

基于气泡群水下信道的高阶QAM误码性能研究

马翠兰, 项澜, 安移

上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海

收稿日期: 2023年3月5日; 录用日期: 2023年4月11日; 发布日期: 2023年4月18日

摘要

水下无线光通信(UWOC)由于其应用广泛是近年的研究热点, 水下无线光通信中气泡对激光光束传播的影响降低了通信系统的性能。高斯混合模型很好地表征了气泡在水下环境中的强度波动。为了追求更好的通信效果, 针对服从高斯混合模型的水下无线光通信信道, 研究了使用高阶正交振幅调制(QAM)的水下无线光通信系统的误码率(BER)性能。考虑了不同气泡密度即水下信道中不同空气流速对系统性能的影响, 使用不同阶数的QAM方法进行分析。同时也分析了QAM调制解调结合(7,4)汉明码下的误码性能, 对通信性能起到了一定的改善作用。

关键词

水下无线光通信, 高斯混合模型, 高阶正交振幅调制, 汉明码, 误码率

Research on High-Order QAM Error Performance Based on Bubble Group Underwater Channel

Cuilan Ma, Lan Xiang, Yi An

School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Mar. 5th, 2023; accepted: Apr. 11th, 2023; published: Apr. 18th, 2023

Abstract

Underwater wireless optical communication (UWOC) is a research hotspot in recent years due

文章引用: 马翠兰, 项澜, 安移. 基于气泡群水下信道的高阶 QAM 误码性能研究[J]. 应用物理, 2023, 13(4): 81-88.
DOI: 10.12677/app.2023.134009

to its wide application. The influence of bubbles on laser beam propagation in underwater wireless optical communication reduces the performance of communication system. The Gaussian mixture model well characterizes the intensity fluctuation of bubbles in underwater environment. In order to pursue better communication effect, the bit error rate (BER) performance of underwater wire-less optical communication system using high-order quadrature amplitude modulation (QAM) is studied for underwater wireless optical communication channel obeying Gaussian mixture model. Considering the influence of different bubble densities, that is, different air velocities in the under-water channel, on the system performance, the QAM method of different orders is used for analysis. At the same time, the error performance of QAM modulation and de-modulation combined with (7,4) Hamming code is also analyzed, which improves the communication performance.

Keywords

Underwater Wireless Optical Communication, Gaussian Mixture Model, High-Order Quadrature Amplitude Modulation, Hamming Code, Bit Error Rate

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

人类对水下资源的勘探、渔业以及军事潜艇等方面的需求使得水下通信近年成为研究热点。水下通信技术的研究可以通过在射频、声波和光波传播方面部署[1]。射频波作为超低频率操作，成本高，数据速率低[2]；声波的速度不足，在远距离上有很高的延迟[3]；由于射频和声波的数据速率和带宽有限，一种替代的光信号方式已经成为水下数字信号的最重要和最可靠的无线载波候选[4]。与传统射频和声波相比，可见光通信具有许多优点，如成本效益高、安装简单、数据传输速率高(3 Gbit/s)、实时监测[5]和深海数据收集[6]。可见光下的水下无线光通信(UWOC)，特别是波长为(450~532) nm 的蓝绿光谱[7]，已被广泛应用于高数据传输的水下通信。水下环境的复杂性使得水下光通信的研究也变得复杂，存在的问题包括光的吸收和散射、带宽的限制、误码率高、多普勒拓展、环境噪声影响等[8]。水下信道中气泡对水下通信系统的性能产生严重影响，研究人员对不同尺寸的气泡对 UWOC 系统的影响进行了详细的研究并使用高斯混合模型(GMM)建模[9]。Zedini 等人分析了淡水和咸水中气泡和温度梯度存在时 UWOC 信道的湍流诱导衰落，提出了由混合指数广义伽玛分布表征的综合通道模型，解决了水下无线光学通道中由于气泡和温度梯度造成的光束辐照度波动的统计问题[10]。对于水下信道，光信号的调制方式常用的有 OOK (二进制启闭键控)和 PPM (脉冲位置调制)、QAM 等。研究提出了一种基于二进制开关键控(OOK)调制的水下高速激光通信系统并进行了分析[11]，使用空间调制水下光无线多输出多输入通信技术(SMUOMIMO)研究了弱湍流条件下水下无线 MIMO 通信的性能[12]。M-PSK 也被用于研究 UWOC 系统误码性能[13] [14]。在 M-QAM 调制下，分析了不同湍流参数如动能、盐度、温度、链路范围和不同水类型情况下系统的平均误码率性能[15] [16]。而 QAM 作为一种在不增加无线通信系统带宽的情况下实现高数据速率传输的调制技术，具有较高的频谱利用率和较好的抗噪声性能，在现代通信中应用范围广泛，Wi-Fi 6 的最高调制方式是 1024-QAM，而未来 Wi-Fi 7 的最高调制方式为 4096QAM 等[17]。QAM 技术无疑将会在未来具有更广阔的前景。

