高回波环境下基于阵列探测的三维计算鬼成像

胡小兵

上海理工大学理学院,上海

收稿日期: 2025年3月29日; 录用日期: 2025年5月16日; 发布日期: 2025年5月26日

摘要

传统的单光子三维计算鬼成像(3DSCGI)由于在极低光子通量环境下工作,信噪比(SNR)较低,需要进行 大量的重复测量。提高光子通量可以改善这一问题,但会引入堆积效应,导致光子计数直方图与原始脉 冲波形相比发生畸变。本研究开发了一种新的单光子三维计算鬼成像技术(3DHCGI),在高回波光子通量 下直接计算64*64单光子相机的光子计数和哈达码矩阵之间的二阶相关函数(SOCF),显著提高了信噪比, 同时避免了堆积效应的影响。此外,利用哈达码矩阵行中平衡的+1和-1分布,我们采用互补探测进一步 降低噪声,同时在每个散斑模式仅探测126次的情况下,完成了39.45 m处场景256*256分辨率的三维重 建,横向分辨率达到了7.21 mm,显著提升了成像质量。这项工作对于中远距离高分辨率单光子三维成 像具有重要意义,提供了一种高效且高质量的成像方法。

关键词

三维鬼成像,单光子成像,阵列检测

High-Echo Environment-Based 3D Single-Photon Ghost Imaging via Array Detection

Xiaobing Hu

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Mar. 29th, 2025; accepted: May 16th, 2025; published: May 26th, 2025

Abstract

Typical single-photon 3D computational ghost imaging (3DSCGI) suffers from low signal-to-noise ratios (SNR) due to operating in ultra-low photon flux environment, necessitating numerous repetitive measurements. Enhancing photon flux improves this but introduces pile-up effects, distorting photon counts histogram compared with original pulse waveform. Our study develops a new singlephoton 3D computational ghost imaging technology (3DHCGI) computing the second-order correlations function (SOCF) between photon counts of 64*64 single photon camera and Hadamard matrix directly under high echoing photon flux, significantly boosting SNR and avoiding pile-up effect based on the pairwise orthogonality of Hadamard matrix. Additionally, leveraging the balanced +1 and -1 distribution in Hadamard rows, we utilize complementary detection to finish 256*256 3D reconstruction at distance 39.45 m with transverse resolution 7.21 mm and detections of each pattern 126, and further reduce noise and enhance image quality. This work is important for high-resolution single-photon 3D imaging, offering an efficient and high-quality imaging method.

Keywords

3D Computational Ghost Imaging, Single Photon Imaging, Array Detection

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0). http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

1. 引言

近年来,单光子三维成像技术因其卓越的场景空间结构恢复能力而备受关注[1]-[3]。其中,三维单光 子计算鬼成像(3DSCGI)技术通过数字微镜阵列(Digital Micromirror Device, DMD)生成独立散斑模式,并 利用单光子雪崩光电二极管(Single Photon Avalanche Diode, SPAD)作为桶探测器,实现了无需扫描的三维 成像[4]-[11]。该技术通过计算光子计数与散斑模式之间的二阶关联函数(SOCF),结合时间关联单光子计 数(TCSPC)测量桶信号光子的飞行时间(TOF),从而重建三维场景(*D* = *c* * TOF/2,*D* 表示系统与场景中物 体的距离,*c* 为光的传播速度)。此外,压缩感知的引入突破了奈奎斯特采样定理的限制,显著提升了成 像质量和效率[12]-[15]。

然而,3DSCGI[16]-[18]仍面临诸多挑战。传统单光子探测器在探测回波信号时,光子计数遵循泊松 计数模型[19]-[21],但由于死区时间限制,仅能记录一个探测周期内首次探测到光子的时间标签。这导致 在特定时间间隔内光子事件的发生实际上服从条件概率模型,从而在增加回波光子通量时产生堆积效应 [22][23]。在高回波光子通量下,光子计数时间统计直方图与原始脉冲波形相比会出现明显的前倾现象 [24]。这种现象使得每个时间间隔内的光子计数不再与到达探测器的光子数保持固定的线性关系,在鬼成 像架构中,这将在成像背景区域引入额外的噪声。为避免堆积效应的影响,3DSCGI工作在极低回波光子 通量环境中,从而导致单次探测信噪比很低,对于一种散斑模式往往需要重复测量很多次,一定程度上 增加了探测过程的繁琐性,限制其实际应用。

为解决堆积效应的问题,提升探测过程信噪比,研究人员提出了多种方法,以实现从扭曲的时间统 计直方图中恢复到达探测器的原始信号[25],例如基于马尔可夫链的直方图畸变校正算法[26]、光子计数 校正方法[27]、基于光子计数分布直方图的恢复方法[28],以及基于概率图像模型减少范围误差的方法 [29]。Liu 等人通过信号校正方法在红外单光子压缩成像系统中消除了负像[30] [31]。尽管这些方法在一 定程度上恢复了原始信号并提高了检测过程中的信噪比(SNR),但复杂的恢复过程还是在某种程度上限制 了其在实际应用中的广泛推广。

为了克服这些限制,本文提出了一种新的三维单光子计算鬼成像技术(3DHCGI)。该技术通过增加回 波光子通量显著提高了单次检测 SNR,从而减少了重复检测的次数,并实现了高分辨率成像。通过采用 各列成对正交的哈达码矩阵作为测量矩阵,在高光子通量下直接计算光子计数与哈达码散斑模式之间的 SOCF,有效避免了成像背景区域中堆积效应的影响[32]。此外,我们利用哈达码矩阵每行中平衡的+1和 -1 分布,采用互补探测进一步降低噪声并提高图像质量[33]。在计算鬼成像中,当散斑场的横向尺寸大 小保持稳定时,最终成像的 SNR 与散斑场中被物体占据的像素数量成反比[34]。因此,我们采用 64*64 的 SPAD 相机作为桶探测器,相机阵列上的每个像素作为一个独立子桶探测器探测其所对应立体角范围 内的桶信号,从而进一步提高成像质量。



