

# 基于复关联系数测量的无参考光单像素全息

陈直<sup>1\*</sup>, 隋国荣<sup>2,3</sup>, 肖佳<sup>1</sup>, 曾敏<sup>1</sup>, 胡义晟<sup>1</sup>

<sup>1</sup>上海电子信息职业技术学院通信与信息工程学院, 上海

<sup>2</sup>上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海

<sup>3</sup>教育部光学仪器与系统工程研究中心, 上海

收稿日期: 2026年4月17日; 录用日期: 2026年5月26日; 发布日期: 2026年6月3日

## 摘要

针对现有干涉型单像素全息的系统复杂且噪声敏感, 以及迭代型单像素全息的相位恢复计算量大且收敛慢等问题, 本文提出一种基于复关联系数测量的无参考光单像素全息方法。该方法将物光看作为一组完备正交基的线性组合, 通过在空间光调制器件上加载预先设计的调制图案, 利用单像素测量并解析求解每个基函数的复关联系数, 最后线性叠加重建物光的复振幅分布。依据衍射理论和复系数测量原理建立了模型, 在0~50 dB高斯随机噪声条件下, 以透镜、复合实物和复杂光场为目标物体, 使用Hadamard、傅里叶、DCT和随机正交四种基函数调制图案开展了仿真实验。通过引入数字微镜阵列(DMD)和空间光调制器(SLM)的硬件误差, 验证了该方法在非理想调制条件下的实用性, 并与经典的Gerchberg-Saxton(GS)迭代算法进行了性能对比。当信噪比达到20 dB时, 振幅归一化均方误差(NMSE)低于5%, 相位均方根误差(RMSE)低于0.2 rad; 在无环境噪声理想条件下, 各类目标物体的重建振幅与相位误差均达到 $10^{-15}$ 量级; 随机正交基调制图案在低信噪比下的噪声鲁棒性最优, 而所有基函数调制图案在无环境噪声的理想条件下均能实现高精度无偏重建。此外, 初步的压缩感知应用表明, 该方法能够在欠采样下重构出原始物体。该方法无需干涉参考光, 无需迭代计算, 具有系统简洁、计算高效、抗噪性能良好的优点, 在生物细胞相位成像、透明元件检测、涡旋光场表征等领域具有广阔的应用前景。

## 关键词

单像素, 无参考光全息, 复关联系数, 正交基, 复振幅重建

# Reference-Free Single-Pixel Holography Based on Complex Correlation Coefficient Measurement

Zhi Chen<sup>1\*</sup>, Guorong Sui<sup>2,3</sup>, Jia Xiao<sup>1</sup>, Min Zeng<sup>1</sup>, Yisheng Hu<sup>1</sup>

\*通讯作者。

文章引用: 陈直, 隋国荣, 肖佳, 曾敏, 胡义晟. 基于复关联系数测量的无参考光单像素全息[J]. 应用物理, 2026, 16(6): 593-606. DOI: 10.12677/app.2026.166054

<sup>1</sup>School of Communication and Information Engineering, Shanghai Technical Institute of Electronics & Information, Shanghai

<sup>2</sup>School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

<sup>3</sup>Engineering Research Center of Optical Instrument and System, The Ministry of Education, Shanghai

