**Hans**汉斯

# Ho<sup>3+</sup>:YLF晶体光学制冷的温度场

#### 汪 晔

天津工业大学物理科学与技术学院,天津

收稿日期: 2024年5月7日; 录用日期: 2024年6月10日; 发布日期: 2024年6月17日

## 摘要

固体激光制冷,也称为光学制冷,是一种利用激光光子与物质相互作用来降低固体温度的技术。本文采 用理论推导与数值模拟相结合的方法,研究了基于柱状Ho<sup>3+</sup>:YLF晶体的光学制冷温度分布特性,根据热 传导方程和泵浦激光的光束分布,建立Ho<sup>3+</sup>:YLF晶体光学制冷温度分布的理论模型。为了优化Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷系统的性能,探究了系统的温度分布随样品尺寸、掺杂浓度、光束质量和束腰半径的变化 规律。分别数值模拟了Ho<sup>3+</sup>离子浓度均匀分布和高斯型分布的条件下,系统的温度分布随各物理参量的 变化关系。分析了浓度不均匀度(即浓度方差)对温度分布的影响,并计算得出不同浓度掺杂情况下的制 冷临界浓度方差。

#### 关键词

光学制冷,温度分布,Ho<sup>3+</sup>:YLF

# Temperature Field of Optical Refrigerationin Ho<sup>3+</sup>:YLF Crystal

#### Ye Wang

School of Physical Science and Technology, Tiangong University, Tianjin

Received: May 7<sup>th</sup>, 2024; accepted: Jun. 10<sup>th</sup>, 2024; published: Jun. 17<sup>th</sup>, 2024

#### Abstract

Solid-state laser cooling, also known as optical refrigeration, is a technology that uses the interaction between laser photons and matter to reduce the temperature of solids. This paper employs a combination of theoretical derivation and numerical simulation to study the temperature field characteristics of optical cooling based on cylindrical Ho<sup>3+</sup>:YLF crystals. A theoretical model of the temperature field for Ho<sup>3+</sup>:YLF crystal optical refrigeration was established based on the heat conduction equation and the beam distribution of the pump laser. To optimize the performance of the Ho<sup>3+</sup>:YLF crystal optical refrigeration system, the variations of the system's temperature field with sample size, doping concentration, beam quality, and beam waist radius were explored. Numerical simulations were conducted under conditions of uniform and Gaussian distributions of Ho<sup>3+</sup> ion concentration to analyze the relationship between the temperature field and various physical parameters. The influence of concentration non-uniformity (i.e., concentration variance) on the temperature field was analyzed, and the critical concentration variance for cooling under different doping conditions was calculated.

#### **Keywords**

**Optical Refrigeration, Thermal Field, Ho<sup>3+</sup>:YLF** 

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0). <u>http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</u> CC Open Access

# 1. 引言

固体激光制冷,也称为光学制冷,是一种利用激光光子与物质相互作用来降低固体温度的技术。光 学制冷具有全固态、无电磁辐射和无噪声污染等优点,适用于空间探索、精密测量、生物医学等领域。 例如:冷光镊[1][2]、热辐射平衡激光器[3]和光学制冷器[4]等。

工作波长在 2 µm 以上的激光系统在医疗、通信和遥感等领域显示出显著优势[5] [6]。为了将固态激 光制冷的工作波长扩展到 2 µm 以上,研究掺杂 Ho<sup>3+</sup>离子的光学制冷尤为关键。2019 年,新墨西哥大学 的 Rostami 等人首次实现了掺杂钬(Ho<sup>3+</sup>)离子的固体激光制冷实验,他们使用中红外激光器抽运掺杂 1% Ho<sup>3+</sup>的 YLF 晶体,并且估算泵浦波长为 2070 nm 时最低可达到温度(MAT)约为 130 ± 10 K [7]。经对制冷 效果进行分析,他们得出结论,通过进一步提高材料的纯度和掺杂浓度,掺 Ho<sup>3+</sup>离子的氟化物晶体有潜 力将制冷效率提高近两倍,从而超过现有最优的 Yb<sup>3+</sup>:YLF 系统。这不仅可以实现更低的温度,还有助于 开发安全的中红外高功率辐射平衡激光器。然而,掺杂 Ho<sup>3+</sup>的样品在激光诱导下,会由于能量传递上转 换而产生额外的非辐射热量,导致温度分布不均匀。这种分布不均可能使晶体的局部区域过热或制冷效 果不佳。因此建立一个精确的温度分布模型是确保热能在样品中均匀分布的关键。

