

探究核子配对近似模型非集体对参数对 ^{129}Sn 的影响

吴雨晨

上海理工大学理学院, 上海

收稿日期: 2025年3月19日; 录用日期: 2025年4月18日; 发布日期: 2025年4月27日

摘要

核子配对近似模型是研究原子核性质的重要方法之一, 该方法已经在许多核领域内取得了重要成果。在对核 ^{129}Sn 的研究过程中, 添加非集体对参数, 并将该参数进行调整, 从而观察非集体配对方式对核子能态的影响。经过计算后, 发现非集体对主要对负宇称能态有较大影响, 而在正宇称能态中对角动量较高的能态有较大的影响。

关键词

核子配对近似模型, 非集体对, 能态

Probing the Effect of the Non-Collective Pair Parameter of the Nucleon Pair Approximation Shell Model on ^{129}Sn

Yuchen Wu

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Mar. 19th, 2025; accepted: Apr. 18th, 2025; published: Apr. 27th, 2025

Abstract

The nucleon pair approximation shell model is one of the most important methods for studying the properties of atomic nuclei, and the method has yielded important results in many nuclear fields. During the study of nuclear ^{129}Sn , the non-collective pairing parameter is added and the parameter is tuned so as to observe the effect of the non-collective pairing approach on the energy states of

nuclei. After calculations, it is found that the non-collective pairing has a large effect mainly on the negative-universal energy states, while in the positive-universal energy states it has a large effect on the energy states with higher angular momentum.

Keywords

Nucleon Pair Approximation Shell Model, Non-Collective Pair, Energy State

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

原子核内部结构的研究一直以来都是物理学科领域里亟待解决的重大难题,但由于受限于现有的数学知识,无法通过解析的形式来解决原子核内部结构的性质、状态以及运作方式等等,即我们无法对原子核内部进行严格求解。然而,通过各种各样的核物理实验,我们能了解到原子核会受到某些量子数的影响并且原子核内部的一些简单结构已经被逐渐勾勒出来。原子核壳模型就是重要的成果之一。通过实验现象刻画原子核模型,再通过核模型计算原子核的能态以及其他数据,来观察原子核的性质,这样的方式已经成为研究原子核物理的主流之一。在核物理试验中发现的幻数是最早的启发之一[1] [2]。

核子配对近似模型(Nucleon pair approximation shell model) [3]-[5]是原子核壳模型的一种拓展。在最早期的计算中,核壳模型的空间维度过大,以至于无法计算核子质量数较高的核子。而原子核配对近似模型则是通过配对近似的方式减少了核子计算时的空间维度,在核子质量数约为 130 左右[6]-[8]的区域内取得了重大成功。在今天,更多的先进实验探究出原子核的更多新现象。类似于回弯现象[9] [10]、高能态的同分异构体[11]-[13]以及低能态的不稳定性等奇特现象使得核物理研究再次掀起热潮。非集体对也逐渐受到重视,被认为是构成原子核结构的重要组成部分。在本篇文章中,我们添加非集体对参数并对其调整,来探究非集体配对方式对核子配对近似模型计算核 ^{129}Sn 的结果的影响。

本文主要分为以下几个部分:第一部分介绍研究原子核模型的重要意义和研究的拓展方向;第二部分介绍核子配对近似模型的理论框架;第三部分对得到的计算结果进行分析讨论;第四部分则为文章总结。

2. 核子配对近似模型的理论框架

2.1. 哈密顿量

核模型哈密顿量往往取决于模型本身,例如典型的液滴模型[14]是通过球体表面积、体积等参数构建的。而在核子配对近似模型中,我们的哈密顿量设置为:

$$H = H_0 + H_1 + H_2 \quad (1)$$

H_0 与单粒子态有关,它的公式为:

$$H_0 = \sum_{xy} \epsilon_{xy} C_{xy}^\dagger C_{xy} \quad (2)$$

公式(2)中, $x = (nljm)$ 表示一个核子所需的量子数的总体之和, y 可取 π 、 ν 则分别对应于质子、中子。 C_{xy}^\dagger 为产生算符, C_{xy} 为湮灭算符。 H_1 为同类价核子之间的剩余相互作用,在本节中被定义为:

$$H_1 = V_0 + V_2 + V_4 + V_{10} \tag{3}$$

V_0 和单粒子态有关，公式为：

$$V_0 = N_\pi^{(0)} B_\pi^{(0)\dagger} \cdot \tilde{B}_\pi^{(0)} + N_\nu^{(0)} B_\nu^{(0)\dagger} \cdot \tilde{B}_\nu^{(0)} \tag{4}$$

