

# 基于矢量射线追踪法的气泡光散射特性研究

孟婷婷 

上海理工大学理学院, 上海

收稿日期: 2025年2月21日; 录用日期: 2025年3月24日; 发布日期: 2025年4月1日

## 摘要

针对大尺寸非球形颗粒光散射计算的问题, 本研究提出一种基于矢量射线追踪模型。通过构建三维气泡几何模型, 建立了高斯光束入射下的矢量光场传播模型, 实现了气泡表面及内部反射或折射光路的追踪。采用一维分段三次Hermite插值算法实现了全角度散射场的相干叠加计算。数值模拟表明, 当高斯光束腰半径大于气泡直径时, 高斯光束退化为准直光束, 其波前曲率可忽略, 此时矢量射线追踪模型相位计算结果与几何光学理论的相位结果吻合, 有效验证了模型的适用性。随着气泡尺寸的增大, 散射光强明显增大, 散射光强分布曲线呈震荡分布, 本模型可适用于气泡的光场分析。

## 关键词

气泡, 矢量光线追踪, 高斯光束, 散射光强

# Research on Bubble Scattering Characteristics Based on Vector Ray Tracing Method

Tingting Meng 

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Feb. 21<sup>st</sup>, 2025; accepted: Mar. 24<sup>th</sup>, 2025; published: Apr. 1<sup>st</sup>, 2025

## Abstract

To address the challenge of calculating light scattering for large-scale non-spherical particles, this study proposes a vector ray tracing model. By constructing a three-dimensional geometric model of bubbles, we establish a vector light field propagation model under Gaussian beam illumination, enabling the tracking of reflection and refraction paths on the bubble surface and within its interior. A one-dimensional piecewise cubic Hermite interpolation algorithm is employed to achieve coherent

**superposition calculations of the full-angle scattering field. Numerical simulations demonstrate that when the waist radius of the Gaussian beam exceeds the bubble diameter, the beam degenerates into a collimated beam with negligible wavefront curvature. In this scenario, the phase results from the vector ray tracing model align with those derived from geometric optics theory, validating the model's applicability. As the bubble size increases, the scattering intensity significantly enhances, and the distribution curve of scattering intensity exhibits oscillatory behavior. This model proves suitable for analyzing the optical field characteristics of bubbles.**

