

基于蓝牙数字传感器的摆动实验仪的设计与研究

徐丹阳¹, 郭晨阳¹, 宣银燕², 杨宇潇¹, 蔡萍根¹

¹浙江工业大学物理学院, 浙江 杭州

²忆玺智能科技(杭州)有限公司, 浙江 杭州

收稿日期: 2025年3月20日; 录用日期: 2025年5月15日; 发布日期: 2025年5月23日

摘要

人工智能赋能高等教育, 2023版《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》要求实验仪器的数字化, 以蓝牙模块和角度传感器为核心器件, 设计了一套基于蓝牙数字传感器的摆动实验设备, 精简了实验仪配件, 提高了空间利用率及提高了测量精度。在这一数字化仪器的基础上, 从大学实验教学目的出发, 并紧密结合理论知识, 同时兼顾可视化、数字化、模块化等特点, 设计了多个数字化实验。有利于学生掌握理解相关专业知识, 提升实验操作能力与水平。

关键词

数字化, 无线角度传感器, 摆动, 等效摆长

Design and Research of Pendulum Experiments Based on Bluetooth Digital Sensor

Danyang Xu¹, Chenyang Guo¹, Yinyang Xuan², Yuxiao Yang¹, Pinggen Cai¹

¹College of Physics, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang

²Yixi Intelligent Technology (Hangzhou) Co. Ltd., Hangzhou Zhejiang

Received: Mar. 20th, 2025; accepted: May 15th, 2025; published: May 23rd, 2025

Abstract

Artificial intelligence empowers higher education, and the 2023 "Basic Requirements for University Physics Experiment Courses in Science and Engineering" requires the digitization of experimental

文章引用: 徐丹阳, 郭晨阳, 宣银燕, 杨宇潇, 蔡萍根. 基于蓝牙数字传感器的摆动实验仪的设计与研究[J]. 应用物理, 2025, 15(5): 351-360. DOI: 10.12677/app.2025.155041

instruments. We have designed a set of pendulum experiment equipment, which takes the Bluetooth module and angle sensor as the core components. This design simplifies the experimental accessories, improves the utilization of space, and enhances the accuracy of measurements. Based on this digital instrument, and starting from the purpose of university experimental teaching, we have designed three digital experiments. These experiments are closely linked with theoretical, while also taking into account the characteristics of visualization, digitalization, and modularization. It is conducive to students mastering professional knowledge, enhancing their experimental operation skills and levels.

Keywords

Digital, Wireless Angle Sensor, Swing, Equivalent Pendulum Length

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

了解并掌握地球表面重力的分布,对地球物理科学、空间科学和航空航天技术、地震预测及大地测量等领域的研究具有十分重要的意义[1]-[3]。因此,如何精准测量重力加速度 g 就显得尤为重要[4]。目前较为常用的方法有单摆法、复摆法、气垫导轨法及冷原子干涉法等[5]-[8]。复摆法测重力加速度的概念清晰、明确,知识点包含了谐振动与微分方程等数理知识,因此使用该方法测量重力加速度是高等学校普通物理实验必定开展的实验项目。现有相应实验仪器存在操作繁琐、测量误差大(偶然误差)、体积大且严重占用空间等缺点,在高等教育数字化改革的浪潮下,为了提高测量精度减少偶然误差的引入,整合不必要的仪器配件提高空间利用率,利用蓝牙通讯模块、角度传感器作为核心器件,设计开发了基于蓝牙数字传感器的摆动实验仪。结合这一数字化仪器特点,并从大学实验教学目的出发,紧密围绕谐振理论知识,同时兼顾数字化、可视化、模块化、操作便捷度及成本等因素,设计并实现了以下 3 个实验: 1. 复摆 - 数字化最佳采样频率实验; 2. 复摆 - 数字化数据采集精度对比实验; 3. 数字化凯特摆实验。

2. 基本原理

复摆是一具有一定质量的刚体,在重力作用下绕固定水平轴作小幅摆动的动力运动体系[9]。如图 1 所示,悬挂在旋转轴上 O 点的不规则刚体,小角度摆动时可近似成谐振动,其振动周期公式如(1)所示:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (1)$$