其中， $B_y^{(0)\dagger}$ 被定义为：

$$B_y^{(0)\dagger} = \sum_{a_y} \frac{\hat{p}_y}{2} \left(C_{p_y}^\dagger \times C_{p_y}^\dagger \right)_0^{(0)} \tag{5}$$

$\tilde{B}_y^{(0)}$ 为 $B_y^{(0)\dagger}$ 的时间反演算符，被定义为：

$$\tilde{B}_y^{(0)} = -\sum_{p_y} \frac{\hat{p}_y}{2} \left(\tilde{C}_{p_y} \times \tilde{C}_{p_y} \right)_0^{(0)} \tag{6}$$

其中， $\hat{p} = \sqrt{2p_y + 1}$ 。同理，我们可以得到其他多极对相互作用， V_2 和 V_4 以及 V_{10} 可表示为：

$$V_2 = N_\pi^{(2)} B_\pi^{(2)\dagger} \cdot \tilde{B}_\pi^{(2)} + N_\nu^{(2)} B_\nu^{(2)\dagger} \cdot \tilde{B}_\nu^{(2)} \tag{7}$$

$$V_4 = N_\pi^{(4)} B_\pi^{(4)\dagger} \cdot \tilde{B}_\pi^{(4)} + N_\nu^{(4)} B_\nu^{(4)\dagger} \cdot \tilde{B}_\nu^{(4)} \tag{8}$$

$$V_{10} = G_\nu^{(10)} \mathcal{P}_\nu^{(10)\dagger} \cdot \tilde{\mathcal{P}}_\nu^{(10)} \tag{9}$$

V_{10} 与非集体对有关联。 H_2 被定义为：

$$H_2 = V_r + V_{s_{\pi\nu}} \tag{10}$$

$$V_r = \sum_y \kappa_y^{(2)} R_y^{(2)} \cdot R_y^{(2)} \tag{11}$$

$$V_{s_{\pi\nu}} = \kappa R_\pi^{(2)} \cdot R_\nu^{(2)} \tag{12}$$

$$R_{yM}^{(2)} = \sum_{pq} w(pq2) \left(C_{p_y}^\dagger \times \tilde{C}_{q_y} \right)_M^{(2)} \tag{13}$$

$$w(pq\lambda) = -\frac{1}{\hat{\lambda}} \frac{j_p r^\lambda W^\lambda j_q}{r_0^\lambda} \tag{14}$$

其中 V_r 是相同价核子之间的四极 - 四极相互作用， $V_{s_{\pi\nu}}$ 是指中子与质子之间的相互作用。 N_π 、 N_ν 、 κ_π 以及 κ_ν 均为相互作用参数， ^{129}Sn 在质子数上是闭合状态，因此其质子相互作用参数均可视为 0。在核子配对近似模型中，我们的粒子轨道上的单粒子态能量与实验数据[15]-[17]相关，如表 1 所示，相互作用参数的选取如表 2 所示。

Table 1. Energy of single-particle states in various nuclear orbitals

表 1. 各个核轨道上的单粒子态能量(单位: MeV)

能量	$1/2^+$	$3/2^+$	$5/2^+$	$7/2^+$	$11/2^-$
$\epsilon_{j\pi}$	2.990	2.690	0.963	0.000	2.760
$\epsilon_{j\nu}$	0.432	0.000	13655	2.434	0.02

2.2. 基矢

基矢是指在哈密顿量空间中的粒子态，在核子配对近似模型中，即为粒子成对存在的粒子对算符。

我们设定自旋为 s 且投影为 m 的集体对算符被定义为:

$$A_m^{s\dagger} = \sum_{pq} w(pqs) (C_p^\dagger \times C_q^\dagger)_m^{(s)} \quad (15)$$