2. 实验原理

Figure 1. Illustration of the 3DHCGI imaging system. The light source 1064 nm Laser emits pulses with pulse width 2 ns and energy of a single pulse being 10 µJ. Predefined patterns of H^+ and H^- are generated on DMD, then alternatively projected into the scenario at the distance D = 39.45 m by the lens $f_1 = 150$ mm. The objects in the scenario are imaged on the camera through lens f_2 with adjustable focal length and the camera pixels detect the bucket photons corresponding to their respective solid angle range. And the detecting process is controlled by PC through signal generator (SG) **图 1.** 3DHCGI 成像系统示意图。1064 nm 激光器发射脉宽为 2 ns、单脉冲能量为 10 µJ 的脉冲。在 DMD 上生成与 H^+ 和 H^- 相应的预定义图案,然后通过焦距为 150 mm 的透镜 f_1 交替投射到距离为 39.45 m 的场景中。场景中的物体通过具有可调焦距的透镜 f_2 成像到相机上,相机像素检测 其各自立体角范围对应的桶信号。检测过程由计算机通过信号发生器(SG)控制

图 1 展示了 3DHCGI 成像系统的示意图。光源为 1064 nm 的脉冲激光器,脉宽 2 ns,单脉冲能量 10 μ J。通过 DMD 生成相应于 H^+ 和 H^- 的预定义散斑模式,并通过焦距为 150 nm 的透镜 f_1 交替投影到距 离为 39.45 m 的场景中。场景中的物体通过焦距可调的透镜 f_2 成像到 64*64 SPAD 相机上,相机像素独 立探测其各自立体角范围内的桶信号。整个探测过程由计算机通过信号发生器(SG)控制。

哈达码矩阵由+1和-1组成,各列之间具有成对正交性[31]。在 3DHCGI中,我们将哈达码矩阵中所 有+1的元素组成矩阵 H⁺,并将所有-1的元素转换为+1以形成矩阵 H⁻。然后将 H⁺和 H⁻的每一行重 组成一个独立的散斑模式,例如,当哈达码矩阵元素组成为 4096*4096 时,散斑模式的大小为 64*64,对 应成像的分辨率也为 64*64。3DHCGI系统通过控制 DMD 表面的微镜阵列生成一系列与 H⁺和 H⁻ 对应 的散斑模式,并交替投影到场景中。由于不同距离下的点扩散函数在成像距离较远时几乎没有差异,因 此可以将不同距离下的散斑场近似视为相同,即散斑场平行穿过场景。随后,SPAD 相机根据桶信号光子的 TOF 区分不同纵向距离,并利用哈达码散斑与不同时间标签范围内的光子计数之间的 SOCF 重建不同 距离处的物体图像,从而完成三维重构。探测过程中每个相机像素作为子桶探测器独立探测其各自立体 角范围内的桶信号。

对于 4096 个独立相机像素中某个 *i* 像素,在探测 *H*⁺ 各散斑模式桶信号过程期间,光子事件的发生 满足条件概率模型,其概率为[35]:

$$P_{i}^{+} = e^{-s_{0}\eta_{i} \gamma \int_{\Omega_{i}} H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}} \left(1 - e^{-s_{1}\eta_{i} \gamma \int_{\Omega_{i}} H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}}\right)$$
(1)

其中, $R(X_2)$ 表示场景中的物体反射率分布, γ 为 3DHCGI系统的衰减系数, s_0 和 s_1 分别表示属于 $0-t_1$ 和 t_1-t_2 时间间隔内脉冲激光器发出的光子数。 η_i 表示 i 像素的量子效率, Ω_i 表示在 t_1-t_2 时间间隔内被 i 相机像素探测到的物体区域。从公式(1)可以看出, 当 3DHCGI系统工作在高回波环境中时, $0-t_1$ 时间间隔内未检测到光子事件的概率会变小, 而 SPAD 在一个探测周期中只会产生 1 个光子计数, 因此光子 计数的统计直方图会出现前倾,也就是堆积效应的原因,从而导致该时间间隔内光子计数和回波光子数 之间不具有确定的线性关系,关联运算后会在背景区域增加额外的噪声。堆积效应导致的信号扭曲问题 可以通过光子计数满足的条件概率模型进行解决,如文献[24]中所述,从而消除堆积效应对背景区域的影响。由于 3DSCGI工作在极低回波环境中, $0-t_1$ 时间间隔内的光子通量可以近似为 0,因此可以将 SPAD 的每一个时间分辨率内发生的计数过程看成独立的泊松计数过程,从而忽略堆积效应的影响,根据光子 事件发生概率的函数形式($1-e^{-x} \approx x$, 当 x 趋近于 0 时),可以近似认为在低回波环境下,光子计数正比 于每个探测周期内 SPAD 所接收到的光子数,代替桶信号进行二阶关联运算。但是在 3DHCGI中, 需要 考虑 P_i^+ 表达式中的每一个影响因子。因此, H^+ 和 P_i^+ 在 3DHCGI 中的 SOCF 可以表示为:

$$O_{i}^{+}(X_{1}) = O_{0i}^{+}(X_{1}) - O_{1i}^{+}(X_{1})$$

$$= \left\langle H^{+}(X_{1}) \right\rangle e^{-(s_{0}+s_{1})\eta_{i}\gamma \langle H_{0} \rangle R_{sum}} \left(1 - e^{-(s_{0}+s_{1})\eta_{i}\gamma \langle H_{0} \rangle R(X_{1})\delta_{1i}} \right)$$

$$- \left\langle H^{+}(X_{1}) \right\rangle e^{-s_{0}\eta_{i}\gamma \langle H_{0} \rangle R_{sum}} \left(1 - e^{-s_{0}\eta_{i}\gamma \langle H_{0} \rangle R(X_{1})\delta_{1i}} \right)$$
(2)

