

基于金刚石氮空位中心 - 腔系统辅助的研究

——超并行量子偏振晶体管

杜俊轩

天津工业大学物理科学与技术学院, 天津

收稿日期: 2025年4月1日; 录用日期: 2025年5月22日; 发布日期: 2025年5月30日

摘 要

量子信息是传统信息论与量子物理交叉而形成的新兴学科, 近二十年实验和理论的快速发展使人们在量子信息领域取得了非常激动人心的进展, 在量子通信与量子计算实用性方面向前迈进了一大步。该领域已经成为最火热的基础研究领域之一。针对光子的量子光学器件是实现光量子信息处理的基本要素之一, 且已经有了很多基于光子单一自由度的量子光学器件相关研究。随着实验技术的快速发展, 人们已经能实现同时处理光子多个自由度的超并行量子信息处理。相对于单一自由度的处理, 超并行量子信息处理具有容量更高、损耗率更低、量子资源消耗更少等优点, 但关于光子的超并行量子光学器件的研究还处于初始阶段。本研究利用金刚石氮空位中心(NV)与双边光腔耦合的系统对光子的输入输出关系构建了基于光子空间和偏振自由度的超并行量子偏振晶体管。相比前人的工作, 我们在构建超并行量子晶体管的方案中使用了更少的对光子的探测次数, 可以节约一些量子资源。主要体现在, 考虑到在实验中NV-腔系统对光子的输入输出关系情况下, 该超并行量子偏振晶体管依然具有很高的保真度和效率。

关键词

超并行量子信息处理, 光子, 量子光学器件, 腔量子电动力学

Research Assisted by Diamond Nitrogen-Vacancy (NV) Center-Cavity Systems

—Hyperparallel Quantum Polarization Transistor

Junxuan Du

School of Physical Science and Technology, Tianjin Polytechnic University, Tianjin

Abstract

Quantum information is an emerging discipline formed at the intersection of traditional information theory and quantum physics. The rapid development of experiments and theories in the past two decades has enabled people to achieve very exciting progress in the field of quantum information, taking a big step forward in the practicality of quantum communication and quantum computing. This field has become one of the hottest areas of basic research. Quantum optical devices for photons are one of the fundamental elements for realizing optical quantum information processing, and there have been a lot of research on quantum optical devices based on a single degree of freedom of photons. With the rapid development of experimental technology, people have been able to achieve hyper-parallel quantum information processing that can simultaneously handle multiple degrees of freedom of photons. Compared with the processing of a single degree of freedom, hyper-parallel quantum information processing has the advantages of higher capacity, lower loss rate, and less consumption of quantum resources. However, the research on super-parallel quantum optical devices for photons is still in its initial stage. In this study, a system in which the nitrogen-vacancy center (NV) in diamond is coupled with a bilateral optical cavity is used to construct a hyper-parallel quantum polarization transistor based on the spatial and polarization degrees of freedom of photons for the input-output relationship of photons. Compared with previous works, we use fewer photon detection times, which can save some quantum resources.

Keywords

Hyperparallel Quantum Information Processing, Photonic, Quantum Optical Devices, Cavity Quantum Electrodynamics (CQED)

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

经典的信息处理方式长期以来主导着计算、通信等诸多领域，但随着科学研究的深入以及实际需求的不断提升，其局限性逐渐凸显。此时，基于量子物理的量子信息处理(QIP)应运而生，为诸多领域带来了全新的变革与突破。与经典信息处理截然不同，量子信息处理利用量子比特(qubit)作为信息载体，其遵循量子力学的态叠加原理[1]。不仅可以处于“或”的经典态，还能以“和”的叠加态形式存在。这种独特的状态使得量子系统能够同时处理海量信息，且在某些特定算法的处理速度上会远超经典信息处理。

在量子信息处理的研究中，量子纠缠的制备扮演着举足轻重的角色。量子纠缠分为单一自由度量子纠缠和多自由度量子纠缠。单一自由度量子纠缠的制备一直是该领域研究的热点之一，随着研究的不断深入与实验技术的快速发展，人们也已经可以实现光量子比特的多个自由度量子纠缠(超纠缠)[2]制备和操作。

超纠缠的产生与应用为量子信息处理开辟了新的方向。例如，在实验中[3]，人们成功实现了超纠缠态技术，如偏振空间超纠缠态和偏振空间时能超纠缠态。偏振空间超纠缠态[4]是利用光子在不同偏振方向上的纠缠特性，结合光学波片、分束器等元件，通过精确调控光的偏振态来制备的超纠缠态。偏振空

间时能超纠缠态[5]则是在考虑光子的时间和能量自由度的基础上,利用光学延迟线、干涉仪等设备,实现不同时间和能量模式下的光子纠缠。此外,超纠缠在多个领域也展现出重要的应用价值。例如,完全超纠缠 Bell 态分析(HBSA) [6]-[9],是基于量子态层析技术,通过对超纠缠态的多自由度测量对量子态进行精确的重构和分析。超纠缠浓度技术[10]-[13]借助量子纠缠交换和纯化算法减少噪声和退相干对纠缠的影响,提升量子信息处理的质量。超并行光子量子计算[14]-[16]则充分利用超纠缠的特性,通过构建超纠缠的量子逻辑门实现更高效率的量子计算,在一些特定的量子算法执行中相较于处理单一自由度的量子计算具有明显的加速优势。