本文为了优化 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷系统的性能,根据热传导方程和泵浦激光的光束分布,建立 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷温度分布的理论模型。在分析晶体样品内部的制冷和产热源的基础上,推导给出 系统的制冷功率密度。结合 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的制备方法,分析 Ho<sup>3+</sup>离子浓度在晶体中的分布特性,为进 一步优化系统制冷效果提供理论依据。探究了系统的温度分布随样品掺杂浓度的变化规律。数值模拟了 Ho<sup>3+</sup>离子浓度高斯型分布的条件下,系统的温度分布随各物理参量的变化关系。分析了浓度不均匀度(即 浓度方差)对温度分布的影响,并计算得出不同浓度掺杂情况下的制冷临界浓度方差。

### 2. 基本原理

一个区域内各点温度的函数被称为温度分布,通常表示为 *T*(*x*, *t*),其中 *x* 是空间位置,*t* 是时间。在 光学制冷设备中,温度分布也会影响整个系统的制冷效率。在二维空间中,如果存在内部热源并且热导 性均匀,可以通过添加热源项 Δ*Q* 来修正二维热方程,从而将额外的热能包括在内。这种修正使热传导 方程能够描述温度如何随时间和空间变化。具体的二维方程形式如下[8]:

$$\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = \frac{k}{C\rho} \left[ \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} \right] \pm \frac{\Delta Q(x, y, t)}{C\rho}$$
(1)

其中, *C* 和 ρ 分别为物质的比热容和质量密度,制冷或加热功率密度 *P* 前的符号具有特定意义: 正号(+) 表示系统产热,而负号(-)表示系统制冷。例如,光学制冷过程中,制冷功率密度为负值,代表热能从介质中被移除。

考虑到柱状晶体的相关优势,研究柱状晶体的热传导分布对于理解和优化晶体在光学制冷应用中的 热管理至关重要。本文研究掺Ho<sup>3+</sup>离子的柱状YLF晶体。如图1所示,研究对象是一个长度为L=15 mm、 横截面积为  $\pi R^2$  (*R* = 2 mm)的晶体。在此基础上,建立了柱状坐标系,以展开相关的温度分布研究:



**Figure 1.** Schematic diagram of the cylindrical Ho<sup>3+</sup>:YLF crystal structure 图 1. Ho<sup>3+</sup>:YLF 柱状晶体结构示意图

根据热传导定律和能量守恒定律,针对各向异性的柱状 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体可导出三维热传导方程:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \left(k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + k_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) + k_{\varphi} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}\right) = -Q(z, r, \varphi, t)$$
(2)

其中 Q 是样品内部热源强度(单位时间在单位体积上产生的热功率);  $k_z$ ,  $k_r$ ,  $k_{\varphi}$ 表示晶体材料在 z, r,  $\varphi$  方向的热导率。由于圆柱状晶体的轴对称性, 热传导方程在  $\varphi$  方向上无依赖性, 可以消去方程(2)左侧含  $\varphi$  的项。在固体激光制冷过程中, 激光晶体通常安装在铜质支架中, 以利用铜的高热导性来促进热量的 有效传递和散发。因此, 在模型简化时, 可以主要考虑晶体的径向热传导, 而忽略端面的散热对温度分 布的直接影响。上式可简化为:

$$k_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -Q(z, r)$$
(3)

如果抽运激光呈近高斯分布,结合比尔定律,泵浦光在晶体中的传播和吸收可以用指数衰减模型来 描述。泵浦光在晶体内部的功率分布可以表示为:

$$P(z,r) = P_0 \exp\left[-2\frac{r^2}{\omega_p^2(z)}\right] \exp\left[-\alpha z\right]$$
(4)