Received: April 17, 2026; accepted: May 26, 2026; published: June 3, 2026

## Abstract

To address the complex optical setup and environmental sensitivity in interferometric single-pixel holography, as well as the heavy computational load and slow convergence of iterative phase retrieval algorithms in single-pixel holography, we propose a reference-free single-pixel holography based on complex correlation coefficient measurement. In this method, the object field is considered as a linear combination of a complete set of orthogonal bases. By loading specifically designed modulation patterns onto spatial light modulators, the square of the modulus of the complex correlation coefficient for each modulation pattern is measured using a single-pixel detector. The complex correlation coefficients are analytically solved using their single-pixel measurements, and the complex amplitude of the object field is finally reconstructed through linear superposition. A theoretical model is established based on diffraction theory and the principle of complex coefficient measurement. Simulation experiments are carried out under Gauss random noise from 0 dB to 50 dB, using a lens, a compound real object, and a complex optical field as target objects, with four types of basis modulation patterns, Hadamard, Fourier, DCT, and random orthogonal bases. Furthermore, by introducing the hardware errors of DMD and SLM, the practicability of this method under non-ideal modulation conditions was verified. And a comprehensive performance comparison was conducted with the classic Gerchberg-Saxton (GS) iterative algorithm. When the signal to noise ratio (SNR) reaches 20 dB, the normalized mean square error (NMSE) of amplitude is below 5% and the root mean square error (RMSE) of phase is below 0.2 rad. Under noiseless conditions, the reconstruction errors of both amplitude and phase for all types of target objects reach the order of  $10^{-15}$ . The random orthogonal basis modulation pattern exhibits the best noise robustness at low SNR, while all basis modulation patterns achieve high-precision unbiased reconstruction under ideal noise-free conditions. Preliminary applications of compressive sensing show that this method can reconstruct the original object under under-sampling. The proposed method requires neither an interferometric reference beam nor iterative computation, featuring a simple system configuration, high computational efficiency, and good noise immunity. It holds broad application prospects in areas such as phase imaging of biological cells, inspection of transparent optical components, and characterization of vortex optical fields.

## Keywords

Single-Pixel, Reference-Free Holography, Complex Correlation Coefficient, Orthogonal Basis, Complex Amplitude Reconstruction

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

单像素成像(single-pixel imaging, SPI)打破了传统成像对探测器像素数量的依赖, 将成像问题转化为

编码测量与解码重建的信息获取问题。从物理角度看,传统成像系统使用的面阵探测器,如 CCD 或 CMOS 相机,是对光强空间分布的直接采样,其每一个像素对应物空间的一个位置,形成“空间点对点”映射,导致其能够获取的信息容量受限于像素阵列规模。然而,单像素成像只需一个无空间分辨能力的单点探测器,通过多次测量调制后光场的总强度,即可由算法重建出图像[1]-[3]。这一过程在物理上实现了从高维光场到一维时序信号的维度转换,在信息上获取了高维信号的线性投影测量。由于每次测量都包含全视场的光子贡献,单像素成像即使在弱光条件下也可成像,在非可见光波段,例如:红外、太赫兹、X 射线,以及面阵探测器昂贵或性能受限的场景中具有不可替代的优势[4]-[6]。

然而,常规单像素成像仅能获取物体的强度信息,无法获取物体的相位信息,对于物体的厚度、折射率、形貌等关键信息不敏感,缺乏在透明样品,例如:生物细胞、光学元件等成像中的应用能力。因此,发展单像素框架下的全息成像至关重要。目前,单像素全息成像主要借鉴传统全息方法,分为两类:相干测量与相位迭代。相干测量基于马赫-曾德尔(Mach-Zehnder)干涉或共路干涉结构,在参考光与物光之间引入相移,并通过记录和解析干涉图样得到物光的全息[7]-[9]。例如,Clemente 等[8]利用单像素探测器记录双路相移干涉图,实现了“鬼”全息成像;Ota 与 Hayasaki [9]采用共路干涉方案,通过中心-边缘分区调制获得参考光,从而实现了单像素全息。这类方法需要干涉光路或参考光束,往往系统复杂且对环境扰动敏感。相位迭代不依赖参考光束,而是利用相位恢复算法,如 Gerchberg-Saxton 算法等,从强度测量中迭代求解相位[10][11]。Soldevila 等[12]利用波前空间采样结合迭代计算实现了相位成像;Horisaki 等[13]采用孔径编码与相位检索算法也实现了相位成像。这类方法避免了干涉装置,但迭代过程计算量大、收敛速度慢,且易受初始值及噪声影响,难以保证实时性与稳定性。此外,陈直等[3]提出了一种无干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像方法。通过测量傅里叶频谱零级强度,结合相位提升算法,该方法避免了相干测量与相位迭代,但其重建高度依赖优化算法,导致计算负荷较重。