目前已经有很多量子系统被用于量子信息处理相关研究且有各自的优势。例如,光子作为量子信息的理想载体之一,具有传播速度快、不易受环境干扰、可在自由空间及光纤中高效传输等特性。其在量子通信、量子密钥分发以及构建量子网络等方面发挥着关键作用,是实现长距离量子信息传输的核心要素。超导量子电路[17]-[19]具有可集成性高、易于调控等特点,其基于约瑟夫森结的量子比特设计,能够通过外部电路精确控制量子比特的状态,在量子计算芯片的大规模集成化发展中具有重要地位。金刚石氮空位(NV)中心[20]可以通过特定频率的激光照射实现对 NV 中心电子自旋态的初始化;利用微波脉冲能够对其实现精确的单量子比特操作;通过荧光检测可以实现高保真量子态的读出。除此之外,即使在室温下 NV 中心也能拥有较长的相干时间,一般可达毫秒甚至秒的量级。量子点(Quantum Dots)是纳米尺度的半导体结构,其电子运动在三个空间维度上均受量子限域效应约束,导致能级分立化。这种特性使其在量子光学中成为“人造原子”。量子点激子(电子-空穴对)的辐射耦合可产生高纯度单光子,具有窄线宽(微电子伏量级)和高亮度特性,是构建固态单光子源的核心材料,广泛应用于量子密钥分发和量子隐形传态等协议。在腔量子电动力学系统中,量子点[21] [22]可与光学微腔耦合,通过 Purcell 效应增强光子发射速率并调控发射方向性,实现光子-激子强相互作用。这种相互作用使量子点成为光子纠缠态生成、量子态存储及光-物质界面操控的关键平台。捕获离子[23]具有高精度可操控性,通过离子阱技术将单个离子或离子链囚禁在特定空间,利用激光与离子的相互作用实现量子比特的制备、操控和测量,其操控精度可达到极高水平。

在这些量子系统中,光子[24]-[28]则因其多自由度(偏振模、空间模和时间模)、高传输速度(接近光速)、低制备成本(可通过简单的光学器件产生)以及与环境的弱相互作用,在超并行量子信息处理中备受青睐。量子通信中,制备基于光子的超纠缠态,能够显著提高长距离量子通信的信道容量。为了实现基于光子的确定性超并行量子信息处理,关键在于利用光子之间的强相互作用。然而,光子作为玻色子,其直接相互作用非常微弱,目前主要通过原子(或人工原子)与腔耦合组成的腔量子电动力学系统间接实现光子之间的强相互作用。在众多量子系统中,我们选择利用金刚石氮空位(NV)中心与光腔耦合(NV-腔)的系统来研究超并行量子偏振(polarization)晶体管(P 晶体管)的构建。

2. NV-腔系统

NV 中心是将氮原子注入金刚石中替换碳原子,形成空位结构,再注入一个额外电子,电子与氮空位形成的结构即为 NV 中心。此结构具有稳定的能级状态,它的基态是电子自旋三重态即自旋能级 $|m_s\rangle = |0\rangle$ 与 $|m_s\rangle = |\pm 1\rangle$ 。在没有外磁场的情况下, $|\pm 1\rangle$ 和 $|0\rangle$ 由于自旋-自旋相互作用会有 2.87 GHz 能级分裂,该频率属于微波频域。

为了构造超并行量子光学器件,本研究用到的 NV-腔系统如图 1(a)所示。图 1(b)显示, NV 中心有两个基态分别表示为 $|\pm 1\rangle$ 和 $|0\rangle$, 分别对应于 $|m_s\rangle = |\pm 1\rangle$ 和 $|m_s\rangle = |0\rangle$ 。 $|A_2\rangle = |E_-\rangle|+1\rangle + |E_+\rangle|-1\rangle$ 是 NV 中心的六个电子激发态之一。态 $|E_\pm\rangle$ 是具有 $|\pm 1\rangle$ 角动量投影的轨道态。 $|+1\rangle$ 和 $|-1\rangle$ 分别可以由具有 σ_- 和 σ_+ 偏振的 637 nm 谐振腔光脉冲驱动跃迁到 $|A_2\rangle$ 态。

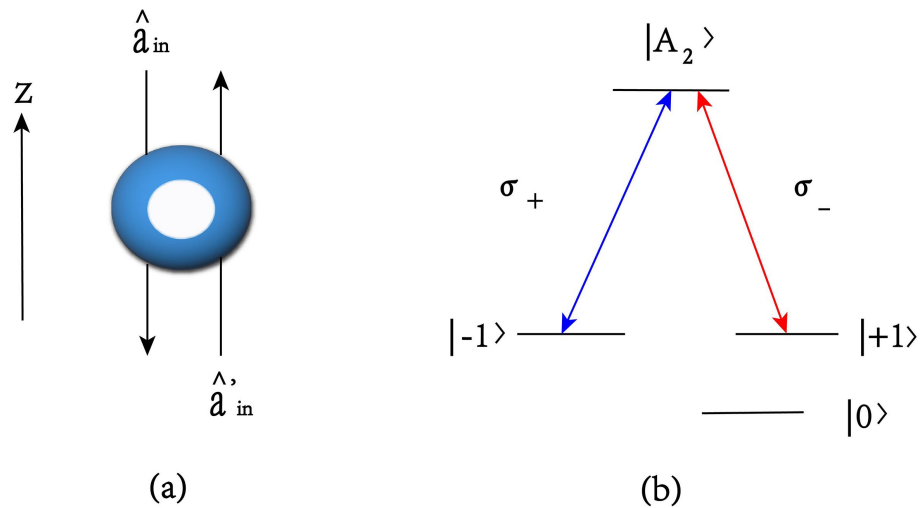


Figure 1. (a) Schematic diagram of input and output of NV cavity system to photons; (b) Energy level structure of NV Center

图 1. (a) NV-腔系统对光子的输入输出示意图; (b) NV 中心能级结构

利用 $a_r = a_{in} + \sqrt{\kappa}a$ 和 $a_l = a'_{in} + \sqrt{\kappa}a$ 的输入输出场之间的关系, NV-腔系统对光子的透射和反射系数可以表示为(在弱激发 $\langle \sigma_z \rangle \approx -1$ 条件下):

$$t(\omega) = -\frac{-\kappa \left[i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right]}{\left[i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] \left[i(\omega_c - \omega_p) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right] + g^2} \quad (1)$$

$$r(\omega) = \frac{\left[i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] \left[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa_s}{2} \right] + g^2}{\left[i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] \left[i(\omega_c - \omega_p) + \kappa + \frac{\kappa_s}{2} \right] + g^2}$$

这里, κ 和 $\gamma/2$ 分别为腔场和金刚石 NV 中心的衰减率, $\kappa_s/2$ 为空腔的侧泄漏率, g 为腔与 NV 中心之间的耦合强度。