目前水下无线光通信存在的主要问题有传输距离短, 水下信号衰减大, 误码性能差, 通信效率低等。对信道误码性能的研究对在水下通信过程中获取更准确信息的工作具有重大的意义。本文分析了服从高斯混合模型的水下无线光通信系统的性能, 使用高阶 QAM 方式仿真得到了不同参数信道下的误码率性能, 并结合(7,4)汉明码进行纠错得到误码率并进行了分析。这将会为未来对气泡水下信道的研究与分析具有一定的理论参考作用。

2. 信道模型

在研究不同气泡大小、数量对通信性能的影响时, 一条可以有效地表征 UWOC 信道的模型是非常关键的。在之前的研究中, 提出了用广义高斯混合分布来表征水下大范围气泡中的光学辐照度波动, GMM 不仅与实测数据精确拟合, 更是易于处理和分析的模型[9]。GMM 的表达式如下式(1):

$$f(I) = a_1 \exp\left\{-\left(\frac{I-b_1}{c_1}\right)^2\right\} + a_2 \exp\left\{-\left(\frac{I-b_2}{c_2}\right)^2\right\} + a_3 \exp\left\{-\left(\frac{I-b_3}{c_3}\right)^2\right\} \quad (1)$$

其中 a_1 、 a_2 、 a_3 为函数幅值, b_1 、 b_2 、 b_3 为位置参数, c_1 、 c_2 、 c_3 为模型尺度参数, I 为归一化接收光功率。式(1)表示的广义高斯混合模型, 即是均值分别为 b_1 、 b_2 、 b_3 , 方差分别为 $c_1/\sqrt{2}$ 、 $c_2/\sqrt{2}$ 和 $c_3/\sqrt{2}$ 的三个高斯函数的加权线性组合。GMM 的表达式还可以表示为式(2):

$$f(I) = \sum_{i=1}^3 W_i G_i(I; \mu_i, \sigma_i) \quad (2)$$

其中 G_i 是第 i 个正态高斯函数, 均值 μ_i , 标准差 σ_i , 分配的相应权重为 $W_1 = a_1 \sqrt{c_1 \pi}$, $W_2 = a_2 \sqrt{c_2 \pi}$, $W_3 = a_3 \sqrt{c_3 \pi}$, $\sum_{i=1}^3 W_i = 1$ 。闪烁指数即强度波动的归一化方差表示为式(3):

$$SI = \frac{\sum_{i=1}^3 W_i [\sigma_i^2 + (\mu_i + \mu)^2]}{\left(\sum_{i=1}^3 W_i \mu_i\right)^2} - 1 \quad (3)$$

GMM 模型对应的概率密度函数图像及其随机数直方图如图 1 所示。表 1 列出了弱湍流下, 使用激光器发射波长为 532 nm, 输出功率为 5 mW 的单模 LD, UWOC 链路长度为 1.56 m, 孔径为 0.7 mm 时三种空气流速下的信道参数, 空气流速分别为 4 L/min、8 L/min 和 12 L/min, 主要考虑高阶 QAM 调制下的系统的误码情况, 由表 1 中数据可以看到, 其闪烁指数 SI 均小于 1, 用于量化拟合优度的决定系数 R^2 接近 1, 均方根误差 RMSE 均小于 0.1, 数据与模型的拟合程度良好。