其中 $R_{sum} = \int_{\Omega_i} R(X_1) dX_1$, $\langle \cdots \rangle$ 表示系综平均, H_0 表示在散斑场被照亮时单位面积的光子数, δ_{ii} 是对应 于 $H^+(X_1)$ 的散斑场像素与被 *i* 相机像素探测到的物体区域的重叠面积,详细证明见附录。此公式也适用 于 H^- 。从公式 (2)可以看出,成像能量集中在物体区域,因此堆积效应不会在背景区域引入额外噪声。 我们进一步利用互补探测消除光子计数中的噪声。由于哈达码矩阵的稀疏率为 0.5,因此一对互补图案之 间的噪声大致相同。最终的 SOCF 可以表示为:

$$O(X_{1}) = 2 * (H^{+} - \langle H^{+} \rangle)^{\mathrm{T}} (P_{i}^{+} - P_{i}^{-} - \langle P_{i}^{+} - P_{i}^{-} \rangle + n^{+} - n^{-} - \langle n^{+} - n^{-} \rangle)$$
(3)

其中, n⁺和 n⁻分别表示与 H⁺和 H⁻对应的互补模式探测过程中引入的噪声,详细证明见附录。这些噪声成分包括环境噪声、暗噪声、统计噪声、串扰噪声以及由于相机在高回波光子通量环境下产生非线性响应引起的噪声。由于在探测过程中,3DHCGI系统和所处环境处于稳定状态,因此每次探测过程中环境噪声的强度可以认为服从均值不变的均匀分布,而暗噪声在每个探测过程中均满足特征量一定的泊松分布,该特征量由探测器本身的属性和工作状态所决定。统计噪声取决于所有探测过程中所发生的随机计数过程,在 3DHCGI中,某段时间间隔内光子事件的发生服从条件概率分布,估计该时间间隔内光子计数的统计噪声时可以使用二项分布来进行估计,该二项分布的发生概率取决于每个散斑模式对应的相机入射光子数。相机的串扰概率为固有串扰概率和入射光子数的乘积,由于每个散斑模式的回波光子数

均不相同,因此在每个散斑模式的探测过程中,串扰噪声均有其各自不同的统计分布。而高回波环境下 相机的非线性响应引起的噪声通常和入射光子通量呈正相关的非线性关系,因此对于不同的散斑模式, 其所对应的噪声也是不同的。3DHCGI最大的优势在于通过提升回波光子数,极大程度提升了随机计数 过程的 SNR,减少了统计噪声所带来的影响,同时互补探测在抑制环境噪声和暗噪声方面非常有效一它 们在两种互补图案的探测过程中表现出相同的统计特性,使得环境/暗噪声的方差相减后理论上为零一但 在抑制统计噪声、串扰噪声以及相机非线性响应引起的噪声方面效果较差。

本文成像质量通过 SNR 来评估,表示为:

$$SNR = 10 * \log_{10} \frac{\int_{\Omega_{object}} O(X_1) dX_1 / \int_{\Omega_{object}} dX_1}{\int_{\Omega_{object}} O(X_1) dX_1 / \int_{\Omega_{object}} dX_1}$$
(4)

其中, Ω_{object} 和 $\Omega_{\text{background}}$ 分别表示所成图像中物体区域和背景区域的像素数量。

3. 实验配置及结果

3.1. 实验配置

实验配置部分将详细描述 3DHCGI 的实验装置。如图 1 所示,使用一个波长为 1064 nm 的固体激光器作为光源,该激光器单脉冲能量 10 µJ,脉宽 2 ns,最大脉冲频率 10 KHz,本文实验过程中脉冲激光器 工作频率为 2 KHz。脉冲光束发射后,经反射镜(Mirror, M)反射,通过可变倍数扩束器(Variable Beam Expander, VBE),形成均匀光斑投射到 DMD 表面微镜阵列。DMD 表面由 1024*768 个微镜组成,每个微镜 尺寸为 13.65 µm*13.65 µm,由可编程门控阵列控制,允许每个微镜独立倾斜 ± 12°,分别对应开(ON)和 关(OFF)状态。因此,DMD 能够实现对平行光场的 0-1 调制,从而交替生成相应于 H^+ 和 H^- 的散斑模式,在经过一个孔径光阑(Adjustable Diaphragm, AD)滤除高频成分后,通过焦距为 150 nm 的透镜 f_1 投射到距 离为 D = 39.45 m 的场景中。实验中,DMD 工作频率为 2 KHz,每一个散斑模式对应于 1 个脉冲探测周 期。

3DHCGI 采用 64*64 的 SPAD 相机(型号为 GD5551,由重庆四十四所生产)作为桶探测器,其阵列尺 寸为 3.2 mm*3.2 mm,单个像素尺寸为 50 μm*50 μm,感光材料为 InGaAs。该相机具有 1ns 的时间分辨 率和最大 25 KHz 的采样频率。当一定数量的光子到达像素表面时,相机的光子计数遵循泊松计数过程。 相机所能设置的最大门宽为 4096 μs,如果光子事件发生在时间间隔 t₁ – t₂ 内,读出电路将仅记录一次光 子计数,并记录与该光子事件相应的时间标签,前提是在 t₀ 之前没有光子事件发生并被记录,实际光子 计数过程本质上遵循条件概率模型。读出电路集成并封装在相机主体内,具有 225 ns 的固有链路延迟。 在实验过程中,相机在-20℃,2 KHz 采集频率,84 V 外加电压下工作,平均量子效率为 0.2 (在入射光子 波长为 1064 nm 的情况下),同时设置门宽值 133 ns。场景通过相机前的可调焦距透镜 f₂ 成像于相机阵 列,使得每个相机像素独立探测其所对应立体角范围内的桶信号。