针对上述问题,本文提出一种基于复关联系数测量的无参考光单像素全息方法。该方法将物光看作一组正交基的线性叠加,通过在同一调制图案中引入三个不同相位,测量并计算每个基的复关联系数,再以复关联系数为权重,线性叠加该组正交基得到物体的全息。从硬件上看,该方法完全保留了单像素成像系统的主体部分,无需干涉装置,节约了成本;从算法上看,该方法采用解析求解复关联系数,避免了数值迭代,节省了算力。

## 2. 基本原理与模型建立

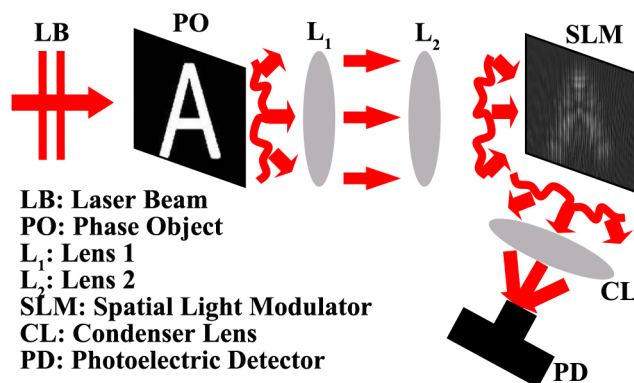


Figure 1. Schematic of reference-free single-pixel holography based on complex correlation coefficient measurement  
 图 1. 基于复关联系数测量的无参考光单像素全息原理

传统全息术利用参考光与物光干涉,将物光的振幅与相位信息编码为干涉条纹的强度。本方法则是

将物光视为一组完备正交基的线性组合, 通过把该组完备正交基设计成调制图案, 并依次将每一个调制图案相移  $0, \pi/2, \pi$  进行三次单像素强度测量, 便可以解析出物光在该调制图案, 也就是该正交基上的复关联系数, 从而无需任何外部参考光束和迭代计算, 即可直接线性叠加带有复关联系数的一组完备正交基得到物光的复振幅信息。基于复关联系数测量的无参考光单像素全息原理如图 1 所示。一束单色平行光照明相位物体“*A*”, 产生的透射光经由透镜  $L_1$  和  $L_2$  组成的  $4f$  系统, 成像在空间光调制器 SLM 上, 再被 SLM 上一组预先设计好的调制图案调制后, 经由聚光透镜 CL 聚焦于光电探测器 PD 上。

依据衍射理论给图 1 建立模型。设相位物体“*A*”被单色平行光照明后得到的物光为  $S(x, y)$ 。  $L_1$  和  $L_2$  组成的  $4f$  系统将物光  $S(x, y)$  精确地传递到 SLM 平面, 即 SLM 平面上调制前的光场分布与物光  $O(x, y)$  完全相同。为简化表达, 这里忽略了光从 PO 平面传输至 SLM 平面的物理过程, 对模型的建立没有任何影响。在 SLM 上加载调制图案  $P_n(x, y)$ ,  $n$  为调制图案的序号, 相当于一个复振幅透过率函数, 调制物光  $S(x, y)$  后得到的光场为

$$U_n(x, y) = O(x, y)P_n(x, y) \quad (1)$$

调制后的光场  $U_n(x, y)$  通过焦距为  $F$  聚光透镜 CL, 在该透镜的后焦面上形成傅里叶光强分布, 可写为

$$\hat{U}_n(u, v) = \frac{1}{j\lambda F} \iint U_n(x, y) \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda F}(xu + yv)\right] dx dy \quad (2)$$

