex of prisms are expressed.

Keywords

Fused Quartz, Material Dispersion, Prism Pair, Dispersion Compensation

熔融石英材料的色散与棱镜对的色散补偿

彭 建

华北电力大学数理系, 北京
Email: pjian@ncepu.edu.cn

收稿日期: 2016年7月9日; 录用日期: 2016年7月24日; 发布日期: 2016年7月27日

摘要

本文从电偶极振子模型出发，运用塞尔迈耶公式，计算出从紫外至近红外波段熔融石英材料的二阶与三阶色散值。受激发射占主导作用使激光晶体在其增益峰的长波侧表现为正的二阶色散值。采用棱镜对来获得二阶负色散是色散补偿的简单易行的方法。研究了二阶色散完全补偿时熔融石英棱镜对的设计，得到了棱镜的顶角及两棱镜顶之间距离的表达式。

关键词

熔融石英，材料色散，棱镜对，色散补偿

1. 引言

熔融石英是通信光纤、光学元器件生产制造中广泛使用的优质光学材料。它具有良好的物理稳定性，对于紫外、可见光及红外波段都有良好的透过特性及相对优良的色散特性。对其色散特性的研究是光纤及其它相关的光学元器件的设计与制造的重要基础。影响激光超短脉冲宽度的一个重要因素是其腔内色散。为了获得超短光脉冲，必须分析色散产生机制，并设法对激光腔内进行色散补偿。

2. 熔融石英材料的色散特性

介质中的分子或原子的束缚电子(简化为电偶极子模型)对外加电场的响应导致了材料的色散。由于构成介质电偶极子的分子或原子的能级间的共振跃迁不同，因而对不同频率的电场的响应是不同的。

依据经典电偶极振子模型[1]-[3]，可以先求出介质的电极化强度，再按照如下过程：

$$\vec{P} \rightarrow \tilde{\chi} = \vec{P}/\epsilon_0 \vec{E} \rightarrow \tilde{\varepsilon} = 1 + \tilde{\chi} \rightarrow \tilde{n} = \sqrt{\tilde{\varepsilon}} = n(1 + i\kappa) = 1 + \frac{\tilde{\chi}}{2} = 1 + \frac{\chi_R}{2} + i \frac{\chi_I}{2} \quad (1)$$

便可得到折射率表达式中的反映色散的实部和反映吸收的虚部的亥姆霍兹(H.L.F. Helmholtz)公式，见式(2)：

$$\begin{aligned} n^2 &= 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j (\omega^2 - \omega_j^2)}{(\omega^2 - \omega_j^2)^2 + (\omega \gamma_j)^2} = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j \lambda_j^2 \lambda^2 (\lambda^2 - \lambda_j^2)}{(2\pi c)^2 (\lambda^2 - \lambda_j^2)^2 + \gamma_j^2 \lambda_j^4 \lambda^2} \\ 2n^2 \kappa &= \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j \omega \gamma_j}{(\omega^2 - \omega_j^2)^2 + (\omega \gamma_j)^2} = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{2\pi c} \sum_j \frac{f_j \gamma_j \lambda_j^4 \lambda^3}{(2\pi c)^2 (\lambda^2 - \lambda_j^2)^2 + \gamma_j^2 \lambda_j^4 \lambda^2} \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式中， $\gamma_j = \frac{e^2 \omega_j^2}{6\pi \epsilon_0 c^3 m}$ 为振子的经典辐射阻尼系数， ω_j 为原子中子存在的多种振子下的固有频率，单位体积内的粒子(分子或原子)数以 N 表示， $\sum_j f_j = Z$ 则为振子类型的总数目， m 为粒子质量， e 为电子电量。

在不考虑共振吸收，即在忽略 γ_j 的情况下，从亥姆霍兹公式(2)出发，可以得出在吸收带附近和在远离吸收带处的全部色散情况下的塞尔迈耶(Sellmeier)公式：

$$n^2 = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j}{\omega_j^2 - \omega^2} = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{G_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2} \quad (3)$$

其中 $B_j = \frac{f_j Ne^2}{\varepsilon_0 m}$, $G_j = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{f_j \lambda_j^2}{(2\pi c)^2}$ 。

对于块体状的熔融石英, 可在(3)式中取前面三项($m \leq 3$)就可, 其有关的参数列出如下所示[4]:

$$\begin{aligned} G_1 &= 0.6961663, \quad \lambda_1 = 0.0684043 \mu\text{m}, \quad \lambda_1^2 = 0.004679148 (\mu\text{m})^2 \\ G_2 &= 0.4079426, \quad \lambda_2 = 0.1162414 \mu\text{m}, \quad \lambda_2^2 = 0.01351206 (\mu\text{m})^2 \\ G_3 &= 0.8974794, \quad \lambda_3 = 9.896161 \mu\text{m}, \quad \lambda_3^2 = 97.934002 (\mu\text{m})^2 \end{aligned} \quad (4)$$

对(3)式求导, 可得:

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{\lambda}{n} \sum_{j=1}^3 \frac{\lambda_j^2 G_j}{(\lambda^2 - \lambda_j^2)^2} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 n}{d\lambda^2} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^3 \frac{(3\lambda^2 + \lambda_j^2) \lambda_j^2 G_j}{(\lambda^2 - \lambda_j^2)^3} - \frac{1}{n} \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \quad (6)$$

$$\frac{d^3 n}{d\lambda^3} = -\frac{12\lambda}{n} \sum_{j=1}^3 \frac{(\lambda^2 + \lambda_j^2) \lambda_j^2 G_j}{(\lambda^2 - \lambda_j^2)^4} - \frac{3}{n} \frac{dn}{d\lambda} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (7)$$

由(3)~(7)式, 通过编程可计算出折射率及一阶、二阶与三阶导数按波长的分布。结果见图 1~4 所示。

以 τ 表示光信号在介质中传播单位距离所需的时间, 即为时延:

$$\tau = \frac{1}{v_g} = \frac{d\beta}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{d[n(\omega)\omega/c]}{d\omega} = \frac{n_g}{c} \quad (8)$$