腔体根据原子与光子的相互作用与否分为热腔与冷腔。当取 $\omega_c = \omega_0 = \omega_p = \omega$, $g^2/(\kappa\gamma) \gg 1$, 而忽略 $\kappa_s \approx 0$ 时, 热腔的模式下有 $r(\omega) \rightarrow 1$ 和 $t(\omega) \rightarrow 0$ 。另一方面, 如果是 $\kappa_s/\kappa \ll 1$, 则空腔(冷腔)的模式可以表示为 $r_0(\omega) \rightarrow 0$ 和 $t_0(\omega) \rightarrow -1$ 。因此, 光子与空腔系统之间的输入输出规则可以简化为:

$$\begin{aligned} |R^\downarrow, +1\rangle &\rightarrow |L^\uparrow, +1\rangle, & |R^\downarrow, -1\rangle &\rightarrow |-R^\downarrow, -1\rangle, \\ |L^\uparrow, +1\rangle &\rightarrow |R^\downarrow, +1\rangle, & |L^\uparrow, -1\rangle &\rightarrow |-L^\uparrow, -1\rangle, \\ |R^\uparrow, +1\rangle &\rightarrow |-R^\uparrow, +1\rangle, & |R^\uparrow, -1\rangle &\rightarrow |L^\downarrow, -1\rangle, \\ |L^\downarrow, +1\rangle &\rightarrow |-L^\downarrow, +1\rangle, & |L^\downarrow, -1\rangle &\rightarrow |R^\uparrow, -1\rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

同理, 如果考虑到在实验中线性光学器件的非理想情况, 并且 NV 腔系统存在各种退相干因素的影响, 包括: 衰减率 κ 、侧泄漏率 κ_s 和耦合强度 g 的函数。此时光子与空腔系统之间的输入输出规则变为:

$$\begin{aligned}
|R^\uparrow\rangle &\rightarrow t|R^\uparrow\rangle + r|R^\uparrow\rangle, \\
|R^\downarrow\rangle &\rightarrow t_0|R^\downarrow\rangle + r_0|R^\downarrow\rangle, \\
|L^\uparrow\rangle &\rightarrow r|R^\uparrow\rangle + t|R^\uparrow\rangle, \\
|L^\downarrow\rangle &\rightarrow r_0|R^\downarrow\rangle + t_0|R^\downarrow\rangle, \\
|R^\downarrow\rangle &\rightarrow r|R^\downarrow\rangle + t|R^\downarrow\rangle, \\
|R^\downarrow\rangle &\rightarrow t_0|R^\downarrow\rangle + r_0|R^\downarrow\rangle, \\
|L^\downarrow\rangle &\rightarrow t|L^\downarrow\rangle + r|L^\downarrow\rangle, \\
|L^\downarrow\rangle &\rightarrow t_0|L^\downarrow\rangle + r_0|L^\downarrow\rangle.
\end{aligned} \tag{3}$$

在这里, 我们以 z 轴为正方向(如图 1(a)所示)。 $|R\rangle$ 和 $|L\rangle$ 分别代表右旋和左旋圆偏振光子。在上述方程式“ $\rightarrow$ ”的左边, $|R^\uparrow\rangle$ ($|L^\uparrow\rangle$)表示 $|R\rangle$ 或 $|L\rangle$ 偏振的光子从 NV-腔系统的下方进入 NV-腔系统, $|R^\downarrow\rangle$ ($|L^\downarrow\rangle$)表示 $|R\rangle$ 或 $|L\rangle$ 偏振的光子从 NV-腔系统的上方进入 NV-腔系统。在公式“ $\rightarrow$ ”的右边, $|R^\uparrow\rangle$ ($|L^\uparrow\rangle$)表示 $|R\rangle$ 或 $|L\rangle$ 偏振的光子从 NV-腔系统的上方从 NV-腔系统出射, $|R^\downarrow\rangle$ ($|L^\downarrow\rangle$)表示 $|R\rangle$ 或 $|L\rangle$ 偏振的光子从 NV-腔系统的下方从 NV-腔系统出射。

3. 超并行 P 晶体管

超并行 P 晶体管可以同时处理单光子的偏振自由度和空间自由度, 先将光子的状态进行目标投影, 然后, P 晶体管可以扩大 N 个光子的任何偏振状态并且使其保持在相同的状态。本研究构建的超并行 p 晶体管的光路如图 2 所示, 由圆形偏振分束器(PBS)、空间分束器(BS)、旋转 45° 的半波片($\text{HWP}_{1,2}^{45^\circ}$)、相移器(PS)、单光子探测器(D)、旋转 22.5° 的半波片 $\text{HWP}_{1,\dots,3}^{22.5^\circ}$ 和 NV-腔系统组成。为了便于分析和理解, 我们先来推导该超并行量子 P 晶体管的核心部分, 如图 2 所示。

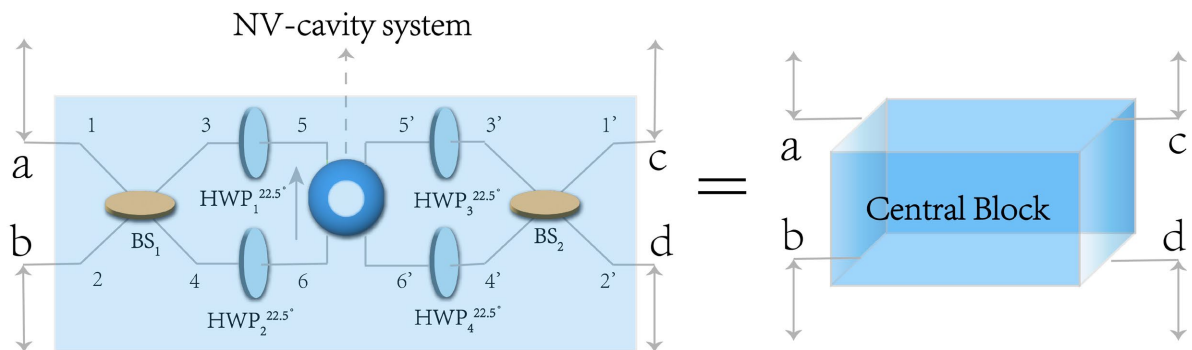


Figure 2. Schematic diagram of core structure of hyperparallel p-transistor
图 2. 超并行 P 晶体管的核心结构示意图