## Keywords

**Bubbles, Vector Ray Tracing, Gaussian Beam, Scattering Intensity**

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

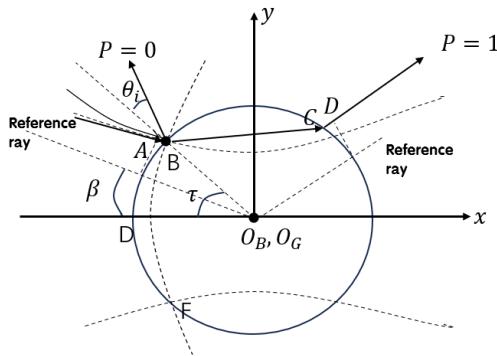
## 1. 引言

光学测量技术以其非侵入性、快速、可靠等优点被广泛应用于众多领域。光学技术在日常生活生产、工业工艺、军事国防都发挥着相当重要的作用，舰船尾流中含有大量气泡[1]，刘等人据 Mie 散射理论，在认为气泡不相干的情况下，计算了气泡在不同散射方向的散射强度，得出舰船尾流某个横截面上气泡群的光散射特性。研究光和粒子的相互作用对于设计新测量技术和改进现有两相流表征技术至关重要。现有的理论主要分为三类：严格理论、数值方法和近似方法。严格理论通过分离变量法求解麦克斯韦方程组，适用于特定几何形状的散射体，如球体、无限长圆柱体和椭球体。在这些特定几何形状的散射体研究中，洛伦兹 - 米氏理论(LMT)是一个典型的代表[2]，为球形粒子的光散射提供了基础框架，但其受到气泡形状的限制。工业两相流中的颗粒通常具有不规则和复杂的形状，这使得严格的理论方法变得不再适用。为了解决这一问题，研究人员开发了多种数值方法来处理不规则粒子的散射特性。这些方法包括但不限于离散偶极子近似(DDA) [3]、时域有限差分法(FDTD) [4] 和 T [5] 矩阵方法等。随着颗粒粒径尺寸的增加，计算散射振幅函数所需的时间迅速增加，这对在线监测是不利的。因此，近似模型方法被认为是一种简便快捷的计算方式，为分析大尺寸气泡(尺寸远大于入射光波长)的光散射行为提供了高效的理论工具[6] [7]。大多数光学技术仅限于球形颗粒或非常小的物体，缺乏大型非球形物体的理论和模型。于等人[8]提出矢量射线追踪模型(VRT)研究椭球液滴的彩虹条纹，但模型中仅涉及光线追踪，没有考虑振幅和相位，本文改进了矢量射线追踪模型，增加振幅和相位用来研究散射光强分布。本文将计算得到的相位结果和几何光学近似方法得到的相位结果进行对比，吻合性较好，分别改变气泡尺寸、相对折射率和椭球度，对比散射光强的分布。

## 2. 基本原理

### 2.1. 高斯光束

假设球形气泡的球心在笛卡尔坐标轴的中心处，在本研究中选用 TEM<sub>00</sub> 的高斯光束，设光束在焦点处的束腰半径为  $\omega_0$ ， $\lambda$  是光的波长， $k$  是波数，定义为  $k = 2\pi/\lambda$ ，沿 x 轴正方向传播。设高斯光束的中心与球心重合，即  $d=0$ ，如图 1 所示。在一阶近似下，高斯光束在任意点处的电场复振幅通常表示为以下形式。



**Figure 1.** Schematic diagram of the bubble light scattering model  
**图 1.** 气泡光散射模型图

$$E_G(x, y, z) = E_0 \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{w(x)^2}\right) \exp\left(-i\left(kx + \frac{k(y^2 + z^2)}{2R(x)} - \tan^{-1}\left(\frac{x}{x_R}\right)\right)\right) \quad (1)$$

式中:  $E_0$  是光束在束腰处的电场振幅,  $x_R$  是瑞利长度, 定义为  $x_R = \pi\omega_0^2/\lambda$ ,  $R(x)$  是光束在  $z$  位置处的波前曲率半径, 定义为  $R(x) = x [1 + (x_R/x)]$ 。

## 2.2. 散射角

高斯光束可以被看作一束光线的集合, 光线  $L_0$  在 A 点遇到气泡表面,  $\phi_i$  为入射点的相位,  $L_0$  可以表示为:

$$L_0 = L_x \vec{i} + L_y \vec{j} + L_z \vec{k} \quad (2)$$

$$L_x = \frac{\partial \phi_i}{\partial y}, L_y = \frac{\partial \phi_i}{\partial y}, L_z = \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \quad (3)$$

式中,  $\phi_i$  为入射点的相位。

在本研究中, 采用矢量追踪方法建立散射角计算模型, 通过三维空间坐标系分解入射光线矢量, 逐次解析光线在气泡界面发生的反射、折射及全反射过程, 追踪光线矢量传播方向的变化。根据矢量光线追踪原理可以得到上述折射光线  $L_{01}$ , 反射光线  $L_r$  的矢量公式为:

$$L_x = \frac{\partial \phi_i}{\partial y}, L_y = \frac{\partial \phi_i}{\partial y}, L_z = \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \quad (4)$$

$$L_r = L_0 - 2(L_0 \cdot n)n \\ L_{01} = m(L_0 - (L_0 \cdot n)n) - \sqrt{1 - m + m(L_0 \cdot n)^2}n \quad (5)$$

入射点对应的入射角和折射角分别为:

$$\theta_i = \cos^{-1}(L_0 \cdot n) \\ \theta_r = \cos^{-1}(L_{01} \cdot n) \quad (6)$$