上式中的 n_g 称为群折射率

$$n_g = \frac{c}{v_g} = n + \omega \frac{dn}{d\omega} = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (9)$$

群折射率的分布也见图 1 所示。

在光的传播过程中, 由于时延 τ 是波长的函数, 因而将导致光脉冲波形的畸变与展宽。用时延差 $\Delta\tau$ 表示光脉冲展宽的程度, 可得:

$$\Delta\tau = \frac{d\tau}{d\lambda} \Delta\lambda = -\frac{1}{2\pi c} \left(2\lambda \frac{d\beta}{d\lambda} + \lambda^2 \frac{d^2\beta}{d\lambda^2} \right) \Delta\lambda = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Delta\lambda \quad (10)$$

在实际工程应用中, 材料的色散通常以群速度色散 (GVD) 系数 D 来表示:

$$D = \frac{d\tau}{d\lambda} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (11)$$

图 5 所示的则为 D 随波长的分布。

相关的专业文献中, 常将模传输常数, 即纵向相移系数 $\beta = n\omega/c$ 按角频率 ω 展开[5]:

$$\beta(\omega) = n(\omega)\omega/c = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (12)$$

其中

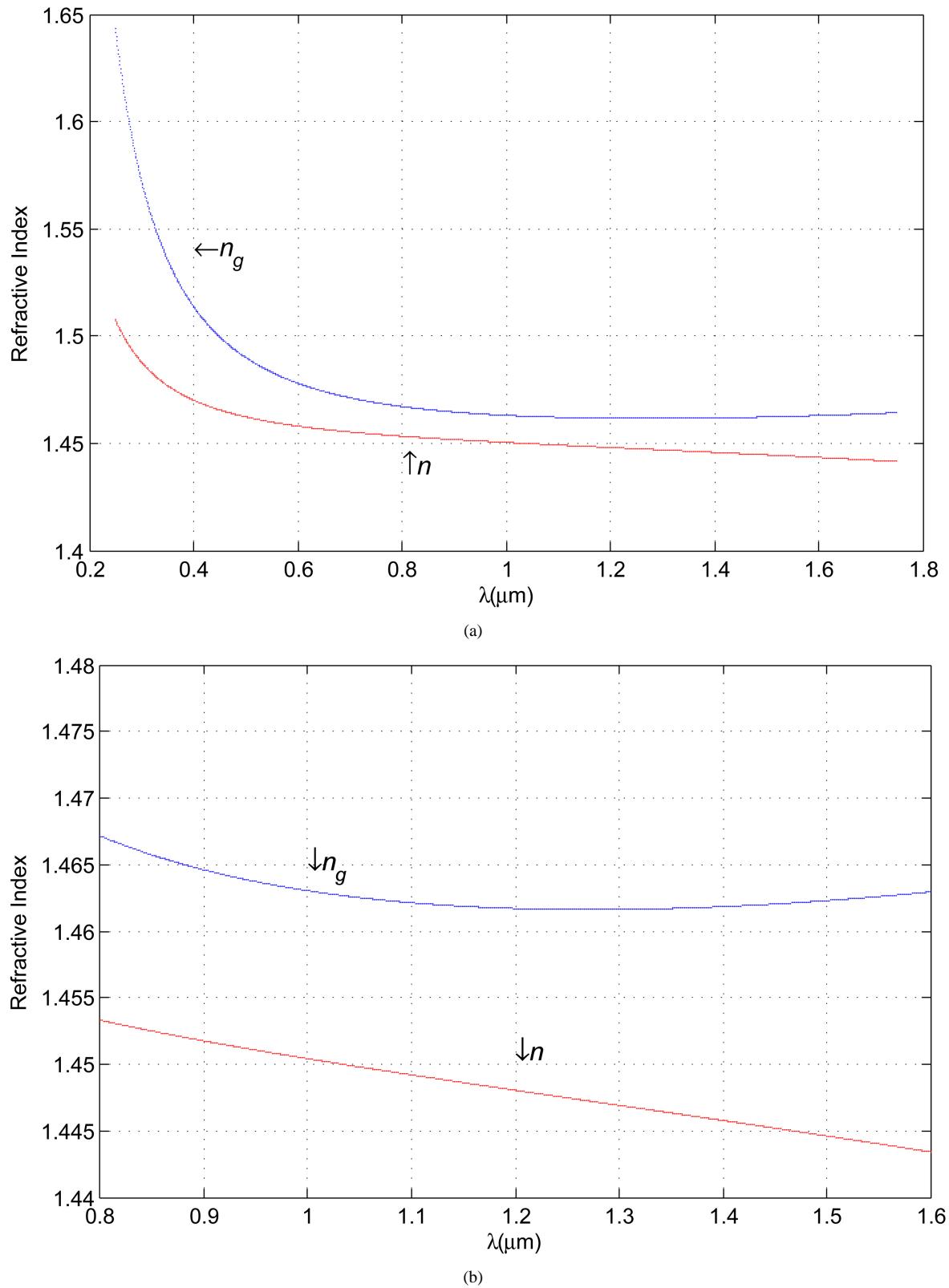


Figure 1. (a) The refractive index distribution of the fused quartz from UV to the near infrared; (b) The refractive index distribution of the fused quartz on optical fiber communication band
图 1. (a) 近红外至紫外波段熔融石英的折射率分布；(b) 光纤通信波段熔融石英的折射率分布