图 2 由一个 NV-腔系统、四个旋转 22.5° 的半波片($\text{HWP}_{1,\dots,4}^{22.5^\circ}$)和两个 50:50 空间分束器($\text{BS}_{1,2}$)构成。a、b、c 和 d 为中心模块的四个输入(输出)端口, 端口 a(c)连接到路径 1(1'), 端口 b(d)连接到路径 2(2')。NV-腔系统中光跃迁的相互作用规律如式 2 所示。该核心部分与外部的其他线性光学器件结合, 构成具有特定功能的超并行量子光学器件。

在这里, 旋转 22.5° 的半波片($\text{HWP}_{1,\dots,4}^{22.5^\circ}$)可以执行偏振模式的哈达玛门操作, 作用规则具体表现为:

$$|R\rangle \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle), |L\rangle \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle - |L\rangle). \quad (4)$$

50:50 空间分束器($\text{BS}_{1,2}$)对单个光子执行空间模式的哈达玛门操作, 作用规则具体表现为:

$$\begin{aligned} |A^{1(1')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{3(3')}\rangle + |A^{4(4')}\rangle), \\ |A^{2(2')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{3(3')}\rangle - |A^{4(4')}\rangle), \\ |A^{3(3')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{1(1')}\rangle + |A^{2(2')}\rangle), \\ |A^{4(4')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{1(1')}\rangle - |A^{2(2')}\rangle). \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $|A^{n(n')}\rangle (n=1,2,3,4,a,b,c,d)$ 表示单个光子的空间模式状态, A 表示右旋圆偏振光子 R 或左旋圆偏振光子 L 。如果将 BS 旋转 180° , 则 BS 的空间模式哈达玛门操作也会发生改变, 对应的作用规则也会发生变化, 具体的作用规则为:

$$\begin{aligned} |A^{1(1')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{4(4')}\rangle - |A^{3(3')}\rangle), \\ |A^{2(2')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{3(3')}\rangle + |A^{4(4')}\rangle), \\ |A^{3(3')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{2(2')}\rangle - |A^{1(1')}\rangle), \\ |A^{4(4')}\rangle &\leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|A^{1(1')}\rangle + |A^{2(2')}\rangle). \end{aligned} \quad (6)$$

腔内的氮空位中心(NV-center)是在 $|\psi\rangle_+ = 1/\sqrt{2}(|+1\rangle + |-1\rangle)$ 状态下制备的。现在从中心模块的 a 端口注入一个处于右旋圆偏振状态为 $|R\rangle$ 的单光子, 则 NV -腔系统和光子的初始状态为:

$$|\psi\rangle_0 = |R^1\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|+1\rangle + |-1\rangle) \quad (7)$$

第一步, 该光子依次通过 BS_1 和 $\text{HWP}_{1,2}^{22.5^\circ}$, 经过与分束器和半波片的相互作用后, $|\psi\rangle_0$ 变为:

$$|\psi\rangle_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|R^5\rangle|+1\rangle + |L^5\rangle|+1\rangle + |R^6\rangle|+1\rangle + |L^6\rangle|+1\rangle + |R^5\rangle|-1\rangle + |L^5\rangle|-1\rangle + |R^6\rangle|-1\rangle + |L^6\rangle|-1\rangle). \quad (8)$$

第二步, 单光子与 NV -腔系统相互作用, 作用规则如 2 式所示, 此时, NV -腔系统与光子的状态变成:

$$|\psi\rangle_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|L^5\rangle|+1\rangle - |L^6\rangle|+1\rangle - |R^5\rangle|+1\rangle + |R^6\rangle|+1\rangle - |R^6\rangle|-1\rangle + |R^5\rangle|-1\rangle + |L^6\rangle|-1\rangle - |L^5\rangle|-1\rangle). \quad (9)$$

最后, 光子再次通过 $\text{HWP}_{1,2}^{22.5^\circ}$ 和 BS_1 可以得到末态:

$$|\psi\rangle_3 = -|L^2\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|+1\rangle - |-1\rangle). \quad (10)$$

所以, 处于右旋圆偏振状态 $|R\rangle$ 的单光子在经过中心模块之后, 状态和出射端口会发生规律性改变, 可以表示为:

$$|R^1\rangle \otimes |\psi\rangle_+ \rightarrow -|L^2\rangle \otimes |\psi\rangle_- \quad (11)$$

同理，处于右旋圆偏振状态 $|R\rangle$ 的单光子也可以以同样的方式从另一个端口 b、c 或 d 进入，经过一系列的相互作用后，所得到的作用规则如下：

$$\begin{aligned} |R^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_+ &\rightarrow -|L^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_-, \\ |R^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_+ &\rightarrow |R^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_-. \end{aligned} \quad (12)$$

以上是关于处于右旋圆偏振状态 $|R\rangle$ 的单光子经过中心模块之后全部作用规则。

同理，如果该入射光子为处于左旋圆偏振状态 $|L\rangle$ 的单光子，也会以同样的方式通过核心部分的 NV-腔系统和线性光学器件，经过一系列的相互作用后，可得到作用规则：

$$\begin{aligned} |L^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_+ &\rightarrow -|L^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_+, \\ |L^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_+ &\rightarrow |R^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_-. \end{aligned} \quad (13)$$

相反，如果的 NV 中心初始制备在状态 $|\psi\rangle_- = 1/\sqrt{2}(|+1\rangle - |-1\rangle)$ ，光子经过核心部分之后，对应的前后状态以及出射端口就会发生变化，作用规则会变为：

$$\begin{aligned} |R^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_- &\rightarrow -|L^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_+, \\ |L^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_- &\rightarrow -|L^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_-, \\ |R^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_- &\rightarrow |R^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_-, \\ |L^{2(2')}\rangle \otimes |\psi\rangle_- &\rightarrow |R^{1(1')}\rangle \otimes |\psi\rangle_+. \end{aligned} \quad (14)$$