Table 1. GMM parameters on 1.56 m link
表 1. 1.56 m 链路上的 GMM 参数

孔径(mm)	空气流速(L/min)	SI	a_1	b	c_1	a_2
0.7	4	0.117	34.3	1.123	0.01253	0.54
	8	0.2077	26.04	1.22	0.01642	11.79
	12	0.2841	2370	1.42	0.05358	7.879
b_2	c_2	a_3	b_3	c_3	R^2	$RMSE$
0.06208	0.04414	0.3175	0.1782	0.1824	0.9999	0.0555
0.02174	0.008914	0.7279	0.09099	0.1024	0.9994	0.0919
0.01579	0.0112	0.9386	0.07883	0.09299	0.9995	0.08371

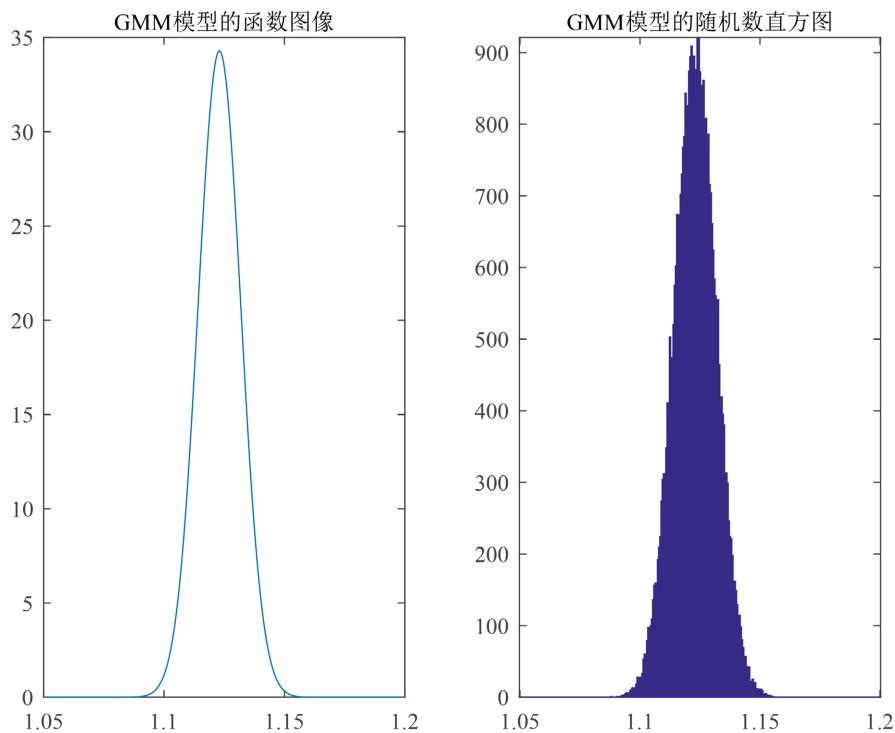


Figure 1. (a) GMM model PDF image and (b) GMM model random number histogram
图 1. (a) GMM 模型 PDF 图像及(b) GMM 模型随机数直方图

3. QAM 调制

正交振幅调制是用两个独立的基带数字信号对两个相互正交的同频载波进行抑制载波的双边带调制，利用这种已调信号在同一带宽内频谱正交的性质来实现两路并行的数字信号传输。正交振幅调制是一种振幅和相位联合键控。多进制正交振幅调制(M-QAM)的一般形式定义如下式(4):

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_{\min}}{T_s}} a_i \cos(2\pi f_c t) + \sqrt{\frac{2E_{\min}}{T_s}} b_i \sin(2\pi f_c t) \quad (4)$$