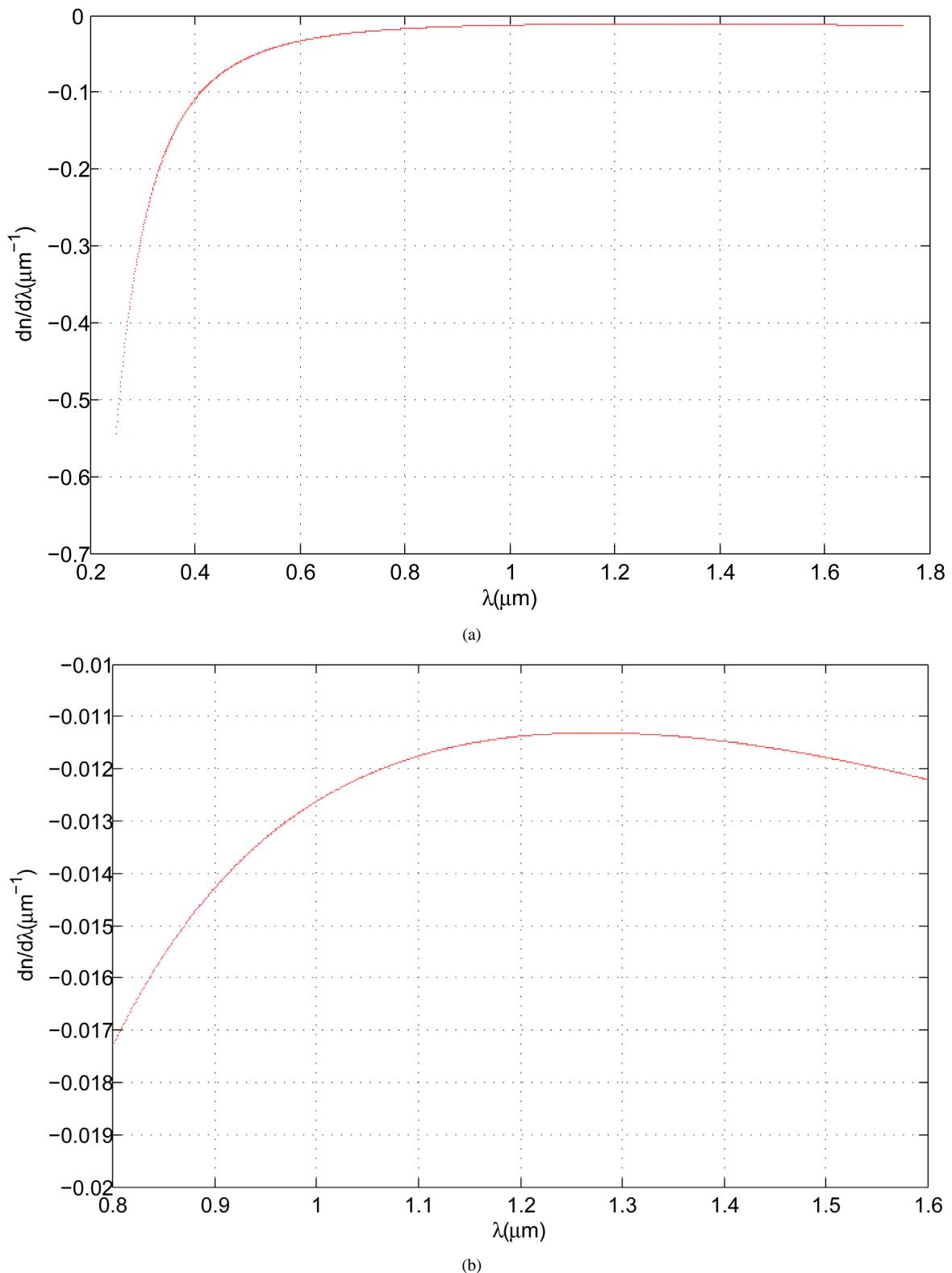


Figure 2. (a) The first refractive index derivative of the fused quartz from UV to the near infrared; (b) The first refractive index derivative of fused quartz on the optical fiber communication band