其中: m 是刚体的质量, g 是重力加速度, h 是旋转轴 O 到重心点 G 的距离, I 是刚体绕 O 点的转动惯量。

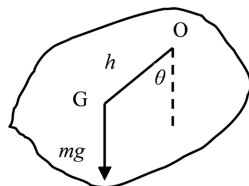


Figure 1. Complex pendulum (irregular rigid body)
图 1. 复摆(不规则刚体)

从刚体平行轴定理可知, 公式(1)可以变成如下公式(2):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_G + mh^2}{mgh}} \quad (2)$$

其中: I_G 是该刚体过重心 G 的转动惯量。

从公式(2)中可知, 一定存在一个 h 值使该复摆摆动周期最小, 这时的 h 值被称为复摆的回旋半径, 用 r 表示。因此, 在旋转轴 r 两边一定会存在无数个摆动周期相同的旋转轴, 通常把这样的一对旋转轴称为共轭轴。若假设其中一对共轭轴, 它们到重心点的距离分别为 h_1 、 h_2 ($h_1 \neq h_2$), 测得的对应周期值为 T_1 、 T_2 。将以上数据带入公式(2), 并根据 $T_1 = T_2$ 这个关系式得到公式如下(3)和(4):

$$I_G = mh_1 h_2 \quad (3)$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{h_1 + h_2}{g}} \quad (4)$$

由公式(4)可知, 只要测出复摆的其中一对共轭轴的距离 h_1 、 h_2 及摆动周期 T , 就能求出重力加速度 g 。

凯特摆是复摆的一种特定形式, 利用两个外形一样但是质量不同的摆锤对称固定在具有对称结构的物理摆上, 从而实现重心 G 的改变来确定其共轭点[10]。

3. 仪器设计

实验仪器示意图如图2所示, 实物图如图3所示, 其中1是无线角度传感器[11][12], 采样频率可以设置为 10 Hz、20 Hz、50 Hz、100 Hz、200 Hz、500 Hz 及 1000 Hz 等, 按照设定的采样频率进行角度位移数据采集, 并通过蓝牙模块将数据传输到计算机上, 角度传感器的最大转速是 30 转/s, 角分辨率是 0.18° ; 2是复摆, 总长 28.00 cm, 每间隔 2.00 cm 开一个小孔, 3是凯特摆。

无线蓝牙通讯模块选择的是由 Microchip 公司生产的一款基于 IS1678 芯片完成认证的嵌入式 BM78 无线模块, 实物图如图4所示。通过 BM78 模块将复摆实验仪链接到电脑, 通过软件实现信号的设置、部件的控制以及采样数据的传输, 其工作流程图如图5所示。BM78 模块通电完成进入配置模式准备接收控制指令, 在有效时序内, 接收到有效指令完成配置, 离开配置模式进入正常工作模式。如果在有效时序内, 没有接收到有效指令, 模块将退出配置模式, 重新等待进入配置模式。