以上是我们对超并行偏振晶体管核心部分的介绍，接下来我们来对超并行量子偏振晶体管如图 3 所示进行分析，其中 Central Block 就是图 2，即超并行量子偏振晶体管的核心部分。

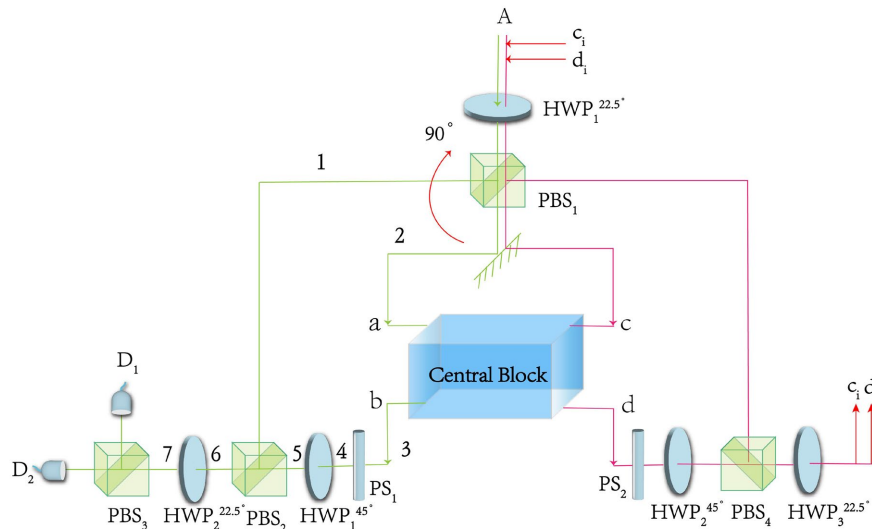


Figure 3. Structure diagram of hyperparallel p-transistor
图 3. 超并行 P 晶体管的结构示意图

圆形偏振分束器 PBS 的作用是将不同偏振态的光子分离开，其中 PBS 可以透射状态为 $|R\rangle$ 的偏振光子，并且反射状态为 $|L\rangle$ 的偏振光子，可以做到对水平偏振态和竖直偏振态的分离。HWP_{1,2}^{45°} 在光子通过

时可以执行态翻转操作 $\sigma_{p,x} = |R\rangle\langle L| + |L\rangle\langle R|$ ，具体作用规则为：

$$|R\rangle \rightarrow |L\rangle, |L\rangle \rightarrow |R\rangle \quad (15)$$

相移器 PS 可以改变光子偏振状态的相位，具体可表示为：

$$|R\rangle \rightarrow -|R\rangle, |L\rangle \rightarrow -|L\rangle \quad (16)$$

最初，入射光子的状态制备为 $|\psi\rangle_i = \alpha|R\rangle + \beta|L\rangle$ ，其中 α 和 β 是满足条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 的复数，而初始的氮空位中心的状态制备为 $|\psi\rangle_- = 1/\sqrt{2}(|+1\rangle - |-1\rangle)$ 。

首先，入射光子从端口 A 进入，此时，系统的初始状态为：

$$|\psi_p\rangle_0 = (\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|+1\rangle - |-1\rangle) \quad (17)$$

入射光子依次通过 $\text{HWP}_1^{22.5^\circ}$ 和 PBS_1 之后，整个由 NV-腔系统和光子组成的系统的状态会演变为：

$$|\psi_p\rangle_1 = \frac{1}{2}[(\alpha - \beta)|L^1\rangle + (\alpha + \beta)|R^2\rangle] \otimes (|+1\rangle - |-1\rangle) \quad (18)$$

第二步，状态为 $|L^1\rangle$ 的光子直接到达 PBS_2 端口。同时，状态 $|R^2\rangle$ 的光子经过反射镜 M 反射，到达中心模块 CB 的端口 a 处，之后进入中心模块。与中心模块相互作用结束之后，光子从中心模块的端口 b 出射，系统的状态会演变为：

$$|\psi_p\rangle_2 = \frac{1}{2}(\alpha|L^1\rangle|+\rangle - \alpha|L^1\rangle|-\rangle - \beta|L^1\rangle|+\rangle + \beta|L^1\rangle|-\rangle - \alpha|L^3\rangle|+\rangle - \alpha|L^3\rangle|-\rangle - \beta|L^3\rangle|+\rangle - \beta|L^3\rangle|-\rangle). \quad (19)$$

第三步，状态为 $|L^1\rangle$ 的光子被 PBS_2 反射，到达路径 6，而状态为 $|L^3\rangle$ 的光子通过 PS_1 和 $\text{HWP}_1^{45^\circ}$ 后，通过 PBS_2 并且被 PBS_2 透射出去，到达路径 6。最终，状态为 $|L^1\rangle$ 的光子和状态为 $|L^3\rangle$ 的光子会聚到同一条路径 6 上。经过这个过程，系统的状态会演变成：

$$|\psi_p\rangle_3 = \frac{1}{2}(\alpha|L^6\rangle|+\rangle - \alpha|L^6\rangle|-\rangle - \beta|L^6\rangle|+\rangle + \beta|L^6\rangle|-\rangle + \alpha|R^6\rangle|+\rangle + \alpha|R^6\rangle|-\rangle + \beta|R^6\rangle|+\rangle + \beta|R^6\rangle|-\rangle). \quad (20)$$

第四步，光子从空间模式 6 出射，可以使用 $\text{HWP}_2^{22.5^\circ}$ 和单光子探测器进行探测，探测基矢为 $(|R\rangle \pm |L\rangle)/\sqrt{2}$ 。具体来说，在探测时，如果将探测基矢设定为 $(|R\rangle + |L\rangle)/\sqrt{2}$ ，我们最终可以将单光子的状态进行投影，得到如下状态：

$$|\psi_p\rangle_4 = |\alpha\rangle|+\rangle + |\beta\rangle|-\rangle. \quad (21)$$