其中， $0 \leq t \leq T_s$ ， $i = 1, 2, \dots, M$ ， E_{\min} 是幅度最小的信号的能量， f_c 是载波频率， a_i 和 b_i 是一对独立的整数。第 i 个信号点的坐标为 $a_i\sqrt{E_{\min}}$ 和 $b_i\sqrt{E_{\min}}$ ， (a_i, b_i) 是如下式(5)所表示的 L 矩阵的元素，其中 L 等于 QAM 调制阶数的开平方根， L 为整数。

$$\{a_i, b_i\} = \begin{bmatrix} (-L+1, L-1) & (-L+3, L-1) & \cdots & (L-1, L-1) \\ (-L+1, L-3) & (-L+3, L-1) & \cdots & (L-1, L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-L+1, -L+1) & (-L+3, -L+1) & \cdots & (L+1, -L+1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中，如对于 64QAM 的星座图，其 L 矩阵可以表示为式(6)所示。

$$\{a_i, b_i\} = \begin{bmatrix} (-7, 7) & (-5, 7) & \cdots & (7, 7) \\ (-7, 5) & (-5, 5) & \cdots & (7, 5) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-7, -7) & (-5, -7) & \cdots & (7, -7) \end{bmatrix} \quad (6)$$

本文对 UWOC 系统服从高斯混合模型在三种不同参数下的信道进行分析，使用 MATLAB 进行仿真得到了对应四种 QAM 即 16QAM、64QAM、256QAM 和 1024QAM 下的误码率。由于汉明码可以检错纠错一位错误比特的同时，抗干扰能力强的信道编码，并且有着较高的编码效率，故另结合(7,4)汉明编码进行仿真并分析。高阶 QAM 以及高阶 QAM 结合汉明编码的通信系统模型如图 2 所示。

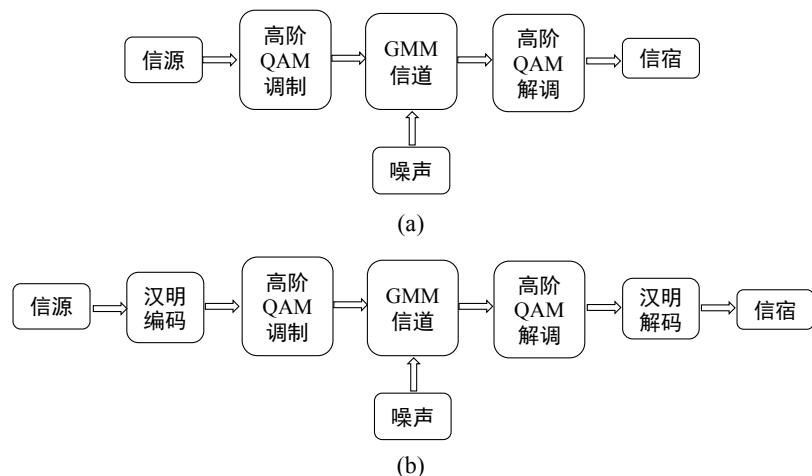


Figure 2. (a) High-order QAM communication system model and (b) High-order QAM combined with Hamming coding communication system model

图 2. (a) 高阶 QAM 通信系统模型及(b)高阶 QAM 结合汉明编码通信系统模型

研究使用 MATLAB 进行误码率仿真分析，使用蒙特卡洛方法获取符合条件的随机数。蒙特卡洛方法首先根据问题构造合适的概率模型，并使待测量与该概率模型的数字特征相等，进而将积分问题的求解转化为相应概率模型数字特征的求解，根据大数定理，依托计算机模拟，利用统计方法得到概率模型数字特征的估计值，将其作为预测量的近似值[18]。抽样方法我们使用了更为简单的舍选抽样法[19]，其原理就是利用拒绝采样，通过设定一个程序可抽样的分布比如正态分布等等，然后按照一定的方法拒绝某些样本，达到接近给定分布如 $f(I)$ 的目的。针对公式(1)，根据概率密度函数 $f(I)$ ，即公式(1)使用数学计算较为简单的舍选法生成随机信号。

4. 结果分析

图 3 展示了四种高阶 QAM 调制在未进行汉明编码和进行(7,4)汉明编码下的误码率仿真图，图 3 中的 QAM_1 、 QAM_2 、 QAM_3 表示空气流速分别对应 4 L/min、8 L/min 和 12 L/min 的情况。同时相应的误码率数据的部分展示于表 2 中。