光线的方向矢量可以用  $(m_0, n_0, p_0)$  来描述。点  $(x_0, y_0, z_0)$  是光线上的任意点, 光线的方程可以表示为:

$$\frac{x - x_0}{m_0} = \frac{y - y_0}{n_0} = \frac{z - z_0}{p_0} \quad (7)$$

基于此，可以继续搜索下一个交点的坐标，进而可以得到入射角与散射角的关系。

### 2.3. 相位差

对于高斯光照射气泡的情况，相位差需要从三个方面来考虑，由于光程差所引起的相位差  $\phi_{p, ph}$ ，由于焦线引起的相移  $\phi_{p, FL}$  和高斯波阵面的曲率引起的相移  $\phi_G$  根据 Van de Hulst [9] 的著作，在焦点处存在  $\pi/2$  的相位突变。由于高斯光束照射气泡下，焦点没有具体的解析表达式，因此使用 Matlab 编写代码来对相邻光线产生的焦点进行统计。光程差计算模型如图 1 所示，对应的相位差可以基于矢量追踪方法获得，对于  $P = 1$  光线光程差对应的相位表达式由下式给出：

$$\phi_{p, PH} = -k(x_{AB} + x_{BC} + x_{CD} - 2a) \quad (8)$$

对于高斯光束照射气泡的情况，由于波阵面的波前曲率引起的相移  $\phi_G$  可以表示为：

$$\phi_G = \phi_{AB} - \phi_{ED} \quad (9)$$

由此，可以得到高斯光束照射下相移的总表达式：

$$\phi_p = \frac{\pi}{2} + \phi_{p, PH} + \phi_{p, FL} + \phi_G \quad (10)$$

### 2.4. 高斯光的衍射

对于高斯光束的衍射效应，使用 Chevaillier 模型[10] 来计算，其中  $A = (a/\omega)^2$ ,  $B = -\alpha \tan \theta \cos(\psi - \psi')$ ,  $C = \alpha^2/2kR$ :

$$E_d = \frac{\alpha^2}{2\pi} \left( \frac{w_0}{w} \right) \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^1 \exp(-At^2) \times \exp[i(Bt + Ct^2)] dt \quad (11)$$

### 2.5. 散射场振幅

当一束光线到达粒子表面时，它每次入射时都会被反射和折射，其中  $r_1$ ,  $r_2$  是通过下式计算的菲涅耳反射系数：

$$r_1 = \frac{\cos \theta_i - m \cos \theta_r}{\cos \theta_i + m \cos \theta_r}, \quad r_2 = \frac{m \cos \theta_i - \cos \theta_r}{m \cos \theta_i + \cos \theta_r} \quad (12)$$

由于气泡表面局部曲率引起的散射因子由下式计算：

$$D = \frac{\cos \theta_i \sin \tau}{\sin \theta_p \left| \frac{d\theta_p'}{d\tau} \right|} \quad (13)$$

其中  $\tau = \beta + \theta_i$ ，对于高斯光束来说， $d\theta_p'/d\tau$  很难取得解析表达式，因此可以采用下式的数值方法求解：

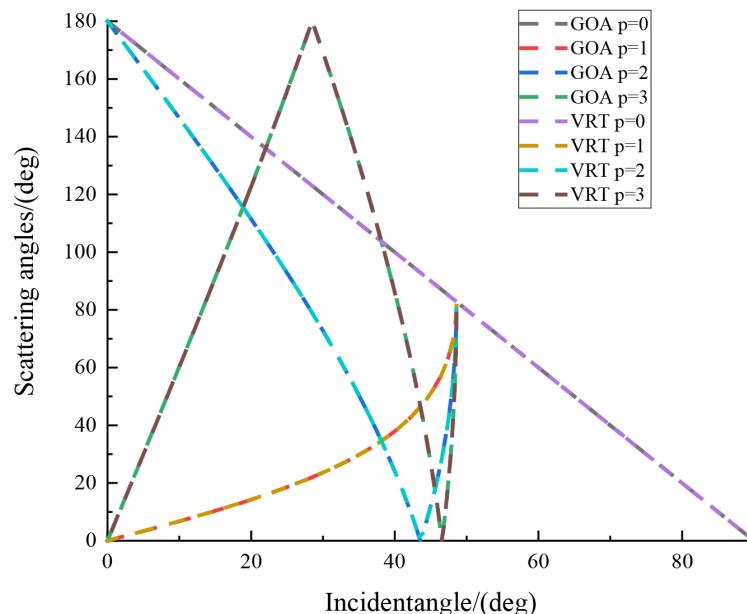
$$\left| \frac{d\theta_p'}{d\tau} \right|_l = \left| \frac{\theta_{p,t+1} - \theta_{p,t-1}}{\tau_{t+1} - \tau_{t-1}} \right| \quad (14)$$