相反，如果将探测基矢设定为 $(|R\rangle - |L\rangle)/\sqrt{2}$ ，以该基矢探测光子时，最终可以将单光子的状态投影到状态。

$$|\psi_p\rangle_{4'} = |\alpha\rangle|-\rangle + |\beta\rangle|+\rangle. \quad (22)$$

第五步，顺时针旋转反射镜 M 和 PBS，旋转角度为 90° ，接下来，光子将会走红色路径。现在将处于归一化状态 $|R_1\rangle(\zeta_1|c_1\rangle + \xi_1|d_1\rangle)$ 的入射光子 1 从端口 A 注入，经过反射镜和 PBS 反射，依次通过下列线性光学器件：

$$\text{HWP}_1^{22.5^\circ} \rightarrow \text{PBS}_1 \rightarrow \text{M} \rightarrow \text{CB} \rightarrow \text{PS}_2 \rightarrow \text{HWP}_2^{45^\circ} \rightarrow \text{PBS}_4 \rightarrow \text{HWP}_3^{22.5^\circ},$$

最终可以得到的状态为

$$|\psi_p\rangle_6 = (\alpha|R_1\rangle|+\rangle + \beta|L_1\rangle|-\rangle) \otimes (\zeta_1|c_1\rangle + \xi_1|d_1\rangle). \quad (23)$$

在这里, $|c_i\rangle$ 和 $|d_i\rangle$ 代表了第 1 个入射光子的两种不同的空间模式状态。从公式 21 可以看出, 该状态被投影到自旋态 $|\alpha\rangle|+\rangle + |\beta\rangle|-\rangle$ 上, 通过这种探测, 我们可以发现符合上述投影的结果, 如果光子可以投影到该自旋态上, 就预示该方案是成功的。

第六步, 我们继续依次向端口 A 中注入光子 2 到光子 N , 这些光子的状态同入射光子 1 的初始状态一样, 所经历的过程是重复入射光子 1 完全相同的过程, 按照相同的顺序经过相同的线性光学器件和中心模块 CB。在经过了 N 个光子作用之后, 整个系统中所有光子和 NV-腔系统的状态可以表示为

$$\begin{aligned} |\psi_p\rangle_7 = & (\alpha|R_1R_2\cdots R_N\rangle|+\rangle + \beta|L_1L_2\cdots L_N\rangle|-\rangle) \\ & \otimes (\zeta_1|c_1\rangle + \xi_1|d_1\rangle) \otimes (\zeta_2|c_2\rangle + \xi_2|d_2\rangle) \\ & \otimes \cdots \otimes (\zeta_N|c_N\rangle + \xi_N|d_N\rangle) \end{aligned} \quad (24)$$

最后, 我们采用 $(|+\rangle \pm |-\rangle)/\sqrt{2}$ 作为测量基矢, 来测量氮空位(NV)中心的状态, 并对输出光子应用前馈操作, 可以得到最终整个系统的状态为

$$\begin{aligned} |\psi_p\rangle_8 = & (\alpha|R_1R_2\cdots R_N\rangle + \beta|L_1L_2\cdots L_N\rangle) \\ & \otimes (\zeta_1|c_1\rangle + \xi_1|d_1\rangle) \otimes (\zeta_2|c_2\rangle + \xi_2|d_2\rangle) \\ & \otimes \cdots \otimes (\zeta_N|c_N\rangle + \xi_N|d_N\rangle) \end{aligned} \quad (25)$$

此式即为超并行量子偏振晶体管对光子的作用结果。

4. 保真度和效率

线性光学器件的非理想情况在利用输入输出规则构建光量子信息处理往往会被忽略, 所以在计算以上方案的保真度和效率时我们仅考虑了 NV 腔系统各种退相干因素的影响包括: 衰减率 κ 、测泄漏率 κ_s 和耦合强度 g 的函数。如果考虑到侧泄漏, 在冷(热)腔中可能存在入射光子系数 $r_0(t_0)$ 的反射(透射)部分, 为了体现我们量子光学器件的性能, 我们计算了它们的平均保真度(定义为: $F = \langle |\psi_r| |\psi_i| \rangle^2$)。 $|\psi_r\rangle$ 和 $|\psi_i\rangle$ 分别是每个方案在非理想和理想情况下的归一化末态, 我们可以根据下列公式来计算它们的保真度:

$$\bar{F} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{2\pi} d\delta |\langle \psi_r | \psi_i \rangle|^2, \quad (26)$$

同样, 在实验中, 效率是衡量系统性能的另一个重要且实用的量化指标。该参量被定义为输出光子数与输入光子数之比, 反映了入射光子的传输产率。对于本文研究的超并行量子光学器件, 其平均效率可以通过统计各逻辑门输出端与输入端的光子事件数量计算获得, 其具体的表达式为:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{2\pi} d\delta \frac{n_{\text{output}}}{n_{\text{input}}}. \quad (27)$$

Table 1. Fidelity and efficiency

表 1. 保真度数值和效率数值

$g^2/(\kappa\gamma)$	κ_s/κ	$\bar{F}_p$	$\bar{\eta}_p$
2.4	0.1	0.984436	0.847074
2.4	1	0.884273	0.63986
2.5	0.1	0.985036	0.849987
2.5	1	0.898589	0.64231

由图 4 可知, $g^2/(\kappa\gamma)$ 越高, κ_s/κ 越低, 保真度就越高。由此我们以 $g^2/(\kappa\gamma) = 2.4, 2.5$ 和 $\kappa_s/\kappa = 0.1, 1$ 为例给出了该器件相应的保真度数值和效率数值如表 1 所示, 其中, $\bar{F}_p$ 为超并行偏振晶体管的平均保真度。