相机一旦接收到激光器的外部触发信号,在经过固有链路延迟后即刻开启门宽。同时,读出电路以每纳秒增加1的速率开始计数。在门宽开启时间内到达像素表面并被探测到的光子将被记录其到达时刻相对于脉冲发射时刻所对应的时间标签;如果没有发生光子事件,则记录实验中所设置的门宽值。实验中在1个脉冲探测周期后,相机传输的数据是1*4096的行向量(由 64 列光子事件时间数据组成),通过CameraLink 协议传输到计算机中进行存储。通过将多次脉冲探测后的数据重组为 64*64*L 的矩阵(L 为探测过程中1个散斑模式所经历的探测脉冲数),我们可以准确确定在每个散斑模式的探测过程中,每个相机像素所对应的立体角范围内的光子计数,探测过程和数据结构如图2所示。整个 3DHCGI 系统由计算机通过信号发生器(SG)控制。



Figure 2. (a) The detecting process, the pulse is emitted from the 3DHCGI system and arrives at the camera in the period of gate width. After an inherent link delay of 225 ns, the readout circuit starts counting at a rate of 1 ns per increment before the occurring of photon event: Δt_0 is the inherent link delay, Δt_1 is the gate width, Δt_{flight} is the photon flight time, and *T* is the detecting cycle duration respectively; (b) data structure, detected row vector 1*4096*L* is aggregated into a matrix 64*64**L*. Different camera pixels are characterized by different color corresponding to different solid angle range of their own and gate width 133 ns will be recorded when no photon event occurs **图 2.** (a) 探测过程, 脉冲由 3DHCGI 系统发射, 并在门宽开启期间到达相机。在固有链路延迟 225 ns 后, 读出电路以每纳秒加 1 的速率开始计数, 直到光子事件发生: Δt_0 是固有链路延迟, Δt_1 是门宽, Δt_{flight} 是光子飞行时间, *T* 是 1 个脉冲探测周期的持续时间; (b) 数据结构, 探测到的 1*4096*L* 行向量被重组为一个 64*64**L* 三维矩阵。不同的相机像素以不同颜色表示, 对应于它们各自所探测的不同立体角范围, 当该像素没有光子事件发生时, 将记录设置的门宽值 133 ns

3.2. 实验结果

后续部分将比较 3DHCGI 与 3DSCGI 的成像结果,突出 3DHCGI 中所采用的互补探测方法的优势, 并展示 3DHCGI 的三维重建能力。所有实验均在 2 KHz 的采样频率下进行。在 128*128 成像实验中, DMD 表面每个独立像素由一个 4*4 的微镜阵列组成,而在 256*256 成像实验中,每个像素由一个 2*2 的 微镜阵列组成。并且,在整个实验过程中,系统和场景均保持稳定,以确保结果的一致性和可靠性。

3.2.1. 3DHCGI 与 3DSCGI 的对比

图 3(a)和图 3(b)展示了在超低回波环境(3DSCGI)和高回波环境(3DHCGI)下,使用互补探测方法,并 且使用 41~45 ns 之间的光子计数作为桶信号,每种散斑模式探测的脉冲数为 120 条件下获得的 128*128 成像结果。图 3(c)和图 3(d)显示了这两种环境下的光子计数时间统计直方图。与工作在超低光子通量环境下的 3DSCGI 相比, 3DHCGI 的成像质量显著提高。并且由于哈达码矩阵各列向量之间的成对正交性,高回波环境下的堆积效应(图 3(d)相对于图 3(c)明显的前倾)并未在成像背景区域引入额外噪声。该实验充分说明了在利用哈达码矩阵的成对正交性避免了堆积效应对背景区域的影响后, 3DHCGI 相较于传统的 3DSCGI 有着更强的成像能力,该成像能力的提升,来自于提升回波概率后,随机计数过程产生的光子计数 SNR 明显变大,统计噪声的影响明显变小。



Figure 3. (a), (b) are the 128 *128 complementary detecting imaging results with $41\sim45$ ns camera photon counts and L = 200 pulses per pattern under ultra-low and high echo environments, respectively; (c), (d) are photon counts time histogram of camera under ultra-low and high echo environments, respectively

图 3. (a)和(b)分别是超低回波环境和高回波环境下,使用互补探测方法和 41~45 ns 内的相机光子计数作为桶信号, 每种散斑模式经过 200 个脉冲探测条件下的 128*128 成像结果;(c)和(d)分别是超低回波环境和高回波环境下相机的 光子计数时间统计直方图

3.2.2. 互补检测性能

图 4(a)~(j)展示了仅使用 H⁺ 散斑模式时的 128*128 成像结果,将 41~45 ns 之间的光子计数作为桶信 号,每个散斑模式经历的探测脉冲数 L 从 12 到 120。图 4(k)~(t)展示了使用互补探测方法时的结果,也是 将 41~45 ns 之间的光子计数作为桶信号,L 从 6 到 60 变化。图 4(u)比较了两种探测方法的 SNR。互补探

测方法的 SNR 始终高于仅使用 H⁺ 散斑的方法,且随着 L 的增加,这种差异变得更大。这是因为,在两种方法选定的探测脉冲数如图 4 所示的情况下,成像物体的像素值理论上相等,而在仅使用 H⁺ 散斑模式的方法中,环境噪声和暗噪声的方差随 L 成比例增加,在互补探测方法中,这些噪声的方差理论上为零。但是如实验原理部分所论述,由于高回波环境中,互补图案之间的统计噪声、串扰噪声以及相机非线性响应引起的噪声均与每个散斑模式各自对应的回波光子数有关,不具有相同的统计分布,因此即使通过互补探测做为去噪方法,理论上在将互补的散斑模式对应的桶信号作差后,这些噪声所对应方差不为0,成像结果中依然存在一定数量的噪声。