最终振幅表达式表示为：

$$S_j^{(p)}(\alpha, m, \theta_i) = \alpha \varepsilon_j |S_G| \sqrt{D^{(p)}(p, m, \theta_i)} \exp(i\phi_p) \quad j = 1, 2 \quad (15)$$

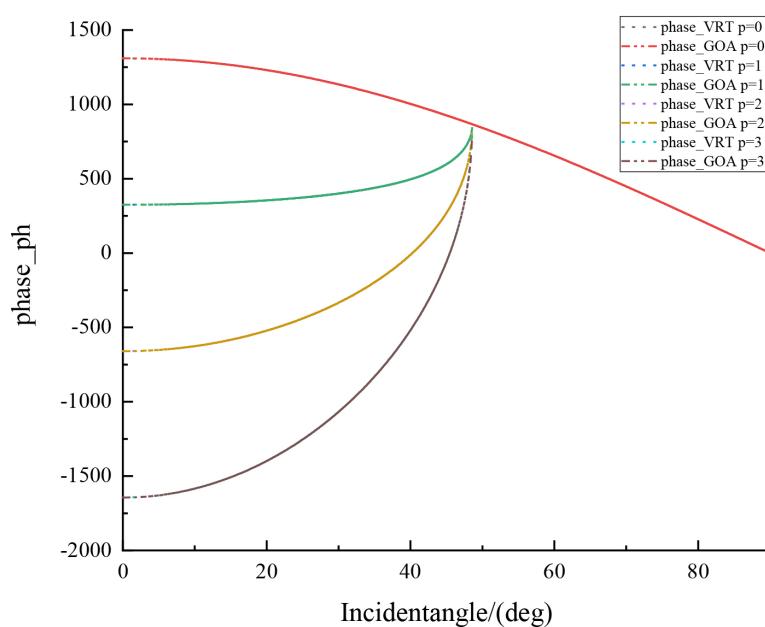
### 3. 分析与讨论

在本研究中，对于气泡，使用矢量射线追踪模型(VRT)追踪入射光线、反射光线和折射光线，根据入射光线和出射光线的方向向量可以获取入射角和散射角的关系，通过追踪折射光线并计算光程，得到了不同 P 值光线的光程差。



**Figure 2.** Comparison of scattering angles vs. incident angles between Geometric Optics Approximation (GOA) and Vector Ray Tracing (VRT)