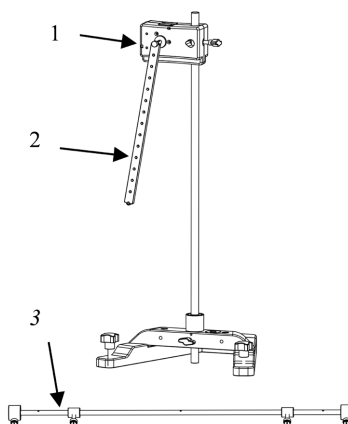


Figure 2. Schematic diagram of instrument
图2. 仪器示意图



Figure 3. Image of the instrument
图 3. 仪器实物图



Figure 4. Image of bluetooth communication module
图 4. 蓝牙通讯模块实物图

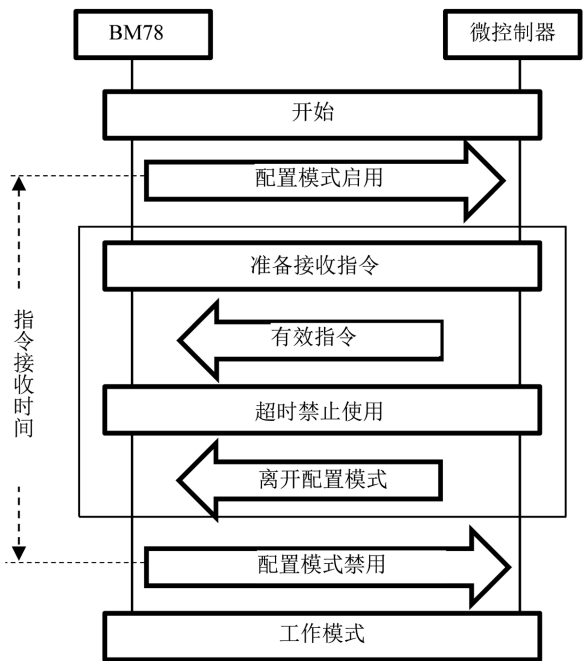


Figure 5. BM78 flowchart
图 5. BM78 工作流程图

4. 实验结果与分析

用本实验仪器开展了以下 3 个实验：1. 复摆 - 数字化最佳采样频率实验；2. 复摆 - 数字化数据采集精度对比实验；3. 数字化凯特摆实验。

4.1. 复摆 - 数字化最佳采样频率实验

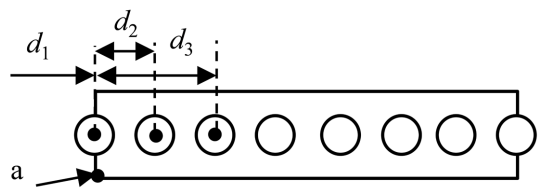


Figure 6. Schematic diagram of the complex pendulum
图 6. 复摆示意图

实验复摆示意图如图 6 所示，定义复摆一端为 a 点，从端点 a 开始依次为转轴 1、转轴 2…直达转轴 n，其中转轴 1 的圆心与端点 a 位于同一水平线。令转轴 1 的圆心到端点 a 的距离为 d_1 、转轴 2 圆心到端点 a 的距离为 d_2 ……直到 d_n ，可知 $d_1 = 0$ ；转轴 1 的摆动周期为 T_1 ，转轴 2 的摆动周期为 T_2 …以此类推到 T_n 。

实验步骤：用米尺测量复摆 a 端面至各转轴孔的距离 d_1 、 d_2 …… d_n ，数据如表 1 所示；将复摆固定在角度传感器上；调节复摆底座水平仪，使仪器水平放置；打开蓝牙按钮，将角度传感器通过蓝牙与电脑连接；打开数据采集软件，采样频率选择为 10 Hz，使复摆处于小幅度周期摆动状态，得到摆动周期，依次记录不同转轴的摆动周期；选择采样频率分别为 20 Hz、50 Hz、100 Hz，重复上述步骤，记录并处理实验数据，不同采样频率下各摆动周期数据如表 2 所示。

Table 1. Distance from each axle to ednpoint a (d_n /cm)

表 1. 各转轴到端点 a 的距离(d_n /cm)

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
0.00	2.00	4.02	6.02	8.00	10.00	11.98	14.00
d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	
16.00	18.00	20.01	22.00	24.03	26.02	28.01	

Table 2. Period T_n of each shaft at different sampling frequencies

表 2. 不同采样频率得到的各转轴孔周期 T_n

周期 T_n (s)	采样频率			
	10 Hz	20 Hz	50 Hz	100 Hz
T_1	0.87	0.87	0.87	0.872
T_2	0.84	0.84	0.84	0.843
T_3	0.83	0.82	0.82	0.821
T_4	0.81	0.81	0.81	0.812
T_5	0.83	0.83	0.83	0.829
T_6	0.91	0.91	0.91	0.911
T_7	1.17	1.17	1.17	1.169
T_8	/	/	/	/

续表

T_9	1.17	1.17	1.17	1.167
T_{10}	0.91	0.91	0.91	0.909
T_{11}	0.83	0.83	0.83	0.830
T_{12}	0.81	0.81	0.81	0.812
T_{13}	0.83	0.83	0.82	0.820
T_{14}	0.85	0.84	0.84	0.842
T_{15}	0.87	0.87	0.87	0.871

实验时发现在第八个转轴时,复摆几乎不进行周期运动,认为转轴 8 圆心非常接近重心,周期时间数据不做记录。转轴 n 距复摆 a 端的距离为 $d_n = 14.00 - h_n$, 其中 h_n 是转轴 n 距离复摆中心的距离,对以上数据采用最小二乘法拟合,拟合系数取 5,采用 MATLAB 绘图得到复摆 T - d 曲线如图 7 所示:

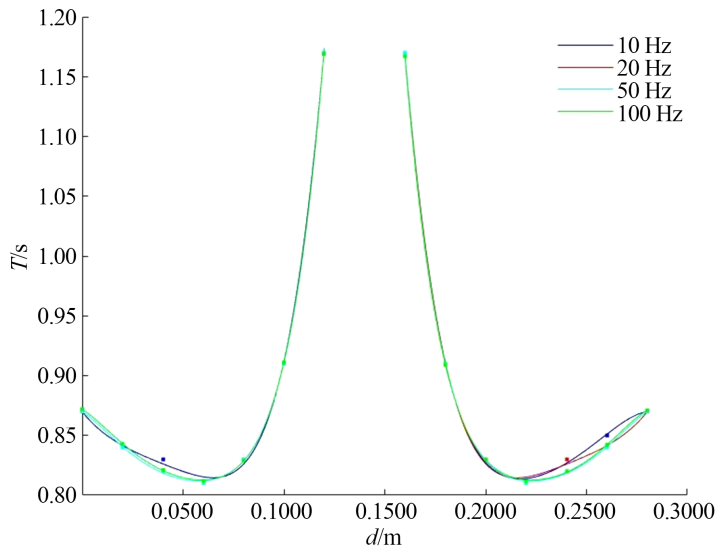


Figure 7. Figure of T - d fitting for four frequencies
图 7. 四种频率的 T - d 拟合图

分析图 7 发现采样频率 10 Hz 得到的拟合曲线偏差较大,随着采样频率越大曲线越圆滑,对这些数据作进一步处理。取定一个 $T_0 = 0.84$ s,使复摆正挂和倒挂的周期都等于 T_0 ,利用 MATLAB 软件对拟合曲线逆向求解相应的 d ,得到等效摆长和重力加速度,杭州当地的重力加速度为 $g_0 = 9.7936$ m/s²,数据结果表如表 3 所示。

Table 3. Equivalent pendulum length l , gravitational acceleration g , absolute error δ , and relative error E obtained from four different sampling frequencies

表 3. 四种采样频率得到的等效摆长 l 、重力加速度 g 、绝对误差 δ 与相对误差 E

采样频率	l/m	$g/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$\delta/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$E/\%$
10 Hz	0.1692	9.4696	-0.3240	3.3
20 Hz	0.1736	9.7129	-0.0807	0.82
50 Hz	0.1736	9.7129	-0.0807	0.82
100 Hz	0.1733	9.6962	-0.0904	0.99

当角度传感器的采样频率从 10 Hz 到 100 Hz 逐步增加时，测得重力加速度的数值误差具有明显变小趋势，可以认为采样频率越高仪器测得的数据准确度更高，考虑仪器本身测量精度及后续数据处理，实验采样频率设置为 100 Hz。

4.2. 复摆 - 数字化数据采集精度对比实验

将角度传感器的采样频率选择为 100 Hz，并使复摆处于小幅度周期摆动状态，使用手机进行视频拍摄，利用 Tracker 软件和手机视频编辑软件分析处理数据并计算周期。角度传感器、Tracker 软件和手机视频编辑软件获得周期数据如表 4 所示。对数据表 4 和表 1 采用最小二乘法拟合，拟合系数取 5，采用 MATLAB 绘图得到复摆在 3 种软件下获得 T - d 曲线如图 8 所示。

Table 4. Period T_n of each shaft under three measurement methods

表 4. 3 种测量方式下各转轴孔周期 T_n

周期 T_n (s)	采样方式		
	角度传感器	Tracker 软件	手机视频编辑软件
T_1	0.873	0.874	0.87
T_2	0.844	0.843	0.85
T_3	0.821	0.823	0.83
T_4	0.813	0.810	0.81
T_5	0.829	0.827	0.83
T_6	0.908	0.910	0.91
T_7	1.169	1.169	1.17
T_8	/	/	/
T_9	1.167	1.174	1.17
T_{10}	0.906	0.907	0.91
T_{11}	0.828	0.827	0.83
T_{12}	0.812	0.812	0.81
T_{13}	0.822	0.821	0.83
T_{14}	0.844	0.843	0.85
T_{15}	0.872	0.873	0.87