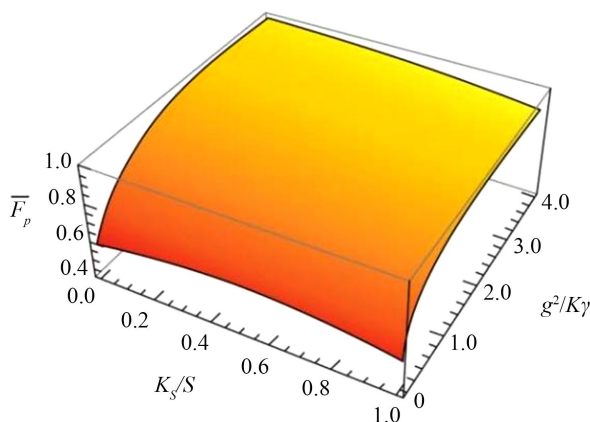


Figure 4. Fidelity with $g^2/(\kappa\gamma)$ and κ_s/κ

图 4. 保真度随 $g^2/(\kappa\gamma)$ 和 κ_s/κ 变化图

同理, 由图 5 可知, $g^2/(\kappa\gamma)$ 越高, κ_s/κ 越低, 超并行量子光学器件的效率就越高, 由此我们以 $g^2/(\kappa\gamma) = 2.4, 2.5$ 和 $\kappa_s/\kappa = 0.1, 1$ 为例给出了各器件相应的效率数值如表 1 所示, 其中 $\bar{\eta}_p$ 为超并行 P 晶体管的平均效率。

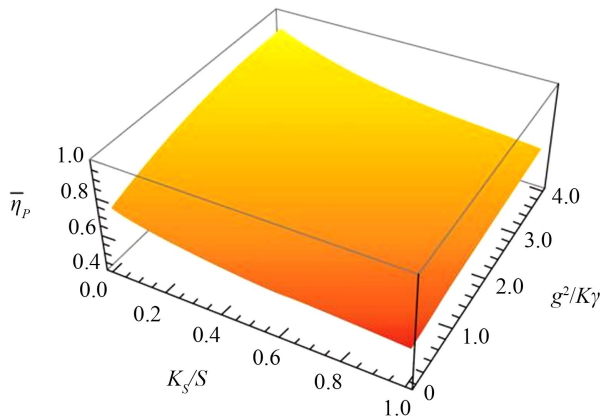


Figure 5. Efficiency versus $g^2/(\kappa\gamma)$ and κ_s/κ

图 5. 效率随 $g^2/(\kappa\gamma)$ 和 κ_s/κ 变化图

在上述方案中, 即便考虑到 NV-腔系统对光子不理想的输入输出结果, 如光子的反射损耗、吸收损耗以及环境的微弱耦合导致的退相干等因素的影响, 我们这些方案的保真度仍然可以高达 98% 以上。这一结果表明, 本研究所提出的方案具有很高的可靠性和稳定性, 为未来超并行量子信息处理的实际应用提供了一些理论支持。

5. 总结

在量子信息科学不断快速发展的今天, 基于光子多种自由度的超并行量子信息处理开始在实验上得

以实现并受到广泛关注, 而基于多种自由度的超并行量子光学器件的研究还处于初始阶段, 已经有研究利用量子点和光腔耦合的系统构建了几种常见功能的超并行量子光学器件。在这种利用原子(或人工原子)与腔耦合的腔 QED 系统对光子的输入输出构建的量子信息处理中, 实验实现的难度有一部分取决于腔 QED 系统的使用和对光子的测量。因此, 相较于前人的工作, 本课题致力于研究光路更简单、腔 QED 系统和探测资源使用更少的超并行量子光学器件构建方案。基于此, 我们利用由金刚石氮空位中心、双面光学微腔、四个半波片和两个分束器组成的中心模块构建了单一功能的超并行量子光学器件。

在构建单一功能超并行量子光学器件方面, 我们给出了超并行量子偏振晶体管的构建方案。相较于前人的工作, 我们的超并行量子晶体管减少了对光子的测量次数, 而且超并行量子存储器也减少了对腔 QED 系统的使用数量。这主要体现在降低了我们方案的实验实现难度。主要体现在: 利用实验上已经实现的 NV-腔系统各种试验参数包括氮空位中心的跃迁频率和退相干率、腔的频率以及泄漏率和氮空位中心与腔的耦合强度计算了方案的保真度和效率。计算结果证明我们的方案在现有试验参数下可以达到很高的保真度和效率, 有很好的可实现性和应用性。

超并行量子信息处理能同时处理多个自由度的信息, 相对于单一自由度的信息处理拥有容量更高、损耗率更低、量子资源消耗更少等优点。本课题暂时只研究了两种自由度的超并行信息处理, 对于包括空间、极化、频率和时间的更多自由度超并行量子光学器件还有待进一步研究。