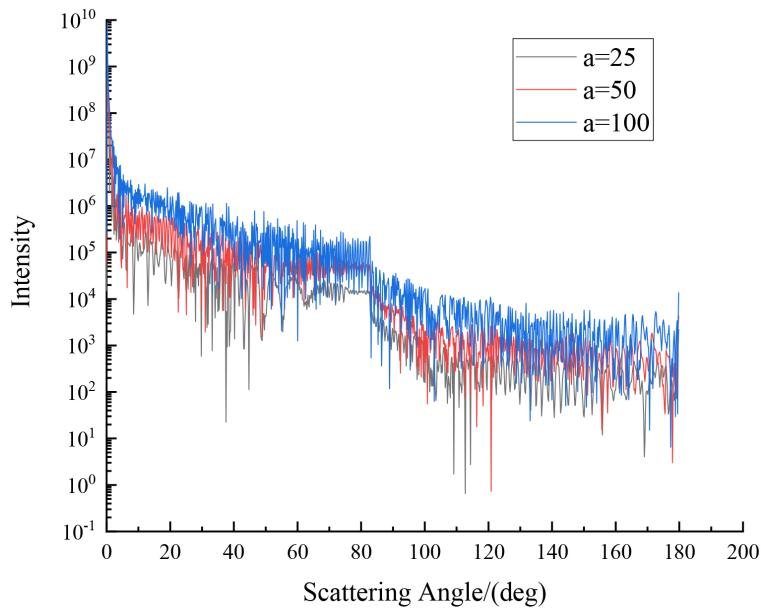
**图 2.** GOA 和 VRT 的散射角和入射角对比



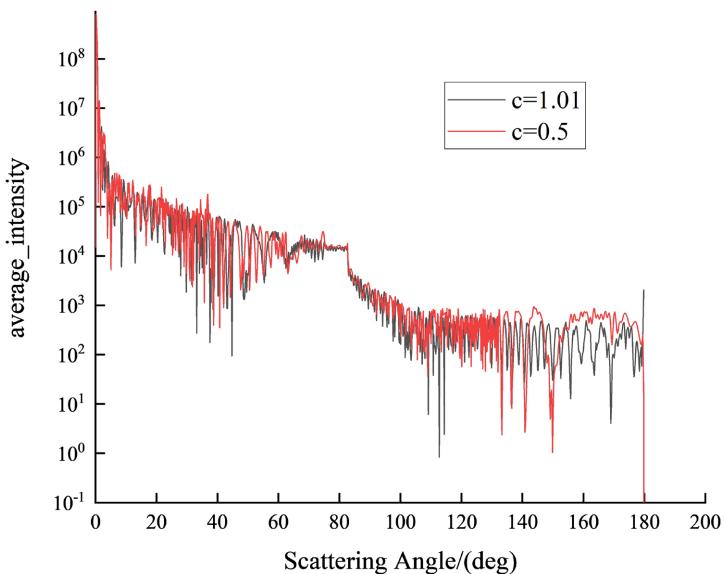
**Figure 3.** Phase difference of optical path length between GOA and VRT methods

**图 3.** GOA 和 VRT 光程差相位对比

为了验证模型的准确性，将束腰半径  $\omega_0$  设为  $2d$  ( $d$  为直径)，椭球度设为 1.01，使高斯光束照射气泡退化为准直光束照射球形气泡，将其与几何光学近似方法得到的散射角结果进行比较。对  $p = 0, 1, 2, 3$  的光线的散射角分别进行模拟仿真，结果如图 2 所示，观察到结果具有一致性，验证了矢量射线追踪方法计算散射角的准确性。



**Figure 4.** Relationship between average scattering intensity and scattering angle for bubble radii  $a = 25, 50, 100 \mu\text{m}$   
**图 4.  $a = 25, 50, 100$ , 平均光强与散射角的关系**



**Figure 5.** Comparative analysis of scattering intensities for ellipsoidal ratios ratio = 0.5 and 1.01  
**图 5. Ratio = 0.5, 1.01 散射光强对比图**

同样将高斯光束近似为准直光束，因此可以将矢量射线追踪方法得到的由光程差引起的相位结果与几何光学近似方法得到的由光程差引起的相位结果进行对比，对  $p = 0, 1, 2, 3$  的光线分别进行模拟仿

真，两种方法由于光程差引起的相位差结果如图 3 所示，结果具有一致性，验证了矢量射线追踪方法计算相位的准确性。

将束腰半径设为无穷大，高斯光束可以看作准直光束，波前曲率引起的相位差应该为 0，模拟仿真后分析数据可得，波阵面的波前曲率引起的相移  $\varphi G$  趋于 0，与假设结果相吻合，进一步验证了矢量射线追踪模型计算相位的准确性。

改变气泡的尺寸，分析气泡尺寸对散射特性的影响，如图 4 所示，随着气泡尺寸的增大，散射光强明显增大，其原因为大尺寸气泡允许更多反射和折射光路贡献有效散射能量。通过对仿真得到的图形进行对比可以看到散射光强分布与气泡半径大小存在一定关系，随着气泡尺寸增大，散射光强分布曲线呈震荡分布。矢量射线追踪方法得到的散射光强和 Mie 理论计算结果相比在临界散射角  $82^\circ$ 附近出现明显衰减，与几何光学近似测量的情况是一致的[7]，原因在于射线模型不包含波动效应，没有考虑表面波影响。