从表 2 可知，四种不同阶数的 QAM 方法对应的误码率情况不同。16QAM 在信噪比为 12 dB 时，三种空气流速下的误码率最好达到了 1.3×10^{-4} 。随着 QAM 阶数的提高，到达该误码率值需要的信噪比也增大，如 1024QAM 需要的信噪比超过 24 dB。64QAM 在信噪比为 16 时，误码率达到了 10^{-4} ，而 256QAM 下的误码率到达该值 SNR 超过了 20 dB，另外四种阶数在信噪比为 12 dB 时的 QAM 对应的误码率量级分别为 10^{-4} 、 10^{-3} 、 10^{-2} 、 10^{-1} 。这是由 QAM 调制的特点决定的，越高阶的 QAM 调制，对信噪比的要求也越高。从趋势上看，随着信噪比的增加，不同空气流速下的误码性能将会有更好的改善。在未进行汉明编码的信道，随着空气流速的增加，对应 4 L/min、8 L/min 和 12 L/min，在同一种 QAM 调制下误码性能逐渐下降，这是因为随着空气流速的增加，气泡数增加，接收到的光束经历强度波动也更大，从而影响误码性能。

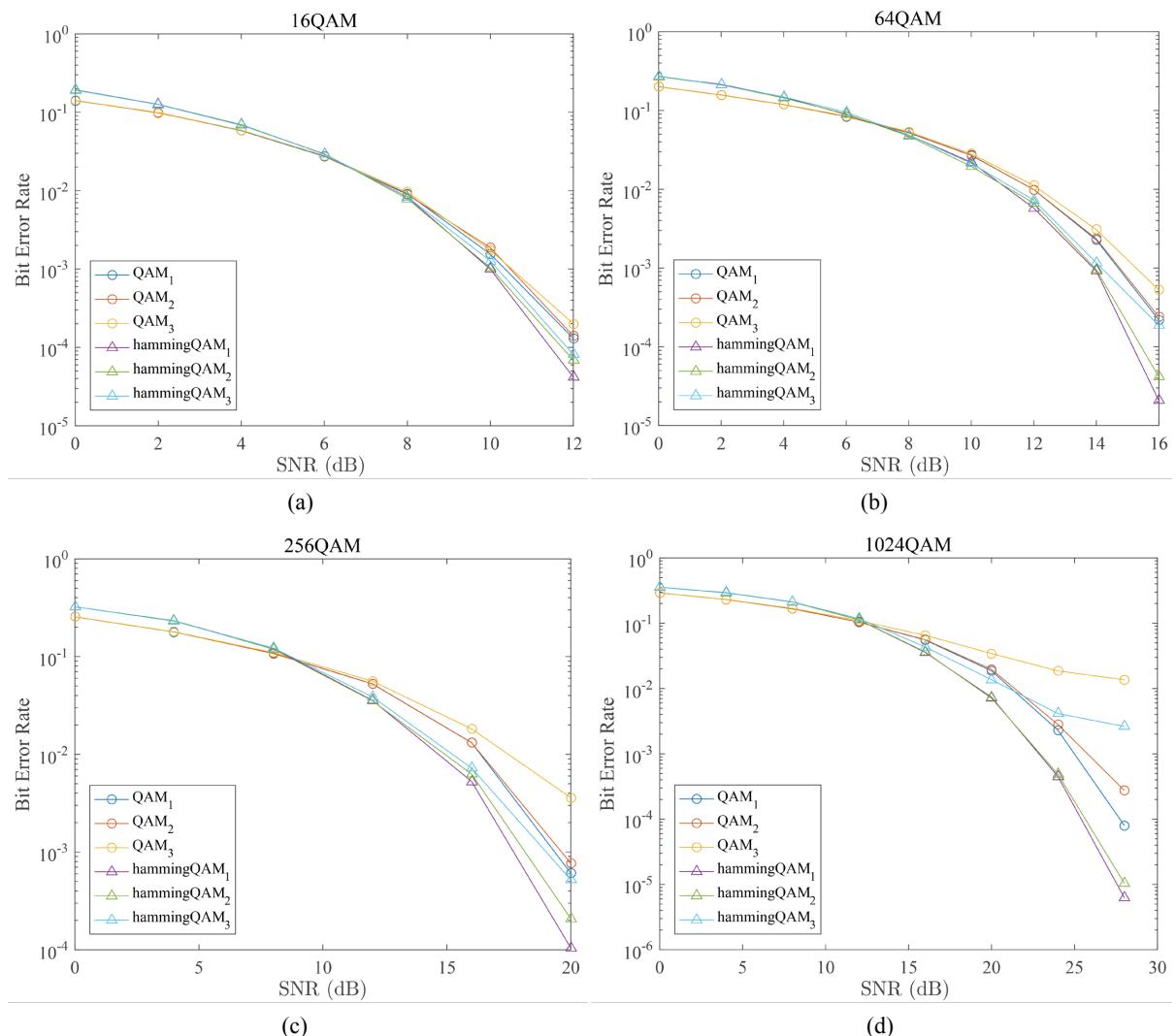


Figure 3. The bit error rate simulation of high-order QAM (16QAM, 64QAM, 256QAM, 1024QAM) and high-order QAM + (7,4) Hamming code when the link length is 1.56 m and the aperture is 7 mm. (a) 16QAM BER; (b) 64QAM BER; (c) 256QAM BER; (d) 1024QAM BER

图3. 链路长度为 1.56 m、孔径为 7 mm 时的高阶 QAM (16QAM、64QAM、256QAM、1024QAM) 及高阶 QAM+(7,4) 汉明码下的误码率仿真图。(a) 16QAM 误码率; (b) 64QAM 误码率; (c) 256QAM 误码率; (d) 1024QAM 误码率