图 2. (a) 紫外至近红外波段熔融石英折射率一阶导数；(b) 光纤通信波段熔融石英折射率一阶导数

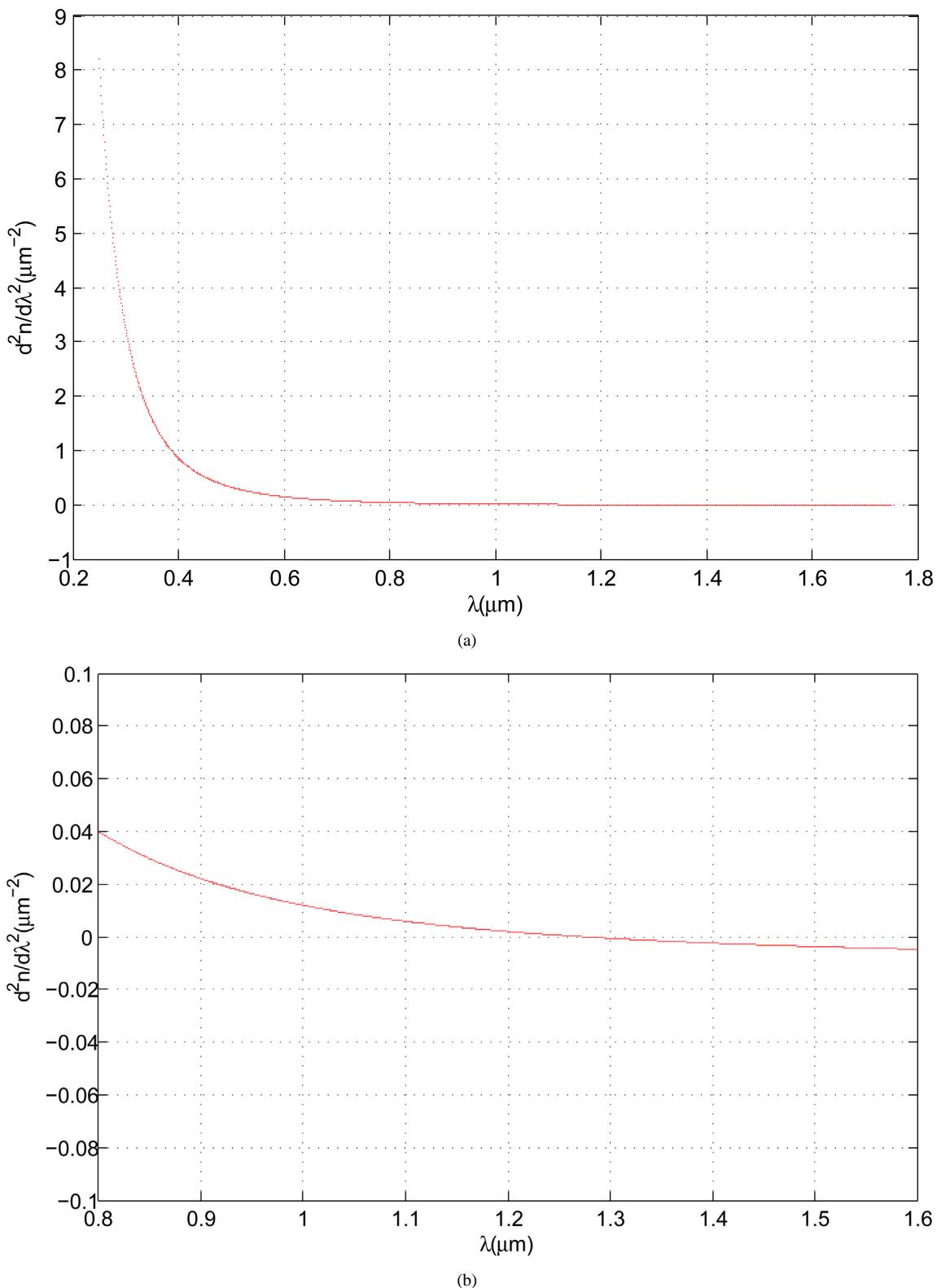


Figure 3. (a) The second refractive index derivative of the fused quartz from UV to the near infrared; (b) The second refractive index derivative of the fused quartz on the optical fiber communication band

图 3. (a) 紫外至近红外波段熔融石英折射率二阶导数；(b) 光纤通信波段熔融石英折射率二阶导数

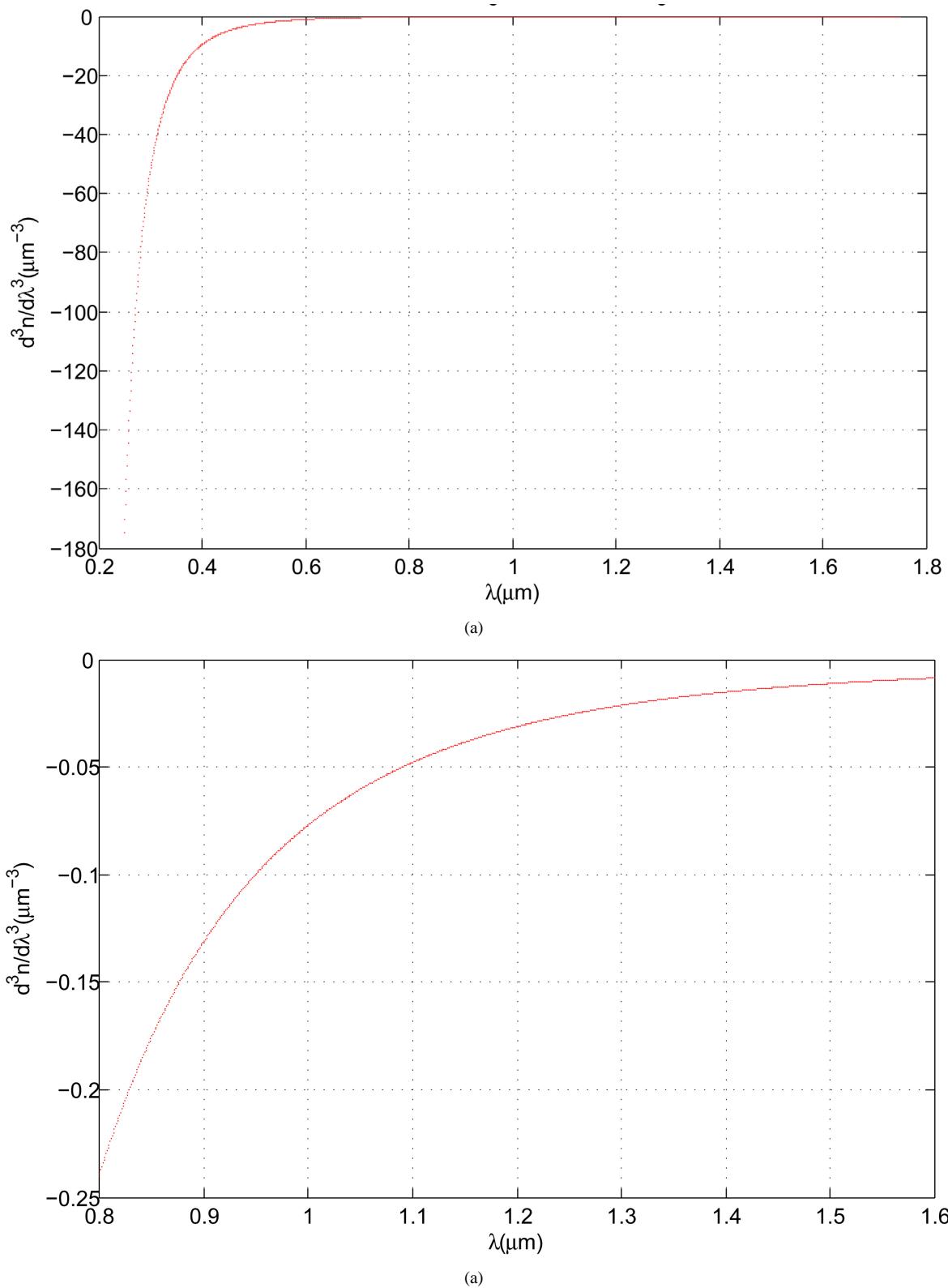


Figure 4. (a) The third refractive index derivative of the fused quartz from UV to the near infrared; (b) The third refractive index derivative of the fused quartz on the optical fiber communication band

图 4. (a) 紫外至近红外波段熔融石英折射率三阶导数；(b) 光纤通信波段熔融石英折射率三阶导数

$$\beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (13)$$

$$\beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) = \frac{1}{c} \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (14)$$

$$\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} D \quad (15)$$

$$\beta_3 = \frac{d^3\beta}{d\omega^3} = \frac{1}{c} \left(3 \frac{d^2n}{d\omega^2} + \omega \frac{d^3n}{d\omega^3} \right) = -\frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left(3 \frac{d^2n}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3n}{d\lambda^3} \right) \quad (16)$$