改变椭球度  $a = 25$ ,  $b = a/ratio$ ，得到散射光强的图，分析图 5 可得，沿 x 轴传播的光线因椭球在 x 方向更短，穿透气泡的光程更短，导致前向透射光占比增加，折射光在 y-z 平面内发散角减小，能量更集中于前向，前向散射强度较球形提高。

## 4. 结论

本研究通过建立矢量射线追踪模型探究了高斯光束照射下的光散射特性，得出了以下主要结论：首先，在准直光束入射条件下，矢量射线追踪模型与几何光学近似在散射角分布和光程差计算方面高度吻合，验证了模型的准确性。其次，通过引入高斯相位修正项有效表征了波前曲率引起的相位突变。数值模拟结果表明，散射光强与气泡的形状参数存在显著关联：当气泡尺寸增大时，散射光强呈非线性增强趋势；而随着椭球度增加，前向散射强度明显增大。本模型为椭球形气泡的光散射分析提供了可靠工具。该成果在海洋气泡检测等领域具有重要应用价值。后续研究将结合深度学习，进一步提升散射反演的计算精度。

## 参考文献

- [1] 刘慧开, 杨立, 沈良文, 等. 舰船尾流的激光散射特性[J]. 激光与红外, 2003(4): 265-267.
- [2] Gogoi, A., Choudhury, A. and Ahmed, G.A. (2010) Mie Scattering Computation of Spherical Particles with Very Large Size Parameters Using an Improved Program with Variable Speed and Accuracy. *Journal of Modern Optics*, **57**, 2192-2202. <https://doi.org/10.1080/09500340.2010.533206>
- [3] Simpson, S.H. and Hanna, S. (2011) Application of the Discrete Dipole Approximation to Optical Trapping Calculations of Inhomogeneous and Anisotropic Particles. *Optics Express*, **19**, 16526-16541. <https://doi.org/10.1364/oe.19.016526>
- [4] Hoblos, A., Suarez, M., Guichardaz, B., Courjal, N., Bernal, M. and Issam Baida, F. (2020) Revealing Photonic Symmetry-Protected Modes by the Finite-Difference-Time-Domain Method. *Optics Letters*, **45**, 2103-2106. <https://doi.org/10.1364/ol.386845>
- [5] Mishchenko, M.I., Travis, L.D. and Mackowski, D.W. (1996) T-matrix Computations of Light Scattering by Nonspherical Particles: A Review. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, **55**, 535-575. [https://doi.org/10.1016/0022-4073\(96\)00002-7](https://doi.org/10.1016/0022-4073(96)00002-7)
- [6] Ungut, A., Grehan, G. and Gouesbet, G. (1981) Comparisons between Geometrical Optics and Lorenz-Mie Theory. *Applied Optics*, **20**, 2911-2918. <https://doi.org/10.1364/ao.20.002911>
- [7] He, H., Li, W., Zhang, X., Xia, M. and Yang, K. (2012) Light Scattering by a Spheroidal Bubble with Geometrical Optics Approximation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, **113**, 1467-1475. <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2012.03.011>
- [8] Yu, H., Shen, J. and Tropea, C. (2015) Application of Vector Ray Tracing to the Computation of Möbius Shifts for the Primary and Secondary Rainbows. *Applied Optics*, **54**, 9093-9101. <https://doi.org/10.1364/ao.54.009093>
- [9] Van de Hulst, H.C. and Twersky, V. (1957) light Scattering by Small Particles. *Physics Today*, **10**, 28-30.

<https://doi.org/10.1063/1.3060205>

- [10] Chevaillier, J., Fabre, J. and Hamelin, P. (1986) Forward Scattered Light Intensities by a Sphere Located Anywhere in a Gaussian Beam. *Applied Optics*, **25**, 1222-1225. <https://doi.org/10.1364/ao.25.001222>