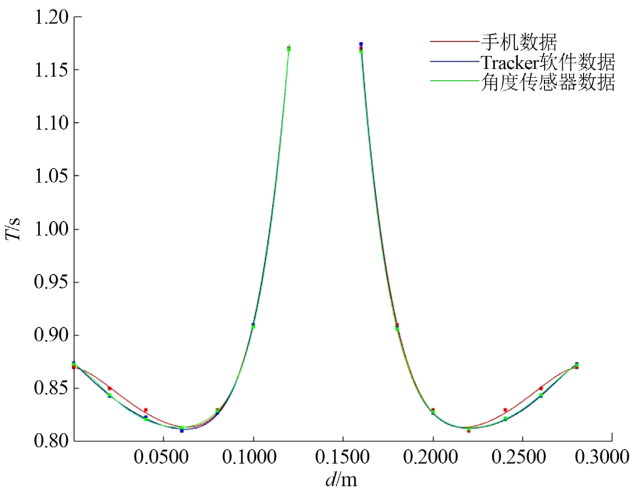


Figure 8. Figure of T - d fitting under three measurement methods
图 8. 3 种测量方式下的 T - d 拟合图

分析图 8 发现利用手机视频编辑软件获得的数据拟合曲线偏差较大, 说明手机视频编辑软件的采样时间较大, 存在较大的仪器误差。取定一个 $T_0=0.84\text{ s}$, 使复摆正挂和倒挂的周期都等于 T_0 , 利用 MATLAB 软件对图 8 拟合曲线逆向求解相应的 d , 得到等效摆长和重力加速度, 杭州当地的重力加速度为 $g_0=9.7936\text{ m/s}^2$, 数据结果表如表 5 所示。

Table 5. Equivalent pendulum length l , gravitational acceleration g , absolute error δ , and relative error E obtained from three measurement methods

表 5. 3 种测量方式下得到的等效摆长 l 、重力加速度 g 、绝对误差 δ 与相对误差 E

测量方式	l/m	$g/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$\delta/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$E/\%$
角度传感器	0.1728	9.6682	-0.1254	1.3
Tracker 软件	0.1718	9.6122	-0.1814	1.8
手机视频编辑软件	0.1659	9.2821	-0.5115	5.2

分析图 8 和表 5 发现 3 种测量方式中角度传感器测得数据的计算结果误差最小而手机最大。手机视频编辑软件获得数据误差大的原因可能是受录制视频的帧率限制(30 帧)和时间精度只能到秒。Tracker 软件所获得数据稍微有点偏差是受视频文件所限, 即使 Tracker 的动态捕捉比较精准, 也会因原视频 30 帧的帧率限制而存在误差。

4.3. 数字化凯特摆实验

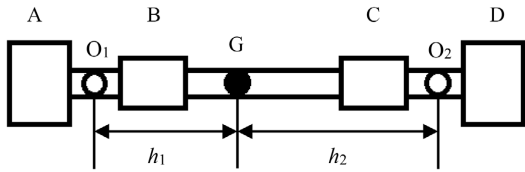


Figure 9. Schematic diagram of the Kate pendulum
图 9. 凯特摆示意图

凯特摆示意图如图 9 所示, 孔 O_1 为转轴时认为是正挂, 周期 T_1 , 孔 O_2 为转轴时认为是倒挂, 周期 T_2 。用米尺测量 O_1 、 O_2 之间距离 l , 根据 l 和杭州重力加速度 g_0 计算 T ; 将凯特摆倒挂于角度传感器上, 测量倒挂周期 T_2 , 调节大摆锤 A 或 D, 使的 $|T - T_2| < 5\text{ ms}$, 然后将凯特摆正挂于角度传感器上, 反复移动小摆锤 B 或 C, 调节过程中需要注意记录每次摆锤的调节方向, 当 $|T_1 - T_2| < 1\text{ ms}$ 认为调节完成。多次测量周期 T_1 和 T_2 , 数据记录表如表 6 所示。用悬挂法获得凯特摆重心 G 位置, 并测量 G 与 O_1 的距离 h_1 与 O_2 的距离 h_2 , 数据记录表如表 7 所示。

Table 6. Kate pendulum period T_1 and inverted period T_2

表 6. 凯特摆正挂周期 T_1 和倒挂周期 T_2

测量次数/ n	正挂周期 T_1/s	倒挂周期 T_2/s
1	1.153	1.156
2	1.153	1.155
3	1.153	1.156
4	1.154	1.155
5	1.153	1.155
平均值	1.153	1.155