(14)~(16)式中的 β_1 为光信号通过单位距离引起的时延; β_2 为群速度色散(GVD)参量, 也常叫群时延色散(GDD)参量; β_3 则为三阶色散(TOD)参量。

对于熔融石英, 其 β_2 随波长的变化可见图 5 所示。由图 5 可得其零色散波长 $\lambda_D = 1.2728 \mu\text{m}$ 。当 $\lambda > \lambda_D$ 时, $\beta_2 < 0$ ($D > 0$), 即光纤通信中通常所说的负色散。图 6 所示的则是 β_3 随波长的变化。对于几个重要的工作波长, 熔融石英的有关色散参数列于表 1, 以便于实际应用。

3. 激光晶体的色散

由(2)式可看出, 一般物质处于共振跃迁带时, 通常会存在着相当强烈的色散。对于激光晶体, 当光场通过其中时, 由于发生共振跃迁的两能级的上能级粒子布居数总是大于下能级的粒子布居数, 因而将产生受激发射, 这时主要表现为增益。不失一般性, 将在其中沿 Z 方向传播的单色平面波的电场强度表示为

$$E(z,t) = E(z) e^{-i\omega t} = E_0 e^{i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_0\mu_0}z} e^{-i\omega t} = E_0 e^{i\frac{\omega}{c}\eta(1+i\kappa)z} e^{-i\omega t} = E_0 e^{i\left(\frac{\omega}{c}nz-\omega t\right)} e^{-\frac{\omega}{c}n\kappa z} \quad (17)$$

从(17)式可以得出光强的增益系数的表达式(18)。增益系数是波长和光强的函数, 即可写为 $G(\lambda, I_\lambda)$

$$G = -2 \frac{\omega}{c} n \kappa \quad (18)$$

Table 1. The dispersion parameters of the fused quartz for those typical laser wavelength
表 1. 常用激光工作波段下的熔融石英的色散参数

参数 \ 波长	1.0640 μm	1.2728 μm	1.3100 μm	1.5000 μm	1.5200 μm	1.5500 μm
n	1.4496	1.4472	1.4468	1.4446	1.4444	1.4440
n_g	1.4624	1.4616	1.4616	1.4623	1.4624	1.4626
$dn/d\lambda (\mu\text{m}^{-1})$	-0.0120	-0.0113	-0.0113	-0.0118	-0.0119	-0.0120
$d^2n/d\lambda^2 (\mu\text{m}^{-2})$	0.0077	-1.085×10^{-6}	-8.197×10^{-4}	-0.0037	-0.0039	-0.0042
$d^3n/d\lambda^3 (\mu\text{m}^{-3})$	-0.0564	-0.0235	-0.0206	-0.0112	-0.0106	-0.0098
$\beta_1 (\times 10^6 \text{ fs/m})$	4.8780	4.8754	4.8755	4.8777	4.8781	4.8787
$\beta_2 (\times 10^4 \text{ fs}^2/\text{m})$	1.6476	-0.0003961	-0.32632	-2.2198	-2.4454	-2.7947
$D (\text{ps}\cdot\text{km}^{-1}\cdot\text{nm}^{-1})$	-27.4145	0.0046	3.5818	18.5837	19.9375	21.9118
$\beta_3 (\times 10^5 \text{ fs}^3/\text{m})$	-0.44378	-0.73943	-0.81364	-1.3309	-1.4012	-1.5134