其中,  $\lambda$  为光波长,  $j$  表示单位虚数。由于在焦点中心处, 相位因子为 1, 因此(2)式退化为

$$\hat{U}_n(0, 0) = \frac{1}{j\lambda F} \iint U_n(x, y) dx dy \quad (3)$$

(3)式表明中心处的光场复振幅正比于调制后光场的空间积分。由此, 单像素探测器测得的强度为

$$I_n = |\hat{U}_n(0, 0)|^2 = \frac{1}{(j\lambda F)^2} \left| \iint U_n(x, y) dx dy \right|^2 \quad (4)$$

把(1)式代入(4)式, 并忽略常数因子得到

$$I_n = \left| \iint O(x, y)P_n(x, y) dx dy \right|^2 \quad (5)$$

(5)式表明, 单像素探测器测量的是调制后光场的总振幅积分模的平方, 即傅里叶零级强度。

为了能够恢复物光  $O(x, y)$ , 将其解构为一组完备正交基的线性组合。选取一个正交基函数集合  $\{B_n(x, y)\}$ ,  $n=1, 2, 3, \dots, N$ , 其中  $N$  为基的数量。由此展开物光为

$$O(x, y) = \sum_{n=1}^N c_n B_n(x, y) \quad (6)$$

其中

$$s_n = \iint O(x, y)B_n(x, y) dx dy \quad (7)$$

作为(6)式的展开系数,  $c_n$  是一个复数。在物光  $O(x, y)$  未知的情况下, 无法通过(7)式直接求出  $c_n$ 。为此, 需要构造一组特殊的调制图案

$$P_n(x, y) = e^{j\phi_p} B_n(x, y) + B_1(x, y) \quad (8)$$

其中,  $B_1(x, y)$  是第一个基函数, 通常是取全 1 的常数图案;  $B_n(x, y)$  是第  $n$  个基函数;  $\phi_p$  为相位,  $p=1, 2, 3$  时, 分别对应  $\phi_p = 0, \pi/2, \pi$ 。

将式(8)代入式(5), 整理得

$$I_n = \left| \iint e^{i\phi_p} O(x, y) B_q(x, y) + O(x, y) B_1(x, y) dx dy \right|^2 = \left| e^{i\phi_p} c_n + r \right|^2 \quad (9)$$

其中,  $r$  是一个复常数, 可表示为

$$r = \iint O(x, y) B_1(x, y) dx dy \quad (10)$$

在测量中, 对于每一个  $n$ , 也就是每一个基函数, 依次生成  $0, \pi/2, \pi$  三个相位的调制图案, 测得三个强度值, 分别为

$$I_0 = |c_n + r|^2 = |r|^2 + |c_n|^2 + 2\text{Re}(c_n r^*) \quad (11)$$

$$I_{\pi/2} = |jc_n + r|^2 = |r|^2 + |c_n|^2 + 2\text{Im}(c_n r^*) \quad (12)$$

$$I_\pi = |-c_n + r|^2 = |r|^2 + |c_n|^2 - 2\text{Re}(c_n r^*) \quad (13)$$

联立(11)式与(13)式解得

$$\text{Re}(c_n r^*) = \frac{I_0 - I_\pi}{4} \quad (14)$$

联立(11)式、(12)式、(13)式解得

$$\text{Im}(c_n r^*) = \frac{\frac{I_0 - I_\pi}{4} - I_{\pi/2}}{2} \quad (15)$$

由此, 复系数  $c_n r^*$  完全确定, 设为

$$M_n = c_n r^* \quad (16)$$

利用调制图案  $B_1(x, y)$  可以测量得到  $r$ , 或者考虑  $r$  是一个全局复常数, 仅影响重建图像的全局振幅和相位偏移, 而不影响相对振幅与相位分布。(6)式可改写为

$$O_{\text{rec}}(x, y) = \sum_{n=1}^N c_n r^* B_n(x, y) = \sum_{n=1}^N M_n B_n(x, y) \quad (17)$$