其中,  $P_0$ 为激光器的输出功率,  $\alpha$  是晶体对于泵浦光的吸收系数。 $\omega_p(z)$ 为泵浦光在 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体 z 处的 光斑半径。

经计算, 晶体内任意一点温度 T(z, r)与晶体表面温度 T(z, R)的温度差, 即晶体内相应的温度分布为:

$$\Delta T = T(z,r) - T(z,R)$$

$$= \frac{\alpha \eta P_0}{4\pi k_r} \frac{\alpha \exp(-\alpha z)}{(1-e^{-\alpha L})} \left[ E_1 \left( 2\frac{R^2}{\omega_p^2(z)} \right) - E_1 \left( 2\frac{r^2}{\omega_p^2(z)} \right) + \ln R^2 - \ln r^2 \right]$$
(5)

其中  $\eta$  为热转换效率,指晶体被泵浦激光总的吸收功率密度( $P_{abs} = \alpha P_0$ )中转化为冷或热的比例。对于 Ho<sup>3+</sup>:YLF 光学制冷系统来说,热转换效率和吸收功率密度的乘积代表着系统的制冷功率密度  $P_{cool}$ ,温差 函数表达式可以重新表述如下:

$$\Delta T = \frac{P_{cool}}{4\pi k_r} \frac{\alpha \exp(-\alpha z)}{1 - \exp(-\alpha L)} \left[ E_1 \left( 2\frac{R^2}{\omega_p^2(z)} \right) - E_1 \left( 2\frac{r^2}{\omega_p^2(z)} \right) + \ln R^2 - \ln r^2 \right]$$
(6)

通常 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体由提拉法生长,提拉法是合成高质量光学材料的一种典型生长方法,特别适用于 生产大尺寸的单晶体。在提拉法生长过程中,掺杂离子浓度分布会受到分凝现象以及固液界面形状的影 响[9][10]。根据对于 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体浓度分布的分析,假设样品中 Ho<sup>3+</sup>浓度的分布为高斯型分布,浓度分 布表达式:

$$f(x) = A \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(500z - \mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{(500r - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$
(7)

其中 $\sigma$ 代表高斯分布的方差,方差 $\sigma$ 的数值越大,表示浓度分布在空间上扩散得更广,从而使得浓度曲面显得更平缓。因此,在Ho<sup>3+</sup>:YLF晶体中,较大的 $\sigma$ 值意味着掺杂离子在空间上的分散程度更高,从而使得整体浓度分布更加均匀。参数A与样品的最大浓度值相关联。通过调整A的大小,可以改变模拟中样品浓度的最大值。同时调整A和 $\sigma$ 的数值,可以得到表示不同浓度和不同均匀度的浓度表达式。将这些表达式应用于计算制冷功率密度的方程中,能够评估在不同浓度和均匀度条件下的制冷功率密度,给出制冷功率密度随浓度不均匀度的变化规律,为固体激光制冷实验中选择合适的晶体提供重要指导。

#### 3. 仿真结果

根据前文的 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷温度分布理论模型,结合实验数据,充分考虑了晶体中各能级间 跃迁的动力学过程,泵浦源的光强分布情况,本研究对 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体内部的温度分布进行了详细的数值 模拟,旨在深入研究制冷效率和温度管理。所需的泵浦光源参数及光学晶体的详细参数如表1[11]所示。

**Table 1.** Parameters required for the study of the optical refrigeration temperature field in Ho<sup>3+</sup>:YLF crystals **表 1.** Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷温度分布研究所需参数

参数名称	参数符号(单位)	性能参数
泵浦波长	$\lambda_p (nm)$	2070
平均荧光波长	$\lambda_f$ (nm)	2015
长度	<i>L</i> (mm)	15
截面	$R \times R \ (\mathrm{mm}^2)$	$2 \times 2$
折射率	n	1.44
吸收截面	$\sigma$ (cm <sup>2</sup> )	$0.16\times 10^{-20}$
背景吸收系数	$a_b  (\mathrm{cm}^{-1})$	$5  imes 10^{-5}$