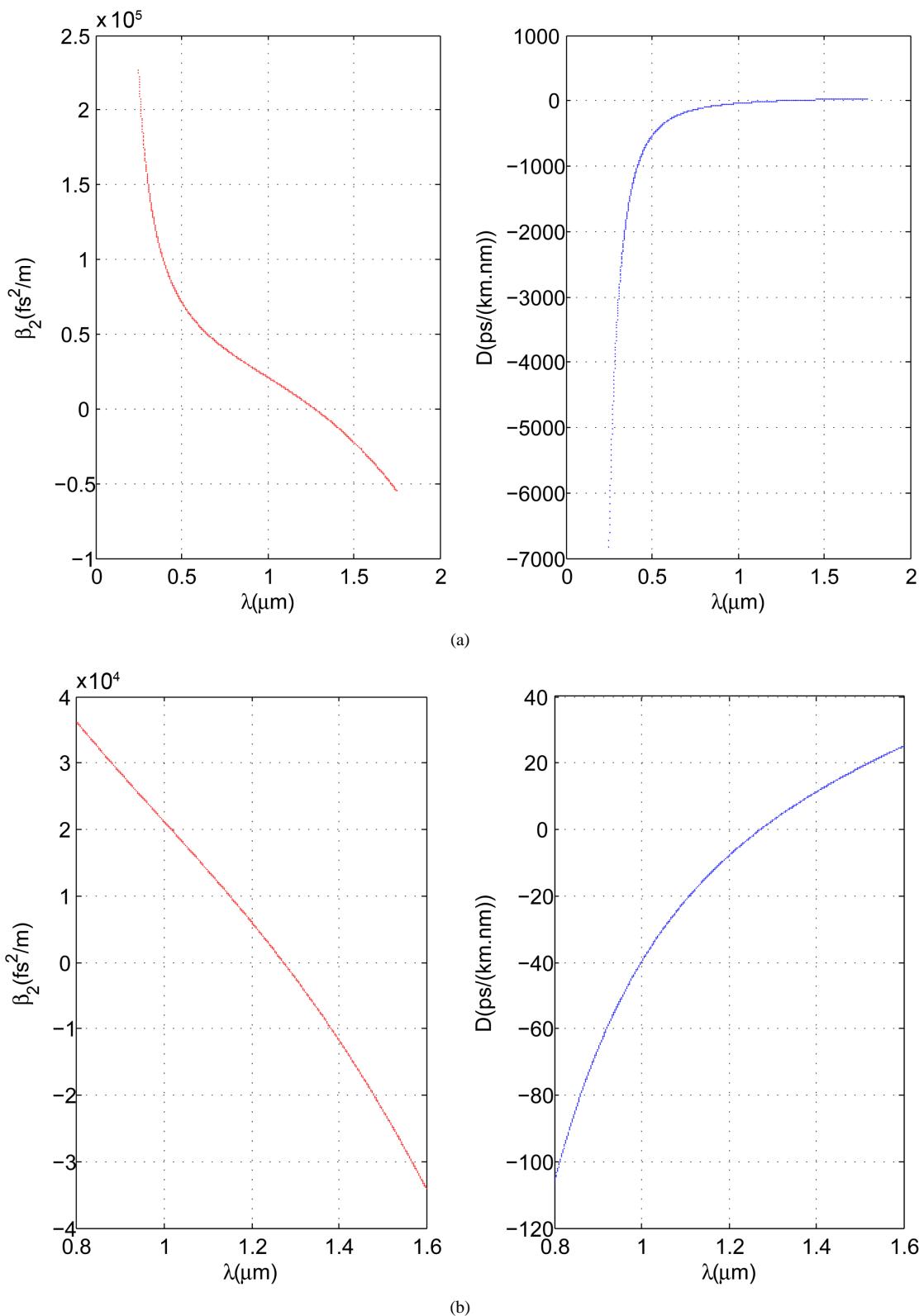


Figure 5. (a) The second order dispersion of the fused quartz from UV to the near infrared; (b) The second order dispersion of the fused quartz on the optical fiber communication band

图 5. (a) 紫外至近红外波段熔融石英的二阶色散；(b) 光纤通信波段熔融石英的二阶色散

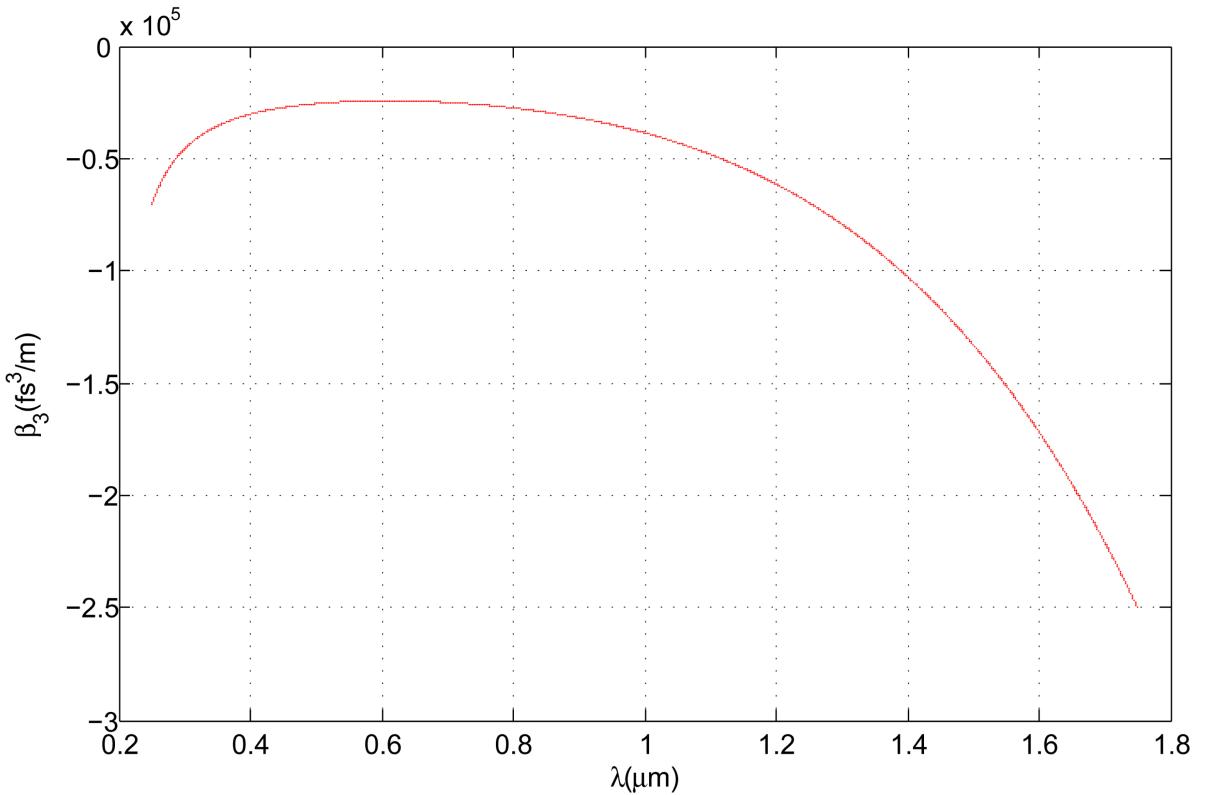


Figure 6. The third order dispersion of the fused quartz from UV to the near infrared
图 6. 紫外至近红外波段熔融石英的三阶色散

由(1)、(2)、(18)式，当在跃迁带内时，即 $\omega \approx \omega_0$ ，可得出

$$n = n_0 - \frac{(\nu_0 - \nu)cG(\nu, I_\nu)}{\Delta\nu_H \omega} = n_0 + \frac{(\lambda_0 - \lambda)cG(\lambda, I_\lambda)}{\gamma\lambda_0} \quad (19)$$

其中

$$\Delta\nu_H = \gamma/2\pi = 1/2\pi\tau \quad (20)$$

上式中的 $\Delta\nu_H$ 为谱线宽度，而 $\tau = 1/\gamma$ 为辐射衰减时间， n_0 则是表现在该共振带内的常数。

当在晶体的共振跃迁带内时，由(19)式可得出

$$\frac{d^2n}{d\lambda^2} = \frac{(\lambda_0 - \lambda)c}{\gamma\lambda_0} \frac{d^2G(\lambda, I_\lambda)}{d\lambda^2} - \frac{2c}{\gamma\lambda_0} \frac{dG(\lambda, I_\lambda)}{d\lambda} \quad (21)$$