而非集体对算符则被定义为:

$$A_m^s (pq)^\dagger = (C_p^\dagger \times C_q^\dagger)_m^{(s)} \quad (16)$$

^{129}Sn 是奇偶核, 因此我们需要用核子配对耦合为一个具有 $2n+1$ 个核子的奇偶系统。该系统可用公式[4] [5]表达为:

$$\begin{aligned} & \left| \tau J_n M_n \equiv A_{M_n}^{J_n \dagger} (s_i, J_i) \right| 0 \\ & = \left\{ \dots \left[(A^{s_0 \dagger} \times A^{s_1 \dagger})^{J_1} \times A^{s_2 \dagger} \right]^{J_2} \times \dots \times A^{s_n \dagger} \right\}_{M_n}^{J_n} \left| 0 \right\rangle \end{aligned} \quad (17)$$

该公式为核子配对近似模型中哈密顿量的组态基矢。此次我们以 SD 配对方式为主, 即以耦合为自旋为 0 和 2 的集体对为主。此外, 我们还选取了非集体对 $\mathcal{D}^{(n)}$ (n 可取 $2, 4, 6, 8, 10$) 以及负宇称配对 $F^-, G^-, H^-, I^-, \mathcal{J}^-$ 来构成我们的基矢。

2.3. 电磁跃迁

电磁跃迁是研究原子核结构及性质的重要数据, 根据文献[18]我们可得电磁跃迁概率为:

$$B(E2) = \frac{2I_f + 1}{2I_i + 1} (T(E2))^2 \quad (18)$$

$$T(E2) = \sum_y e_y r_y^2 W_y^2 \quad (19)$$

I_f 为终态角动量, I_i 为初态角动量。

3. 计算结果的分析讨论

在本章节中, 我们以两种方式对 ^{129}Sn 进行了计算, 一种是采取包含非集体对相互作用参数时的计算结果; 另一种是采用不包含非集体对相互作用参数时的计算结果。具体的对比如表 2。

Table 2. Interaction parameters of the two calculations

表 2. 两种计算方式的相互作用参数

参数	Calculation-1	Calculation-2
$N_\nu^{(0)}$	-0.155	-0.155
$N_\nu^{(2)}$	-0.019	-0.019
$N_\nu^{(4)}$	-0.0001	-0.0001
$\kappa_\nu^{(2)}$	-0.030	-0.030
$n_\nu^{(6)}$	-0.005	0.0
$n_\nu^{(8)}$	-0.06	0.0
$n_\nu^{(10)}$	0.07	0.0