Figure 4. (a)~(j) are the 128*128 imaging results using only H^+ , with photon counts recorded between 41~45 ns and the number of pulses per pattern *L* ranging from 12 to 120; (k)~(t) are the 128*128 imaging results using the complementary detection method, with *L* ranging from 6 to 60; (u) is the performance comparison between the two detection methods **图 4.** (a)~(j) 是在仅使用 H^+ 的散斑模式情况下的 128*128 成像结果,将 41~45 ns 之间的光子计数作为桶信号,每种 散斑模式经历的探测脉冲数 *L* 从 12 到 120; (k)~(t) 是使用互补探测方法的 128*128 成像结果,*L* 从 6 到 60; (u) 是 两种探测方法的性能对比

3.2.3. 256*256 3D 重构结果

图 5(a)和图 5(b)展示了在高回波环境下,使用互补探测方法获得的 256*256 成像结果。分别使用 35~39 ns 和 41~45 ns 之间的光子计数作为桶信号,每种散斑模式经历的探测脉冲数为 126。图 5(c)是根据桶信 号光子的 TOF 进行的 3D 重建。实验环境中,3DHCGI 系统的横向分辨率为 7.21 mm,可以基于投影透 镜 *f*₁ 焦距(150 mm),TOF (38 ns) 以及单个微镜的尺寸(13.65 µm*13.65 µm)计算得出,但是由于堆积效应 在光子计数时间统计直方图中并没有消除(图 3(c)和图 3(d)),因此虽然 3DHCGI 拥有更高的成像 SNR, 但是对于场景中物体纵向距离的测量误差更大。这些结果证明了 3DHCGI 在每种散斑模式仅经历 126 个 脉冲探测周期的情况下,仍具有出色的 3D 重建能力,相较于传统的 3DSCGI,大幅度减少了单个散斑模 式所需的重复探测次数,如文献[36]中每种散斑模式需探测 100,000 次,文献[35]中每种散斑模式需探测 50,000 次。3DHCGI 能够大幅缩减单个散斑模式探测次数的原因在于其工作在高回波环境下,在堆积效 应不对成像背景区域产生影响的情况下,极大程度提升了随机计数过程中光子计数的 SNR,使得统计噪声的影响很小,并且使用每一个相机像素作为子桶探测器,减少了传统鬼成像架构中桶探测器所对应的 散斑模式中物体的像素数,同时,互补探测的应用进一步减少了环境噪声和暗噪声的影响。



Figure 5. (a), (b) are the 256*256 complementary detecting imaging results with photon counts recorded between 35~39 ns and 41~45 ns, respectively, and L = 126 pulses per pattern under high echo environment; (c) is the 3D reconstruction according to the TOF of the bucket photons

图 5. (a)和(b)是在高回波环境下,使用互补探测方法获得的 256*256 成像 结果。分别使用 35~39 ns 和 41~45 ns 之间的光子计数作为桶信号,每种 散斑模式经历的探测脉冲数为 126; (c)是根据桶信号光子的 TOF 进行的 3D 重建

4. 结论与讨论

本文提出了一种新型的 3DHCGI 方法,能够在 39.45 m 距离处实现 256*256 的三维场景重建,横向 分辨率达到 7.21 mm,并且每个散斑模式仅需重复探测 126 次。这一结果突显了 3DHCGI 在中长距离场 景中卓越的三维重建能力。相较于 3DSCGI,本文提出的 3DHCGI 具有以下优势。

1) 工作在高回波光子通量环境中,提升了单次探测的信噪比,减少了光子计数中统计噪声的影响, 从而极大程度减少了单个散斑模式重复测量的次数,提升了单光子成像系统的实用性;

2) 利用哈达码矩阵列向量之间的成对正交性,有效避免了堆积效应对成像背景区域的影响;

3) 采用互补探测的方式,在相同数量探测周期的情况下,削弱了环境噪声和暗噪声的影响,进一步提升了成像 SNR。

4) 不再受限于超低回波的实验条件, 3DHCGI 的应用场景更加灵活。

尽管 3DHCGI 实现了较高的成像质量,但堆积效应仍然是一个挑战,时间统计直方图依然会出现前倾,如图 3(c)和图 3(d)所示,从而降低时间分辨率。除了本文讨论的噪声外,相机在运行过程中阵列的不稳定性也可能在成像过程中引入额外噪声。然而,本文所展示的实验结果充分证明了 3DHCGI 优异的成像能力。我们的工作对于中长距离单光子成像应用具有重要意义,特别是在高回波光子通量可以实现的场景中。未来的工作将致力于进一步优化系统,以解决剩余的挑战,如堆积效应和相机不稳定性,从而提高 3DHCGI 在实际成像场景中的整体性能和准确性。