激光晶体的增益线型通常表现为均匀加宽类型。按照(15)、(21)式及依据其谱线函数，能够得出在增益峰的短波侧，即 $\lambda < \lambda_0$ 时，二阶色散值 $\beta_2 < 0$ ；而在增益峰的长波侧，即 $\lambda > \lambda_0$ 时，二阶色散值 $\beta_2 > 0$ 。

常见固体激光工作物质通常具有很宽的谱线范围，激光器的工作波长总是处于谱线范围中的某一特定位置。对于 $\text{Cr}^{4+}\text{:YAG}$ 晶体，其荧光发射谱范围约为 $1.1\text{~}1.7 \mu\text{m}$ ，初始峰值发射波长大致为 $1.30 \mu\text{m}$ [6]。对于长度为 2 cm 的 $\text{Cr}^{4+}\text{:YAG}$ 晶体，图 7 显示的是激光在晶体内的往返二阶色散 [6] [7]，该结果与上述分析是比较相符的。实际光场经过激光晶体时，不但存在着受激发射，也同时存在着受激吸收。现考虑受激吸收，从(2)式可以得出，在峰值的长波侧，即 $\lambda > \lambda_0$ 时，二阶色散值 $\beta_2 < 0$ ；在峰值的短波侧，即 $\lambda < \lambda_0$

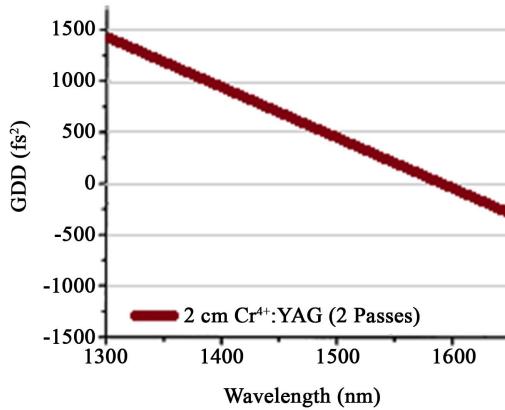


Figure 7. The round-trip value of the second order dispersion of the Cr⁴⁺:YAG crystal for 2 cm length

图 7. Cr⁴⁺:YAG 晶体长度为 2 cm 时在腔内往返的二阶色散值

时，其二阶色散值 $\beta_2 > 0$ ，其引起的色散作用与受激发射相反。起主导作用的受激发射与受激吸收共同作用构成总的色散。对于重要的激光通信波段 $\lambda = 1500 \text{ nm}$ 附近时，Cr⁴⁺:YAG 晶体总的往返二阶色散值为 $\beta_2 = 22.5 \text{ fs}^2/\text{mm}$ ，三阶色散值为 $\beta_3 = 300 \text{ fs}^3/\text{mm}$ 。

4. 棱镜对的色散补偿设计

考虑到激光器腔内色散会严重影响到输出激光脉冲的宽度，因此对于为了获得超短光脉冲的锁模激光器来说，必须通过色散元件来进行色散补偿。色散补偿的总原则是要保证谐振腔内所有光学元件的二阶总色散量为零，其它高阶色散必须做到尽可能小。但对于孤子锁模的情况，腔内总色散反而要维持一个合适的值[8]-[10]。可采用的色散补偿元件通常有光栅、双啁啾镜(DCM)、棱镜对及在腔内放置具有负色散值的块状材料等[7]。采用双啁啾镜，可使谐振腔结构简化，但其制造复杂而导致价格高昂，并且色散值也很难于改变，实际使用时，必须预先进行好严格设计。采用腔内放置光栅的方法的最大的问题是会引入比较大的损耗，考虑光栅本身的损伤阈值也是比较低的，因而必须对腔内光功率密度提出限制。在腔内放置具有负色散值的、采用布儒斯特角切割的块状材料，方法最为简单，不足的地方是色散值不能改变。

采用棱镜对设计[11]，可以获得负色散。色散值的改变通过调节两棱镜顶之间的距离 l 来实现。这样就能方便地补偿激光谐振腔内激光晶体的正色散值，从而可以获得脉宽很小的输出光脉冲。

采用熔融石英材料做成的棱镜对如图 8 所示。材料本身表现为正常色散，但波长较大的光通过棱镜中的距离也较长，因而两棱镜结合起来可以获得负色散，起到色散补偿的作用。

依据(15)与(16)式，若通过棱镜对的单程光程为 P ，则产生的二阶与三阶色散量可表示为：

$$B_2 = \frac{d^2\varphi}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2P}{d\lambda^2} \quad (22)$$

$$B_3 = \frac{d^2\varphi}{d\omega^3} = -\frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left(3 \frac{d^2P}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3P}{d\lambda^3} \right) \quad (23)$$

其中的相移 φ 为通过光程 P 而引起，可表示为

$$\varphi = -\frac{\omega}{c} n(\omega) L = -\frac{\omega}{c} P \quad (24)$$

为了保证插入损耗最小，通常采用布儒斯特角入射。为了使光路的调节相对简单，可以使入射角为

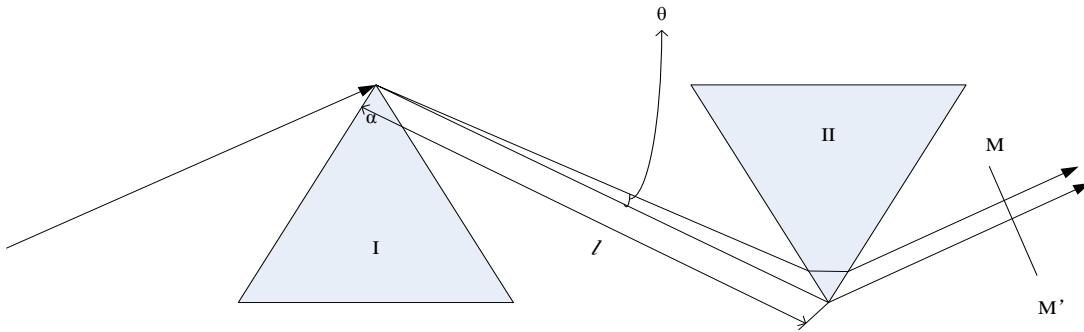


Figure 8. The design drawing of the prism pair for dispersion compensation

图 8. 棱镜对色散补偿设计的原理图

其最小偏向角。考虑到上面两个因素，则当光脉冲单程通过棱镜对，(22)与(23)式中的二阶与三阶项可分别表示为[11]：

$$\frac{d^2 P}{d\lambda^2} = 4l \left\{ \left[\frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \left(2n - \frac{1}{n^3} \right) \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \right] \cdot \sin \theta - 2 \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \cdot \cos \theta \right\} \quad (25)$$

$$\frac{d^3 P}{d\lambda^3} = 4l \left(\frac{d^3 n}{d\lambda^3} \cdot \sin \theta - 6 \frac{dn}{d\lambda} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \cdot \cos \theta \right) \quad (26)$$