结论。在本文中, 仅以 ^{129}Sn 一个核子为例, 希望在今后的研究历程中, 能够在多个核子上验证此方法的有效性。

参考文献

- [1] Mayer, M.G. (1949) On Closed Shells in Nuclei. II. *Physical Review*, **75**, 1969-1970. <https://doi.org/10.1103/physrev.75.1969>
- [2] Haxel, O., Jensen, J.H.D. and Suess, H.E. (1949) On the “Magic Numbers” in Nuclear Structure. *Physical Review*, **75**, 1766-1766. <https://doi.org/10.1103/physrev.75.1766.2>
- [3] Zhao, Y.M. and Arima, A. (2014) Nucleon-Pair Approximation to the Nuclear Shell Model. *Physics Reports*, **545**, 1-45. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.07.002>
- [4] Chen, J.Q., Chen, B.Q. and Klein, A. (1993) Factorization of Commutators: The Wick Theorem for Coupled Operators. *Nuclear Physics A*, **554**, 61-76. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(93\)90357-4](https://doi.org/10.1016/0375-9474(93)90357-4)
- [5] Chen, J. (1993) The Wick Theorem for Coupled Fermion Clusters. *Nuclear Physics A*, **562**, 218-240. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(93\)90197-6](https://doi.org/10.1016/0375-9474(93)90197-6)
- [6] Higashiyama, K., Yoshinaga, N. and Tanabe, K. (2002) Shell Model Study of Backbending Phenomena in Xe Isotopes. *Physical Review C*, **65**, Article ID: 054317. <https://doi.org/10.1103/physrevc.65.054317>
- [7] Sieja, K., Martínez-Pinedo, G., Coquard, L. and Pietralla, N. (2009) Description of Proton-Neutron Mixed-Symmetry States Near ^{132}Sn within a Realistic Large Scale Shell Model. *Physical Review C*, **80**, Article ID: 054311. <https://doi.org/10.1103/physrevc.80.054311>
- [8] Higashiyama, K. and Yoshinaga, N. (2011) Pair-Truncated Shell-Model Analysis of Nuclei around Mass 130. *Physical Review C*, **83**, Article ID: 034321. <https://doi.org/10.1103/physrevc.83.034321>
- [9] Kusakari, H., Sugawara, M., Fujioka, M., Kawamura, N., Hayashibe, S., Iura, K., *et al.* (1984) Nuclear g-Factor of the 2972 keV Isomeric State in ^{130}Xe . *Physical Review C*, **30**, 820-822. <https://doi.org/10.1103/physrevc.30.820>
- [10] Das, P., Pillay, R.G., Krishnamurthy, V.V., Mishra, S.N. and Devare, S.H. (1996) g-Factor Measurement of ^{132}Ba in the Backbending Region. *Physical Review C*, **53**, 1009-1011. <https://doi.org/10.1103/physrevc.53.1009>
- [11] Fogelberg, B., Heyde, K. and Sau, J. (1981) Energy Levels and Transition Probabilities in ^{130}Sn . *Nuclear Physics A*, **352**, 157-180. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(81\)90374-2](https://doi.org/10.1016/0375-9474(81)90374-2)
- [12] Genevey, J., Pinston, J.A., Foin, C., Rejmund, M., Casten, R.F., Faust, H. and Oberstedt, S. (2001) Conversion Electron Measurements of Isomeric Transitions in $^{130,132}\text{Te}$ and ^{134}Xe . *Physical Review C*, **63**, Article ID: 054315.
- [13] Shizuma, T., Gan, Z.G., Ogawa, K., Nakada, H., Oshima, M., Toh, Y., *et al.* (2004) A New Isomer in ^{136}Ba Populated by Deep Inelastic Collisions. *The European Physical Journal A*, **20**, 207-210. <https://doi.org/10.1140/epja/i2003-10163-6>
- [14] 卢希庭. 原子核物理学[M]. 第4版. 北京: 原子能出版社, 2001.
- [15] Fogelberg, B. and Blomqvist, J. (1984) Single-Hole and Three-Quasiparticle Levels in ^{131}Sn Observed in the Decay of $^{131g, m1, m2}\text{In}$. *Nuclear Physics A*, **429**, 205-217. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(84\)90205-7](https://doi.org/10.1016/0375-9474(84)90205-7)
- [16] Baldrige, W.J. (1978) Shell-Model Studies for the ^{132}Sn region. I. Few Proton Cases. *Physical Review C*, **18**, Article 530.
- [17] ENSDF Viewer: National Nuclear Data Center. NNDC|National Nuclear Data Center.
- [18] Jia, J., Shi, D., Zhao, J. and Wang, B. (2007) Structural Properties of Silver Nanowires from Atomistic Descriptions. *Physical Review B*, **76**, Article ID: 165420. <https://doi.org/10.1103/physrevb.76.165420>
- [19] Lozeva, R.L., *et al.* (2008) New Sub- μs Isomers in $^{125, 127, 129}\text{Sn}$ and Isomer Systematics of $^{124-130}\text{Sn}$. *Physical Review C*, **77**, Article ID: 064313.
- [20] Kumar, G., Kumar, S., Kumar, A. and Parida, P. (2024) Predicting Edge-Localized Monovacancy Defects in Zigzag Graphene Nanoribbons from Floquet Quasienergy Spectrum. *Physical Review B*, **109**, Article ID: 235401. <https://doi.org/10.1103/physrevb.109.235401>