而由图 3 和表 2 也可以知道, 汉明码对于气泡群水下信道有着一定的对于信息的检错纠错能力, 在一定的信噪比条件下, 可以降低误码率, 提高通信系统的误码率性能。由于信道编码在编码过程中用到了检错纠错的冗余比特, 信噪比受到了码率影响, 所以在较低信噪比条件下, 经过信道编码的系统的误码率性能不如没有经过信道编码的系统。在较高信噪比时, 经过信道编码的系统的误码率性能优于没有经过信道编码的系统。在高阶 QAM 结合了(7,4)汉明编码的情况下, 在相同阶数 QAM 的情况下, 使用了汉明编码的改善数据, 16QAM 在空气流速为 4 L/min、8 L/min 和 12 L/min 对应的最大增益分别为: 4.94 dB、3.09 dB 和 3.91 dB, 64QAM、256QAM 和 1024QAM 对应的最好的误码增益分别为 10.21 dB、8.39 dB、14.22 dB。结果表明结合汉明码编码进行调制对于通信系统的误码率性能有着改善的作用。

从整体上来说, 四种不同阶数的 QAM 应用于服从高斯混合分布的水下无线光通信信道时, 从表中数据结果可以知道, 相同条件下的较低的信噪比时, QAM 可以实现较好的误码性能, 与 OOK 和 PSK 调

制方式相比, QAM 更适合于未来对水下光通信高带宽、高速率的要求。

Table 2. BER data under 16QAM, 64QAM, 256QAM, 1024QAM modulation in different channels. (a) 16QAM BER; (b) 64QAM BER; (c) 256QAM BER; (d) 1024QAM BER

表 2. 不同信道下 16QAM、64QAM、256QAM、1024QAM 调制下的误码率数据。(a) 16QAM 误码率数据; (b) 64QAM 误码率数据; (c) 256QAM 误码率数据; (d) 1024QAM 误码率数据