在(25)与(26)式中， l 为两棱镜顶之间的距离， θ 则为光束通过第一个棱镜的张角。在计算中做出适当简化，近似考虑 $l \sin \theta = 2 \text{ mm}$ ， $\cos \theta \approx 1$ 。从(22)、(23)结合(25)、(26)式可看出，要求出二阶与三阶色散量 B_2 与 B_3 ，必须先求出制造棱镜对的熔融石英材料在某一波长下对应的一阶、二阶与三阶导数。

依据表 1 提供的参数，当 λ 的单位取 μm 、 P 与 l 的单位取 mm 时，对应于波长 $\lambda = 1.5200 \mu\text{m}$ ，可由(25)及(26)式得出

$$\begin{aligned} \frac{d^2 p}{d\lambda^2} &= -0.02871 - 0.00113l \\ \frac{d^3 p}{d\lambda^3} &= -0.0848 - 0.00111l \end{aligned} \quad (27)$$

当腔内往返的二阶色散总值为 B_2 时，依据(22)式， λ 的单位取 μm 、 P 与 l 的单位取 mm ，则达到二阶色散完全补偿时，有

$$\frac{d^2 p}{d\lambda^2} = \frac{B_2}{3.5368 \times 10^3 \times \lambda^3} \quad (28)$$

进而依据(26)、(27)式，可求出两棱镜顶之间的距离为

$$l = \frac{B_2}{14.0352} - 25.41 \quad (29)$$

从以上的论述可看出，激光晶体的二阶正色散的补偿可通过改变棱镜对的两棱镜顶之间的距离 l 来方便地实现；当波长增大时， l 必须减小；晶体的三阶正色散只能部分地得到补偿，剩余的三阶色散还是会比较大，这就会制约输出激光脉宽的减小程度。实际应用中，可一边测量输出激光脉宽，一边微调两棱镜顶之间的距离 l ，找出输出激光脉宽最小时对应的 l 值。

综合考虑到光以布儒斯特角入射时可以减小损耗；光以最小偏向角入射时，可以使光路结构的布局简单、调节方便，因而可将每一棱镜设计成等腰棱镜，同时保证两棱镜的斜边平行。基于以上考虑，可

以计算出熔融石英棱镜对的顶角应满足

$$\alpha = 2 \arcsin \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} \right) \quad (30)$$

5. 结语

熔融石英从紫外至近红外波段的二阶色散与三阶色散值已经通过计算给出，这可为相关光学元件设计时提供参考。激光晶体的色散是受激发射与受激吸收共同作用所表现的结果，其中受激发射占主导，在增益峰的长波侧，表现为正的二阶色散。进行腔内色散补偿是获得超短光脉冲必须要考虑的重要因素。采用棱镜对获得负的二阶色散是色散补偿的简便易行的方法。达到二阶色散完全补偿时，棱镜的顶角和两棱镜顶之间的距离的表达式已被给出。

参考文献 (References)

- [1] Zhao, K.H. and Zhong, X.H. (1984) Optics(2). Peking University Press, Beijing, 238-244.
- [2] Zhou, B.K., Gao, Y.Z., Chen, J.H., et al. (1995) Laser Principle. National Defence Industry Press, Beijing, 94-98.
- [3] Zhang, K.Q. and Li, D.J. (2001) Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics. 2nd Edition, Publishing House of Electronics Industry, Beijing, 461-467.
- [4] Malitson, I.H. (1965) Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica. *Journal of the Optical Society of America*, **55**, 1205-1209. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSA.55.001205>
- [5] Agrawal, G.P. (2001) Nonlinear Fiber Optics. 3rd Edition, Academic Press, San Diego, 8-12.
- [6] Ripin, D.J., Chudoba, C., Gopinath, J.T., et al. (2002) Generation of 20-fs Pulses by a Prismless Cr⁴⁺:YAG Laser. *Optics Letters*, **27**, 61-63. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.27.000061>
- [7] Ishida, Y. and Naganuma, K. (1994) Characteristics of Femtosecond Pulses near 1.5 μm in a Self-Mode-Locked Cr⁴⁺:YAG Laser. *Optics Letters*, **19**, 2003-2005. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.19.002003>
- [8] Martinez, O.E. and Fork, R.L. (1984) Theory of Passively Mode-Locked Lasers including Self-Phase Modulation and Group-Velocity Dispersion. *Optics Letters*, **9**, 156-158. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.9.000156>
- [9] Kärtner, F.X., Jung, I.D. and Keller, U. (1996) Soliton Mode-Locking with Saturable Absorbers. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, **2**, 540-556. <http://dx.doi.org/10.1109/2944.571754>
- [10] Theimer, J., Hayduk, M., Krol, M.F., et al. (1997) Mode-Locked Cr⁴⁺:YAG Laser: Model and Experiment. *Optics Communications*, **142**, 55-60. [http://dx.doi.org/10.1016/S0030-4018\(97\)00261-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0030-4018(97)00261-7)
- [11] Fork, R.L., Martinez, O.E. and Gordon, J.P. (1984) Negative Dispersion Using Pairs of Prism. *Optics Letters*, **9**, 150-152. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.9.000150>

Hans 汉斯

期刊投稿者将享受如下服务：

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>