致 谢

谢谢导师上海理工大学王春芳教授的指导,表示衷心的感谢。

参考文献

- Fang, J., Huang, K., Wu, E., Yan, M. and Zeng, H. (2023) Mid-Infrared Single-Photon 3D Imaging. *Light: Science & Applications*, 12, Article No. 144. <u>https://doi.org/10.1038/s41377-023-01179-2</u>
- [2] Gupta, A., Ingle, A. and Gupta, M. (2019) Asynchronous Single-Photon 3D Imaging. 2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV), Seoul, 27 October-2 November 2019, 7908-7917. https://doi.org/10.1109/iccv.2019.00800
- [3] Shin, D., Xu, F., Venkatraman, D., Lussana, R., Villa, F., Zappa, F., *et al.* (2016) Photon-Efficient Imaging with a Single-Photon Camera. *Nature Communications*, 7, Article No. 12046. <u>https://doi.org/10.1038/ncomms12046</u>
- [4] Liu, X., Shi, J., Sun, L., Li, Y., Fan, J. and Zeng, G. (2020) Photon-Limited Single-Pixel Imaging. *Optics Express*, 28, 8132-8144. <u>https://doi.org/10.1364/oe.381785</u>
- [5] Edgar, M., Sun, M., Spalding, G., Gibson, G. and Padgett, M. (2016) First-Photon 3D Imaging with a Single-Pixel Camera. *Frontiers in Optics* 2016, New York, 17-21 October 2016, FF1D-2. <u>https://doi.org/10.1364/fio.2016.ff1d.2</u>
- [6] Wang, Y., Huang, K., Fang, J., Yan, M., Wu, E. and Zeng, H. (2023) Mid-infrared Single-Pixel Imaging at the Single-Photon Level. *Nature Communications*, 14, Article No. 173. <u>https://doi.org/10.1038/s41467-023-36815-3</u>
- [7] Li, Z., Huang, X., Cao, Y., Wang, B., Li, Y., Jin, W., *et al.* (2020) Single-Photon Computational 3D Imaging at 45 km. *Photonics Research*, 8, 1532-1540. <u>https://doi.org/10.1364/prj.390091</u>
- [8] Tan, C., Kong, W., Huang, G., Jia, S., Liu, Q., Han, Q., et al. (2024) Development of a Near-Infrared Single-Photon 3D Imaging Lidar Based on 64 × 64 InGaAs/InP Array Detector and Risley-Prism Scanner. Optics Express, 32, 7426-7447. https://doi.org/10.1364/oe.514159
- [9] Li, Z., Ye, J., Huang, X., Jiang, P., Cao, Y., Hong, Y., et al. (2021) Single-Photon Imaging over 200 Km. Optica, 8, 344-349. <u>https://doi.org/10.1364/optica.408657</u>
- [10] Degnan, J. (2016) Scanning, Multibeam, Single Photon Lidars for Rapid, Large Scale, High Resolution, Topographic and Bathymetric Mapping. *Remote Sensing*, 8, Article 958. <u>https://doi.org/10.3390/rs8110958</u>
- [11] Pawlikowska, A.M., Halimi, A., Lamb, R.A. and Buller, G.S. (2017) Single-Photon Three-Dimensional Imaging at up to 10 Kilometers Range. *Optics Express*, 25, 11919-11931. <u>https://doi.org/10.1364/oe.25.011919</u>
- [12] Sun, M., Edgar, M.P., Gibson, G.M., Sun, B., Radwell, N., Lamb, R., et al. (2016) Single-Pixel Three-Dimensional Imaging with Time-Based Depth Resolution. *Nature Communications*, 7, Article No. 12010. <u>https://doi.org/10.1038/ncomms12010</u>
- [13] Chen, J., Gong, W. and Han, S. (2013) Sub-Rayleigh Ghost Imaging via Sparsity Constraints Based on a Digital Micro-Mirror Device. *Physics Letters A*, 377, 1844-1847. <u>https://doi.org/10.1016/j.physleta.2013.05.030</u>
- [14] Katkovnik, V. and Astola, J. (2012) Compressive Sensing Computational Ghost Imaging. Journal of the Optical Society of America A, 29, 1556-1567. <u>https://doi.org/10.1364/josaa.29.001556</u>
- [15] Zhang, H., Xia, Y. and Duan, D. (2021) Computational Ghost Imaging with Deep Compressed Sensing. *Chinese Physics B*, **30**, Article ID: 124209. <u>https://doi.org/10.1088/1674-1056/ac0042</u>
- [16] Gong, W., Yu, H., Zhao, C., Bo, Z., Chen, M. and Xu, W. (2016) Improving the Imaging Quality of Ghost Imaging Lidar via Sparsity Constraint by Time-Resolved Technique. *Remote Sensing*, 8, Article 991. <u>https://doi.org/10.3390/rs8120991</u>
- [17] Gong, W., Zhao, C., Yu, H., Chen, M., Xu, W. and Han, S. (2016) Three-dimensional Ghost Imaging Lidar via Sparsity Constraint. *Scientific Reports*, 6, Article No. 26133. <u>https://doi.org/10.1038/srep26133</u>