(a)						
SNR	2	4	6	8	10	12
未编码信道 1	0.09839	0.05822	0.0274	0.00915	0.00155	0.00013
未编码信道 2	0.09869	0.05897	0.02796	0.0089	0.00187	0.00014
未编码信道 3	0.09762	0.05896	0.02798	0.00957	0.00174	0.0002
汉明码信道 1	0.12594	0.069485	0.029146	0.008275	0.000994	4.17E-05
汉明码信道 2	0.125208	0.069227	0.029525	0.007865	0.001038	6.88E-05
汉明码信道 3	0.125113	0.068163	0.029406	0.008313	0.001269	8.13E-05
(b)						
SNR	6	8	10	12	14	16
未编码信道 1	0.083639	0.052107	0.026933	0.009892	0.002275	0.000219
未编码信道 2	0.083973	0.052459	0.027121	0.009898	0.002352	0.000241
未编码信道 3	0.085115	0.053703	0.028171	0.011186	0.003075	0.000528
汉明码信道 1	0.089083	0.04875	0.022063	0.005771	0.000917	2.08E-05
汉明码信道 2	0.090438	0.047271	0.0195	0.006667	0.000954	4.17E-05
汉明码信道 3	0.094896	0.048688	0.021313	0.007292	0.001167	0.000188
(c)						
SNR	0	4	8	12	16	20
未编码信道 1	0.254681	0.178423	0.107996	0.052645	0.01315	0.000606
未编码信道 2	0.25465	0.178689	0.107518	0.052483	0.01312	0.000768
未编码信道 3	0.255156	0.179035	0.109805	0.056115	0.018189	0.003596
汉明码信道 1	0.322958	0.232229	0.121854	0.035646	0.005271	0.000104
汉明码信道 2	0.323167	0.233042	0.119042	0.03525	0.006271	0.000208
汉明码信道 3	0.323563	0.229875	0.122313	0.038667	0.007229	0.000521
(d)						
SNR	8	12	16	20	24	28
未编码信道 1	0.165968	0.104373	0.055345	0.018617	0.002292	8.00E-05
未编码信道 2	0.166135	0.104257	0.056002	0.019643	0.00281	0.000275
未编码信道 3	0.168167	0.10926	0.065715	0.034513	0.018755	0.01379
汉明码信道 1	0.211598	0.112773	0.035733	0.007335	0.000448	6.25E-06
汉明码信道 2	0.210571	0.113256	0.036373	0.007081	0.000488	1.04E-05
汉明码信道 3	0.212702	0.117723	0.043254	0.012973	0.00425	0.002419

5. 总结

本文提出了使用高阶 QAM 分析水下服从高斯混合模型的无线光信道的通信性能。在通信链路距离为 1.56 m, 孔径为 0.7 mm 的条件下使用高阶 QAM 对相同条件不同空气流速模拟水下气泡水平下的信道

进行误码率分析，使用 MATLAB 软件进行仿真并对得到的数据进行分析，结果表明，使用高阶 QAM 使得系统在较低的信噪比下就实现了较低的误码率，理论上表明了高阶 QAM 应用于水下信道的可行性。同时结合(7,4)汉明编码使误码性能得到了一定的改善，实现了最高 14.22 dB 的误码增益。本文的研究结果将会为未来对气泡水下信道的研究与分析打下一定的理论基础。