Table 7. Kate pendulum period T_1 and inverted period T_2
表 7. 凯特摆重心 G 到 O_1 、 O_2 的距离 h_1 、 h_2 和等效摆长 l

测量次数/n	h_1/cm	h_2/cm	l/cm
1	10.90	22.05	33.00
2	11.00	22.00	33.10
3	10.98	21.95	33.05
4	10.95	22.00	33.08
5	11.00	22.00	33.05
平均值	10.97	22.00	33.06

根据表 6 和表 7 的数据, 得到 $\overline{T_1} = 1.153 \text{ s}$ 、 $\overline{T_2} = 1.155 \text{ s}$ 、 $\overline{h_1} = 10.97 \text{ cm}$ 、 $\overline{h_2} = 22.00 \text{ cm}$ 、 $\overline{l} = 33.06 \text{ cm}$ 。根据凯特摆测重力加速度公式(5), 计算得到重力加速度 g 。

$$g = \frac{4\pi^2}{\frac{T_1^2 + T_2^2}{2l} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(h_1 - h_2)}} = 9.7499 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (5)$$

经查得杭州当地的重力加速度为 $g_0 = 9.7936 \text{ m/s}^2$, 则相对误差 E 为 0.44%。

$$E = \frac{|g - g_0|}{g_0} \times 100\% = 0.44\%$$

5. 结论

在高等教育数字化改革的浪潮下, 通过调研及理论知识学习, 设计并开发了基于蓝牙数字传感器的摆动实验装置。采用蓝牙通讯模块, 整合不必要的仪器配件提高空间利用率并实现数据无线传输。角度传感器提高了仪器测量精度减少偶然误差的引入, 实验仪器误差在 4.0%以内。结合无线蓝牙角度传感器, 开展设计的 3 个数字化实验拥有更简明的实验流程、更好的教学展示效果及更高的实验测量精度, 有利于学生掌握谐振动的相关专业知识, 提升实验操作能力与水平, 为其在大学物理理论学习上打下坚实基础, 同时也有利于提高学生的综合实验能力。

基金项目

浙江工业大学 2023 年教学改革项目(JG2023035)。

参考文献

- [1] 周家盛, 庄伟. 基于 Phyphox 的进阶式实验探究教学——以“用单摆测量重力加速度”教学为例[J]. 物理教学, 2023, 45(12): 16-18, 67.
- [2] 段宏博, 李振基, 罗志会, 等. 基于 FBG 的重力加速度测量方法[J]. 大学物理实验, 2023, 34(4): 33-36.
- [3] 赵力杰, 付博洋, 梁子明, 等. 基于改进型阿特伍德机的重力加速度测量[J]. 大学物理实验, 2021, 34(3): 76-79, 99.
- [4] 张腾, 吴宾儒. 单摆法测量重力加速度实验的改进[J]. 实验教学与仪器, 2023, 40(5): 53-55.
- [5] 张顺, 肖帅, 曹静, 等. 利用智能手机和自制复摆测量重力加速度[J]. 大学物理实验, 2022, 35(5): 109-112.
- [6] 贾秋爽, 申传英, 王端良. 手机传感器测量重力加速度的方法与改进[J]. 曲阜师范大学学报(自然科学版), 2021, 47(4): 81-85.
- [7] 赵佳乐, 张嘉禾, 于永江. 气垫导轨测量重力加速度实验系统误差分析[J]. 物理与工程, 2022, 32(3): 105-109.
- [8] 肖玉华, 张炯阳, 高望远, 等. 冷原子干涉加速度测量技术研究现状与发展动态分析[J]. 真空与低温, 2023, 29(6):

525-542.

- [9] 张容, 吴显云, 王胜中, 等. 一款基于角度传感器的复摆法重力加速度测量[J]. 大学物理实验, 2020, 33(6): 58-60.
- [10] 盛妍. 凯特摆测重力加速度实验中的误区——以虚拟仿真实验为例[J]. 大学物理, 2021, 40(10): 32-35.
- [11] 陈洪立, 王涛, 杜小强, 等. 基于角度传感器的弓网相对坐标检测技术研究[J]. 浙江工业大学学报, 2024, 52(3): 299-304, 333.
- [12] 徐建明, 徐金辉. 基于 STM32 的步进电机加减速轨迹规划算法[J]. 浙江工业大学学报, 2024, 52(4): 466-472.