- [18] Gong, W. and Han, S. (2024) Ghost Imaging Lidar: Principle, Progress and Prospect. Journal of Optics, 26, Article ID: 123001. <u>https://doi.org/10.1088/2040-8986/ad8147</u>
- [19] Wang, H., Guo, J., Miao, J., Luo, W., Gu, Y., Xie, R., et al. (2021) Emerging Single-photon Detectors Based on Lowdimensional Materials. Small, 18, Article ID: 2103963. <u>https://doi.org/10.1002/smll.202103963</u>
- Buller, G.S. and Collins, R.J. (2009) Single-Photon Generation and Detection. *Measurement Science and Technology*, 21, Article ID: 012002. <u>https://doi.org/10.1088/0957-0233/21/1/012002</u>
- [21] Natarajan, C.M., Tanner, M.G. and Hadfield, R.H. (2012) Superconducting Nanowire Single-Photon Detectors: Physics and Applications. *Superconductor Science and Technology*, 25, Article ID: 063001. https://doi.org/10.1088/0953-2048/25/6/063001
- [22] Pediredla, A.K., Sankaranarayanan, A.C., Buttafava, M., Tosi, A. and Veeraraghavan, A. (2018) Signal Processing Based Pile-Up Compensation for Gated Single-Photon Avalanche Diodes. arXiv: 1806.07437.
- [23] Arlt, J., Tyndall, D., Rae, B.R., Li, D.D., Richardson, J.A. and Henderson, R.K. (2013) A Study of Pile-Up in Integrated Time-Correlated Single Photon Counting Systems. *Review of Scientific Instruments*, 84, Article ID: 103105. <u>https://doi.org/10.1063/1.4824196</u>
- [24] Liu, X., Ma, Y., Li, S., Yang, J., Zhang, Z. and Tian, X. (2021) Photon Counting Correction Method to Improve the Quality of Reconstructed Images in Single Photon Compressive Imaging Systems. *Optics Express*, 29, 37945-37961. <u>https://doi.org/10.1364/oe.443084</u>
- [25] Chen, Z., Li, X., Li, X., Ye, G., Zhou, Z., Lu, L., *et al.* (2019) A Correction Method for Range Walk Error in Time-Correlated Single-Photon Counting Using Photomultiplier Tube. *Optics Communications*, **434**, 7-11. <u>https://doi.org/10.1016/j.optcom.2018.10.041</u>
- [26] Rapp, J., Ma, Y., Dawson, R.M.A. and Goyal, V.K. (2021) High-Flux Single-Photon Lidar. Optica, 8, 30-39. <u>https://doi.org/10.1364/optica.403190</u>
- [27] Oh, M.S., Kong, H.J., Kim, T.H., Hong, K.H. and Kim, B.W. (2010) Reduction of Range Walk Error in Direct Detection Laser Radar Using a Geiger Mode Avalanche Photodiode. *Optics Communications*, 283, 304-308. https://doi.org/10.1016/j.optcom.2009.10.009
- [28] Xu, L., Zhang, Y., Zhang, Y., Wu, L., Yang, C., Yang, X., et al. (2017) Signal Restoration Method for Restraining the Range Walk Error of Geiger-Mode Avalanche Photodiode Lidar in Acquiring a Merged Three-Dimensional Image. Applied Optics, 56, 3059-3063. <u>https://doi.org/10.1364/ao.56.003059</u>
- [29] Heide, F., Diamond, S., Lindell, D.B. and Wetzstein, G. (2018) Sub-Picosecond Photon-Efficient 3D Imaging Using Single-Photon Sensors. *Scientific Reports*, 8, Article No. 17726. <u>https://doi.org/10.1038/s41598-018-35212-x</u>
- [30] Coates, P.B. (1968) The Correction for Photon 'Pile-Up' in the Measurement of Radiative Lifetimes. Journal of Physics E: Scientific Instruments, 1, 878-879. <u>https://doi.org/10.1088/0022-3735/1/8/437</u>
- [31] Liu, S., Yao, X., Liu, X., Xu, D., Wang, X., Liu, B., et al. (2019) Pile-Up Effect in an Infrared Single-Pixel Compressive Lidar System. Optics Express, 27, 22138-22146. <u>https://doi.org/10.1364/oe.27.022138</u>
- [32] Hedayat, A. and Wallis, W.D. (1978) Hadamard Matrices and Their Applications. *The Annals of Statistics*, 6, 1184-1238. <u>https://doi.org/10.1214/aos/1176344370</u>
- [33] Gong, W. (2023) Disturbance-free Single-Pixel Imaging Camera via Complementary Detection. Optics Express, 31, 30505-30513. <u>https://doi.org/10.1364/oe.501664</u>
- [34] Hardy, N.D. and Shapiro, J.H. (2010) Ghost Imaging in Reflection: Resolution, Contrast, and Signal-To-Noise Ratio. SPIE Proceedings, 7815, 78150P. <u>https://doi.org/10.1117/12.863544</u>
- [35] Yang, Y., Shi, J., Cao, F., Peng, J. and Zeng, G. (2015) Computational Imaging Based on Time-Correlated Single-Photon-Counting Technique at Low Light Level. *Applied Optics*, 54, 9277-9283. <u>https://doi.org/10.1364/ao.54.009277</u>
- [36] Liu, Y., Shi, J. and Zeng, G. (2016) Single-Photon-Counting Polarization Ghost Imaging. Applied Optics, 55, 10347-10351. <u>https://doi.org/10.1364/ao.55.010347</u>

附录

实验原理部分证明

以下是公式(2)的证明:

本文中 t_i 到 t_{j+1} 时间间隔内,脉冲激光器发出的光子数为:

$$s_{j} = I_{0} \int_{t_{i}}^{t_{j+1}} S(t) dt$$
(5)

S(t)和 I_0 分别为脉冲的时间波形以及脉冲激光器单脉冲所包含总的光子数。

在 H^+ 散斑模式的探测过程中,相机阵列上 *i* 像素的回波概率如公式(1)所示,因此 H^+ 散斑模式和 P_i^+ 的 SOCF 可以写为:

$$O_{i}^{+}(X_{1}) = \left\langle H^{+}(X_{1})P_{i}^{+} \right\rangle - \left\langle H^{+}(X_{1}) \right\rangle \left\langle P_{i}^{+} \right\rangle$$

$$= \left\langle H^{+}(X_{1})e^{-s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}} \right\rangle - \left\langle H^{+}(X_{1}) \right\rangle \left\langle e^{-s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}} \right\rangle$$

$$- \left\langle H^{+}(X_{1})e^{-(s_{0}+s_{1})\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}} \right\rangle + \left\langle H^{+}(X_{1}) \right\rangle \left\langle e^{-s(s_{0}+s_{1})\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}} \right\rangle$$

$$= O_{0i}^{+}(X_{1}) - O_{1i}^{+}(X_{1})$$
(6)