参考文献

- [1] Ali, M.F., Jayakody, D.N.K. and Li, Y. (2022) Recent Trends in Underwater Visible Light Communication (UVLC) Systems. *IEEE Access*, **10**, 22169-22225. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3150093>
- [2] Saeed, N., Celik, A., Al-Naffouri, T.Y. and Alouini, M.-S. (2019) Underwater Optical Wireless Communications, Networking, and Localization: A Survey. *Ad Hoc Networks*, **94**, Article ID: 101935. <https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2019.101935>
- [3] Mishra, G. and Kurmi, J. (2018) A Survey of Underwater Communication. *International Research Journal of Engineering and Technology*, **5**, 616-618.
- [4] Amantayeva, A., Yerzhanova, M. and Kizilirmak, R.C. (2018) Multiuser MIMO for Underwater Visible Light Communication. 2018 International Conference on Computing and Network Communications (CoCoNet), Astana, 15-17 August 2018, 164-168. <https://doi.org/10.1109/CoCoNet.2018.8476887>
- [5] Jamali, M.V., Nabavi, P. and Salehi, J.A. (2018) MIMO Underwater Visible Light Communications: Comprehensive Channel Study, Performance Analysis, and Multiple-Symbol Detection. *The IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **67**, 8223-8237. <https://doi.org/10.1109/TVT.2018.2840505>
- [6] Wölfel, A.-C., Snaith, H., Amirebrahimi, S., et al. (2019) Seafloor Mapping—The Challenge of a Truly Global Ocean Bathymetry. *Frontiers in Marine Science*, **6**, 283. <https://doi.org/10.3389/fmars.2019.00283>
- [7] Al-Kinani, A., Wang, C.-X., Zhou, L. and Zhang, W. (2018) Optical Wireless Communication Channel Measurements and Models. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, **20**, 1939-1962. <https://doi.org/10.1109/COMST.2018.2838096>
- [8] 董涵, 柏桂枝. 水下无线通信技术发展研究综述[J]. 科技视界, 2022(24): 25-27.
- [9] Singh, M., Singh, M.L., Singh, G., et al. (2021) Statistical Channel Model for Underwater Wireless Optical Communication System under a Wide Range of Air Bubble Populations. *Optical Engineering*, **60**, Article ID: 036111. <https://doi.org/10.1117/1.OE.60.3.036111>
- [10] Zedini, E., Oubei, H.M., Kammoun, A., Hamdi, M., Ooi, B.S. and Alouini, M.-S. (2019) Unified Statistical Channel Model for Turbulence-Induced Fading in Underwater Wireless Optical Communication Systems. *IEEE Transactions on Communications*, **67**, 2893-2907. <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2019.2891542>
- [11] 龚从安, 胡芳仁, 赵晓燕, 等. 基于 OOK 调制的水下高速激光通信系统设计与实现[J]. 光通信技术, 2023, 47(1): 13-16.
- [12] Huang, A., Tao, L. and Jiang, Q. (2018) BER Performance of Underwater Optical Wireless MIMO Communications with Spatial Modulation under Weak Turbulence. 2018 OCEANS—MTS/IEEE Kobe Techno-Oceans (OTO), Kobe, 28-31 May 2018, 1-5. <https://doi.org/10.1109/OCEANSKOBE.2018.8559096>
- [13] Phookan, P.P. and Anees, S. (2020) Performance Analysis of Distributed Alamouti Based UWOC System. 2020 3rd International Conference on Advanced Communication Technologies and Networking (CommNet), Marrakech, 4-6 September 2020, 1-5. <https://doi.org/10.1109/CommNet49926.2020.9199614>
- [14] Nath, N. and Anees, S. (2020) Performance Analysis of SIMO-UWOC System. 2020 IEEE International Conference on Advanced Networks and Telecommunications Systems (ANTS), New Delhi, 14-17 December 2020, 1-4. <https://doi.org/10.1109/ANTS50601.2020.9342794>
- [15] Uppalapati, A., Naik, R.P. and Krishnan, P. (2020) Analysis of M-QAM Modulated Underwater Wireless Optical Communication System for Reconfigurable UOWSNs Employed in River Meets Ocean Scenario. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **69**, 15244-15252. <https://doi.org/10.1109/TVT.2020.3037342>
- [16] Ata, Y., Yao, J. and Korotkova, O. (2021) BER Variation of an Optical Wireless Communication System in Underwater Turbulent Medium with Any Temperature and Salinity Concentration. *Optics Communications*, **485**, Article ID: 126751. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2021.126751>
- [17] 王旖晴, 宋仕斌, 王韵江, 等. Wi-Fi7 技术分析与应用场景研究[J]. 通信与信息技术, 2022(5): 25-28.
- [18] 胡钧铭, 杨建军. 可靠度蒙特卡洛仿真教学研究[J]. 实验室科学, 2021, 24(4): 41-45.
- [19] Xu, Y., Wang, P., et al. (2012) Generating Method Study of Gaussian Mixture Processes. 4th International Conference on Digital Image Processing (ICDIP 2012), Vol. 8334, 83342E. <https://doi.org/10.1117/12.954173>