根据前文对 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体浓度分布的分析, 假定样品中 Ho<sup>3+</sup>离子的浓度遵循高斯型分布取参数 A =



10, 高斯方差  $\sigma = 6$ 。图 2(a)和图 2(b)展示了在此浓度分布情况条件下, 晶体的温度场及其温度梯度在径向方向的变化规律。



其浓度分布函数为:

$$cc = 10 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(500z)^2}{2\times 6^2} - \frac{(500r)^2}{2\times 6^2}\right)$$
(8)

Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的平均掺杂浓度(*cc<sub>avg</sub>*)为 0.523%,掺杂浓度的方差(*σ<sub>cc</sub>*)为 0.287%。图 2(c)和图 2(d)展示了在 Ho<sup>3+</sup>均匀分布且浓度为 0.523%的条件下,Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的温度场及温降梯度图。在这些图中,颜色最深的区域表示温度降低最多,每一个温度梯度单位代表 2 K 的温度变化。

如图 2 所示,在非均匀掺杂条件下,Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的温度场显示出特定的变化规律。在r=0至 0.1

mm, *z* = 6 至 12 mm 的区间内,温度降低最为显著,此区域内的 Ho<sup>3+</sup>离子浓度大约在 0.4% 至 0.6%之间。 相对地,在均匀掺杂条件下模拟的结果显示,最大的温度降低区域主要集中在 *r* = 0 至 0.09 mm, *z* = 0 至 12 mm 的范围内。尽管这两个区域在某些部分重叠,但大部分区域的温度分布表现并不相同。基于第三 章的理论研究,我们可以推测,在均匀掺杂的 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体中,温度变化主要受泵浦光束的光强分布和 热传导效率的影响。而在非均匀掺杂的样本中,晶体内部的掺杂浓度差异显著影响了温度分布,这表明 掺杂浓度的均匀性是决定制冷效率的关键因素之一。

总体来看,在均匀掺杂的晶体中,超过7K的温度降低区域更为广泛,尤其是达到10K的区域显著 大于非均匀掺杂的晶体。数值计算表明,在制冷区域中,均匀掺杂的晶体显示出平均温度降低了5.12K, 其制冷功率密度为1.824×10<sup>5</sup> W/m<sup>-3</sup>。相比之下,非均匀掺杂晶体在同一区域的平均温度降低略小,为 4.69 K,制冷功率密度约为1.666×10<sup>5</sup> W/m<sup>-3</sup>。这表明,非均匀掺杂晶体的平均温降和制冷功率密度分别 比均匀掺杂晶体减少了0.66 K和1.58×10<sup>4</sup> W/m<sup>-3</sup>。

为了深入探讨掺杂均匀性如何具体影响制冷性能,本研究将聚焦于分析平均掺杂浓度介于 0.3%至 0.8% 区间的样本。特别是不同掺杂浓度方差(σ<sub>cc</sub>)对温度分布的影响,以优化晶体的光学制冷性能。

CC <sub>avg</sub>					0.3					
$\sigma_{cc}$	0.239	0.225	0.212	0.191	0.165	0.130	0.107	0.090	0	
$P_{avg}$	-3.56	-0.90	1.26	4.48	7.62	10.85	12.27	13.01	13.05	
CCavg	0.4									
$\sigma_{cc}$	0.339	0.316	0.295	0.273	0.231	0.190	0.174	0.161	0	
$P_{avg}$	-6.65	-2.47	0.90	4.36	9.74	13.96	15.32	16.31	16.40	
CCavg	0.5									
$\sigma_{cc}$	0.426	0.396	0.361	0.345	0.322	0.298	0.272	0.250	0	
$P_{avg}$	-7.18	-2.14	3.45	6.10	9.22	12.47	15.56	18.06	18.15	
CC <sub>avg</sub>	0.6									
$\sigma_{cc}$	0.520	0.494	0.463	0.428	0.392	0.376	0.369	0.361	0	
$P_{avg}$	-8.85	-4.25	1.026	6.83	12.53	14.91	16.03	17.31	17.51	
CC <sub>avg</sub>	0.7									
$\sigma_{cc}$	0.600	0.583	0.553	0.534		0.512	0.502	0.49	0	
$P_{avg}$	-6.72	-3.61	1.93	5.47		9.38	11.23	13.04	13.72	
CC <sub>avg</sub>	0.8									
$\sigma_{cc}$	0.681	0.6691	0.656	0.650	)	0.647	0.642	0.640	0	
$P_{avg}$	-2.66	-0.31	2.31	3.83		4.64	5.62	6.05	6.15	