关于参数的描述如正文中所述。

由于 3DHCGI 工作在高回波环境中,因此需要考虑 $e^{-s_0\eta_i\gamma_{\Omega_i}H^+(X_1)R(X_1)dX_1}$ 和 $e^{-(s_0+s_1)\eta_i\gamma_{\Omega_i}H^+(X_1)R(X_1)dX_1}$ 的高 阶 Tailor 展开项。

$$e^{-s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}}$$

$$=1-s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1} + \frac{\left(s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}\right)^{2}}{2!}$$

$$-\frac{\left(s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}\right)^{3}}{3!} + \cdots$$
(7)

因此 H⁺ 散斑模式和一阶 Tailor 展开项的 SOCF 为:

$$\left\langle H^{+}(X_{1})s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}\right\rangle - \left\langle H^{+}(X_{1})\right\rangle \left\langle s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}\right\rangle$$

$$= s_{0}\eta_{i}\gamma\left\langle H^{+}(X_{1})\right\rangle \left\langle H_{0}\right\rangle R(X_{1})\delta_{1i}$$

$$(8)$$

*H*₀表示散斑场中某像素亮起时,单位面积入射光子数,其他参数如正文中所述。 *H*⁺ 散斑模式和二阶 Tailor 展开项的 SOCF 为:

$$\left\langle H^{+}(X_{1})\left(s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}\right)^{2}\right\rangle - \left\langle H^{+}(X_{1})\right\rangle \left\langle \left(s_{0}\eta_{i}\gamma\int_{\Omega_{i}}H^{+}(X_{1})R(X_{1})dX_{1}\right)^{2}\right\rangle$$

$$= \left(s_{0}\eta_{i}\gamma\right)^{2}\int_{\Omega_{i}}\int_{\Omega_{i}}\left(\left\langle H^{+}(X_{1})H^{+}(X_{2})H^{+}(X_{3})\right\rangle - \left\langle H^{+}(X_{1})\right\rangle \left\langle H^{+}(X_{2})H^{+}(X_{3})\right\rangle \right)R(X_{2})R(X_{3})dX_{2}dX_{3}$$

$$= \left(s_{0}\eta_{i}\gamma\right)^{2}\left\langle H^{+}(X_{1})\right\rangle \left\langle H_{0}\right\rangle^{2}\int_{\Omega_{i}}\int_{\Omega_{i}}\left(\left\langle (H(1)+1)(H(2)+1)(H(3)+1)\right\rangle - \left\langle H(1)+1\right\rangle \left\langle (H(2)+1)(H(3)+1)\right\rangle \right)R(X_{2})R(X_{3})dX_{2}dX_{3}$$

$$= \left(s_{0}\eta_{i}\gamma\right)^{2}\left\langle H^{+}(X_{1})\right\rangle \left\langle H_{0}\right\rangle^{2}\int_{\Omega_{i}}\int_{\Omega_{i}}\int_{\Omega_{i}}\left\langle H(1)H(2)H(3)\right\rangle + \left\langle H(1)H(2)\right\rangle + \left\langle H(1)H(3)\right\rangle dX_{2}dX_{3}$$

$$= \left(s_{0}\eta_{i}\gamma\right)^{2}\left\langle H^{+}(X_{1})\right\rangle \left\langle H_{0}\right\rangle^{2}\left[\left(R(X_{1})\delta_{1i}+R_{sum}\right)^{2}-R_{sum}^{2}\right]$$

$$(9)$$

DOI: 10.12677/app.2025.155044

公式(9)中, $R_{sum} = \int_{\Omega_i} R(X_1) dX_1$ 。

同理, H⁺ 散斑模式和三阶 Tailor 展开项的 SOCF 为:

$$\left(s_{0}\eta_{i}\gamma\right)^{3}\left\langle H^{+}\left(X_{1}\right)\right\rangle\left\langle H_{0}\right\rangle^{3}\left[\left(R\left(X_{1}\right)\delta_{1i}+R_{sum}\right)^{3}-R_{sum}^{3}\right]$$
(10)

因此,我们可以得到 $O_{0i}^+(X_1)$ 的表达式为:

$$O_{0i}^{+}(X_{1}) = \left\langle H^{+}(X_{1}) \right\rangle e^{-s_{0}\eta_{i}\gamma \left\langle H_{0} \right\rangle R_{sum}} \left(e^{-s_{0}\eta_{i}\gamma \left\langle H_{0} \right\rangle R(X_{1})\delta_{1i}} - 1 \right)$$
(11)

 $O_{li}^+(X_1)$ 的计算过程和 $O_{0i}^+(X_1)$ 一致,因此, $O_i^+(X_1)$ 的表达式如公式 (2)所示。

以下是公式 (3)的证明:

在 3DHCGI 系统中, $H^+ 和 H^-$ 的散斑模式被交替投影到场景中, 最终的二阶关联运算过程可以表述为:

$$O_{i}^{+}(X_{1}) = \left(H^{+} - \left\langle H^{+} \right\rangle\right)^{\mathrm{T}} \left(P_{i}^{+} - \left\langle P_{i}^{+} \right\rangle\right)$$

$$O_{i}^{-}(X_{1}) = \left[\left(1 - H^{+}\right) - \left\langle 1 - H^{+} \right\rangle\right]^{\mathrm{T}} \left(P_{i}^{-} - \left\langle P_{i}^{-} \right\rangle\right)$$
(12)

我们可以使组合桶信号取 $P_i^+ - P_i^-$ 的形式完成互补探测,进一步减少光子计数中的噪声影响,从而获得 $O_i(X_1)$ 的 SOCF 表达式为:

$$O_{i}(X_{1}) = 2 * (H^{+} - \langle H^{+} \rangle)^{\mathrm{T}} (p_{i}^{+} - p_{i}^{-} - \langle p_{i}^{+} - p_{i}^{-} \rangle + n^{+} - n^{-} - \langle n^{+} - n^{-} \rangle)$$
(13)

关于噪声成分及其影响的分析如正文中所述。