参考文献

- [1] Wang, Y. (2012) Quantum Computation and Quantum Information. *Statistical Science*, **27**, 373-394. <https://doi.org/10.1214/11-sts378>
- [2] Horodecki, R., Horodecki, P., Horodecki, M. and Horodecki, K. (2009) Quantum Entanglement. *Reviews of Modern Physics*, **81**, 865-942. <https://doi.org/10.1103/revmodphys.81.865>
- [3] Shi, J., Ma, P. and Chen, G. (2018) Schemes for Bidirectional Quantum Teleportation via a Hyper-Entangled State. *International Journal of Theoretical Physics*, **58**, 372-382. <https://doi.org/10.1007/s10773-018-3938-5>
- [4] Yang, T., Zhang, Q., Zhang, J., Yin, J., Zhao, Z., Żukowski, M., *et al.* (2005) All-versus-Nothing Violation of Local Realism by Two-Photon, Four-Dimensional Entanglement. *Physical Review Letters*, **95**, Article ID: 240406. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.95.240406>
- [5] Barreiro, J.T., Langford, N.K., Peters, N.A. and Kwiat, P.G. (2005) Generation of Hyperentangled Photon Pairs. *Physical Review Letters*, **95**, Article ID: 260501. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.95.260501>
- [6] Ren, B.C., Wei, H.R., Hua, M., *et al.* (2012) Complete Hyperentangled-Bell-State Analysis for Photon Systems Assisted by Quantum-Dot Spins in Optical Microcavities. *Optics Express*, **20**, 24664-24677.
- [7] Wang, T.J., Lu, Y. and Long, G.L. (2012) Generation and Complete Analysis of the Hyperentangled Bell State for Photons Assisted by Quantum-Dot Spins in Optical Microcavities. *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*, **86**, Article ID: 042337.
- [8] Liu, Q. and Zhang, M. (2015) Generation and Complete Nondestructive Analysis of Hyperentanglement Assisted by Nitrogen-Vacancy Centers in Resonators. *Physical Review A*, **91**, Article ID: 062321. <https://doi.org/10.1103/physreva.91.062321>
- [9] Li, X.H. and Ghose, S. (2016) Self-Assisted Complete Maximally Hyperentangled State Analysis via the Cross-Kerr Nonlinearity. *Physical Review A*, **93**, Article ID: 022302.
- [10] Ren, B., Du, F. and Deng, F. (2013) Hyperentanglement Concentration for Two-Photon Four-Qubit Systems with Linear Optics. *Physical Review A*, **88**, Article ID: 012302. <https://doi.org/10.1103/physreva.88.012302>
- [11] Wang, H., Ren, B., Wang, A.H., Alsaedi, A., Hayat, T. and Deng, F. (2018) General Hyperentanglement Concentration for Polarization-Spatial-Time-Bin Multi-Photon Systems with Linear Optics. *Frontiers of Physics*, **13**, Article No. 130315. <https://doi.org/10.1007/s11467-018-0801-3>
- [12] Li, X. and Ghose, S. (2015) Efficient Hyperconcentration of Nonlocal Multipartite Entanglement via the Cross-Kerr Nonlinearity. *Optics Express*, **23**, 3550-3562. <https://doi.org/10.1364/oe.23.003550>
- [13] Li, X. and Ghose, S. (2015) Hyperentanglement Concentration for Time-Bin and Polarization Hyperentangled Photons. *Physical Review A*, **91**, Article ID: 062302. <https://doi.org/10.1103/physreva.91.062302>

-
- [14] Ren, B.C., Wang, G.Y. and Deng, F.G. (2015) Universal Hyperparallel Hybrid Photonic Quantum Gates with Dipole-induced Transparency in the Weak-Coupling Regime. *Physical Review A*, **91**, Article ID: 032328
 - [15] Li, T. and Long, G. (2016) Hyperparallel Optical Quantum Computation Assisted by Atomic Ensembles Embedded in Double-Sided Optical Cavities. *Physical Review A*, **94**, Article ID: 022343. <https://doi.org/10.1103/physreva.94.022343>
 - [16] Wei, H., Deng, F. and Long, G.L. (2016) Hyper-Parallel Toffoli Gate on Three-Photon System with Two Degrees of Freedom Assisted by Single-Sided Optical Microcavities. *Optics Express*, **24**, 18619-18630. <https://doi.org/10.1364/oe.24.018619>
 - [17] Fedorov, A., Steffen, L., Baur, M., da Silva, M.P. and Wallraff, A. (2011) Implementation of a Toffoli Gate with Superconducting Circuits. *Nature*, **481**, 170-172. <https://doi.org/10.1038/nature10713>
 - [18] Rasmussen, S.E., Groenland, K., Gerritsma, R., Schoutens, K. and Zinner, N.T. (2020) Single-Step Implementation of High-Fidelity n -Bit Toffoli Gates. *Physical Review A*, **101**, Article ID: 022308. <https://doi.org/10.1103/physreva.101.022308>
 - [19] Daraeizadeh, S., Premaratne, S.P., Khammassi, N., Song, X., Perkowski, M. and Matsuura, A.Y. (2020) Machine-Learning-Based Three-Qubit Gate Design for the Toffoli Gate and Parity Check in Transmon Systems. *Physical Review A*, **102**, Article ID: 012601. <https://doi.org/10.1103/physreva.102.012601>
 - [20] Wei, H. and Deng, F. (2013) Compact Quantum Gates on Electron-Spin Qubits Assisted by Diamond Nitrogen-Vacancy Centers Inside Cavities. *Physical Review A*, **88**, Article ID: 042323. <https://doi.org/10.1103/physreva.88.042323>
 - [21] Wei, H. and Deng, F. (2014) Universal Quantum Gates on Electron-Spin Qubits with Quantum Dots Inside Single-Side Optical Microcavities. *Optics Express*, **22**, 593-607. <https://doi.org/10.1364/oe.22.000593>
 - [22] Song, G., Guo, J., Liu, Q., Wei, H. and Long, G. (2021) Heralded Quantum Gates for Hybrid Systems via Waveguide-Mediated Photon Scattering. *Physical Review A*, **104**, Article ID: 012608. <https://doi.org/10.1103/physreva.104.012608>
 - [23] Monz, T., Kim, K., Hänsel, W., Riebe, M., Villar, A.S., Schindler, P., *et al.* (2009) Realization of the Quantum Toffoli Gate with Trapped Ions. *Physical Review Letters*, **102**, Article ID: 040501. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.102.040501>
 - [24] Knill, E., Laflamme, R. and Milburn, G.J. (2001) A Scheme for Efficient Quantum Computation with Linear Optics. *Nature*, **409**, 46-52. <https://doi.org/10.1038/35051009>
 - [25] Sheng, Y. and Zhou, L. (2017) Distributed Secure Quantum Machine Learning. *Science Bulletin*, **62**, 1025-1029. <https://doi.org/10.1016/j.scib.2017.06.007>
 - [26] Wang, G., Liu, Q. and Deng, F. (2016) Hyperentanglement Purification for Two-Photon Six-Qubit Quantum Systems. *Physical Review A*, **94**, Article ID: 032319. <https://doi.org/10.1103/physreva.94.032319>
 - [27] Scholz, M., Aichele, T., Ramelow, S. and Benson, O. (2006) Deutsch-Jozsa Algorithm Using Triggered Single Photons from a Single Quantum Dot. *Physical Review Letters*, **96**, Article ID: 180501. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.96.180501>
 - [28] Zhang, P., Liu, R., Huang, Y., Gao, H. and Li, F. (2010) Demonstration of Deutsch's Algorithm on a Stable Linear Optical Quantum Computer. *Physical Review A*, **82**, Article ID: 064302. <https://doi.org/10.1103/physreva.82.064302>