**Table 2.** Average cooling power density  $P_{avg}$  (10<sup>4</sup> W/m<sup>-3</sup>) corresponding to the same  $cc_{avg}$  (%) with different  $\sigma_{cc}$  (%) 表 2. 同一  $cc_{avg}$  (%),不同  $\sigma_{cc}$  (%)对应的平均制冷功率密度  $P_{avg}$  (10<sup>4</sup> W/m<sup>-3</sup>)

根据表 2 中的数据不难发现,晶体完全均匀掺杂时,系统的制冷功率密度越高。Ho<sup>3+</sup>离子浓度的不 均匀度达到一定程度时,系统整体上会由制冷转为产热,即平均制冷功率密度小于零。为了更加直观地 分析这种变化规律,由表 2 中的数据可以得到平均制冷功率密度随 Ho<sup>3+</sup>离子浓度方差的变化关系,如图 3 所示。在 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷系统中,平均制冷功率密度随浓度方差的增大而减小,而且这种变化 关系与平均掺杂浓度有关。当平均掺杂浓度在 0.3%至 0.5%的范围内时,观察到制冷功率密度随浓度方差 增大而显著下降。特别是在 0.3%的掺杂浓度,晶体显示出最为明显的制冷功率密度下降趋势,其次是 0.4% 的掺杂浓度。相比之下,0.5%掺杂浓度的晶体在制冷功率密度的下降趋势上相对较缓。进一步分析表明, 在平均掺杂浓度为0.6%和0.7%时,制冷功率密度与浓度方差之间存在近似线性的关系。在0.8%的掺杂 浓度下,随着浓度方差的增加,制冷功率密度的下降速率逐渐减缓。据此,我们可以合理推断,随着掺 杂离子的平均浓度增加,Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的平均制冷功率密度对掺杂不均匀性的敏感性有所下降。这一发 现深化了我们对掺杂浓度与晶体光学制冷性能作用的理解,并指出增加掺杂离子浓度可能有助于减轻掺 杂不均匀性对制冷性能的负面影响。这些结果有助于理解不同掺杂浓度下 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的光学制冷效率, 并可能为指导未来光学制冷晶体的掺杂工艺优化提供理论依据。



**Figure 3.** Relationship between the average cooling power density of Ho<sup>3+</sup>:YLF crystals and the variance of Ho<sup>3+</sup> ion concentration 图 3. Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体平均制冷功率密度随 Ho<sup>3+</sup>离子浓度方差的变化关系

在图 3 中, 线段与横坐标轴的交点被定义为制冷临界点。该临界点具有重要的物理意义: 当 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的掺杂浓度方差超过此点所对应的横坐标值(即临界方差  $\sigma_{csl}$ )时, 光学制冷系统将不再产生制冷效应, 而是开始产热。因此, 该临界点标志着制冷系统从制冷状态向产热状态的转变, 这一转变受掺杂浓度方差的影响。各平均掺杂浓度情况( $cc_{avg} = 0.3\%$ , 0.4%, 0.5%, 0.6%, 0.7%, 0.8%)下的临界方差为 0.219%, 0.300%, 0.382%, 0.470%, 0.563%, 0.668%。



**Figure 4.** Maximum cooling power density and critical variance for Ho<sup>3+</sup>:YLF crystals at different doping levels 图 4. Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体各掺杂水平下的最大制冷功率密度和临界方差

汪晔

临界制冷方差随平均掺杂浓度的变化关系如图 4 所示, Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体的制冷临界方差与平均掺杂浓 度近似成正比。随着平均掺杂浓度的增加,系统进入产热状态的浓度方差的临界阈值也相应提高。

#### 4. 结论

根据热传导方程建立了 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷温度分布的理论模型。讨论了提拉法生长晶体的浓度 不均匀性。研究了 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷温度分布随浓度不均匀性的变化规律,随着浓度方差的增加样 品的平均制冷功率密度逐渐降低。不同浓度(0.3%,0.4%,0.5%,0.6%,0.7%,0.8%)掺杂情况下的临界方差值 (0.219%,0.300%,0.382%,0.470%,0.563%,0.668%),随平均掺杂浓度增加而近似线性增长,发生这种现象 的原因是,浓度不均匀分布会导致不同区域的反斯托克斯荧光制冷效率和能量传递上转换产热效率不同。 这些发现为设计高效的光学制冷系统提供了重要的理论依据,为进一步优化 Ho<sup>3+</sup>:YLF 晶体光学制冷的实 际应用的提供了指导。

# 参考文献

- Zhou, J., Dai, X., Jia, B., Qu, J., Ho, H., Gao, B.Z., *et al.* (2022) Nanorefrigerative Tweezers for Optofluidic Manipulation. *Applied Physics Letters*, **120**, Article ID: 163701. <u>https://doi.org/10.1063/5.0086855</u>
- [2] Zhou, J., Dai, X., Peng, Y., Zhong, Y., Ho, H., Shao, Y., et al. (2023) Low-Temperature Optothermal Nanotweezers. Nano Research, 16, 7710-7715. <u>https://doi.org/10.1007/s12274-023-5659-1</u>
- [3] Knall, J., Engholm, M., Boilard, T., et al. (2021) Radiation-Balanced Silica Fiber Laser. Optica, 8, Article 830. <u>https://doi.org/10.1364/optica.425115</u>
- [4] Kühlbrandt, W. (2014) The Resolution Revolution. Science, 343, 1443-1444. https://doi.org/10.1126/science.1251652
- [5] Fei, L. and Zhang, S. (2007) The Discovery of Nanometer Fringes in Laser Self-Mixing Interference. Optics Communications, 273, 226-230. <u>https://doi.org/10.1016/j.optcom.2006.12.022</u>
- [6] Tanoto, H., Teng, J.H., Wu, Q.Y., Sun, M., Chen, Z.N., Maier, S.A., *et al.* (2012) Greatly Enhanced Continuous-Wave Terahertz Emission by Nano-Electrodes in a Photoconductive Photomixer. *Nature Photonics*, 6, 121-126. <u>https://doi.org/10.1038/nphoton.2011.322</u>
- [7] Rostami, S., Albrecht, A.R., Volpi, A. and Sheik-Bahae, M. (2019) Observation of Optical Refrigeration in a Holmium-Doped Crystal. *Photonics Research*, 7, Article 445. <u>https://doi.org/10.1364/prj.7.000445</u>
- [8] Patterson, W.M., Sheik-Bahae, M., Epstein, R.I. and Hehlen, M.P. (2010) Model of Laser-Induced Temperature Changes in Solid-State Optical Refrigerators. *Journal of Applied Physics*, **107**, Article ID: 063108. https://doi.org/10.1063/1.3277009
- [9] 袁兵, 阮永丰, 袁静. 稀土离子在 LiYF4 晶体中的有效分凝系数[J]. 硅酸盐学报, 2001, 29(6): 584-586.
- [10] 郑东阳. RE (RE = Nd, Ho, Tm): LiYF<sub>4</sub>激光晶体生长及性能研究[D]: [博士学位论文]. 长春: 长春理工大学, 2015.
- [11] 王云朋. 高能量双波长切换 Ho:YLF 注入锁频激光器技术研究[D]: [博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.