(17)式即为恢复的物光场复振幅分布。至此, 实现了基于复关联系数测量的无参考光单像素全息的物理模型建立。

### 3. 分析与验证

为了验证基于复关联系数测量的无参考光单像素全息方法的可行性与鲁棒性, 开展了较为系统的数值仿真实验。

#### 3.1. 参数设置

为了尽可能降低计算消耗, 所有仿真采用统一的  $32 \times 32$  像素。该像素尺寸能够充分展示振幅与相位细节, 不失一般性。方法本身可扩展至更高的像素尺寸, 但考虑到平衡展示效果与计算资源, 故选择  $32 \times 32$ 。基函数类型包括四种, 分别为 Hadamard 基、傅里叶基、离散余弦基(DCT)、随机正交基。Hadamard 基为主选, 其+1 和-1 的二值特性易于在数字微镜器件上实现; 傅里叶基为复指数基, 对应传统全息中的角谱分解; DCT 为实值基, 能量集中性强; 随机正交基通过随机正交矩阵生成, 用于对比非结构化基的性能。噪声模型为高斯随机噪声, 信噪比范围从 0 dB 到 50 dB, 也包含仅有个别复振幅干扰而无随机噪

声的理想情况作为参考,例如:透镜的振幅透过率不全为1,存在个别非1值。目标物体总共包括三类,分别为透镜、复合实物、复杂光场。因其平滑二次相位易于判断重建是否正确,透镜用于验证相位重建的准确性;复合实物的振幅采用猫形图案,其两个耳朵、圆形脸、眼睛和鼻子处为零振幅,相位采用狗形图案,脸和耳朵区域相位为 $\pi/2$ ,鼻子与背景为 $\pi/4$ ,该目标物体混合了复杂振幅与相位结构,考验方法对空间非均匀物体的重建能力;复杂光场作为渐变目标物体,其振幅在径向线性渐变,相位为简化的一维连续线性变化,以模拟涡旋光场,用于检验方法对剧烈相位跳变的处理能力。评价指标方面,振幅重建精度采用归一化均方误差(Normalized Mean Square Error, NMSE),定义为原始振幅与重建振幅之差的平方和除以原始振幅平方和;相位重建精度采用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE),即先计算原始与重建相位差的平方和,再求均方根。

### 3.2. 不同信噪比下的重建性能

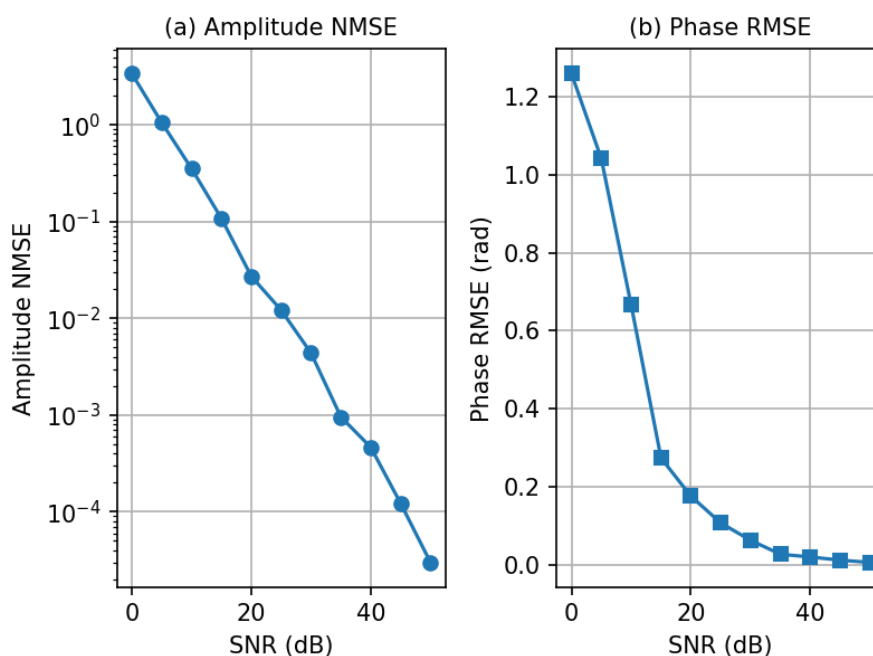


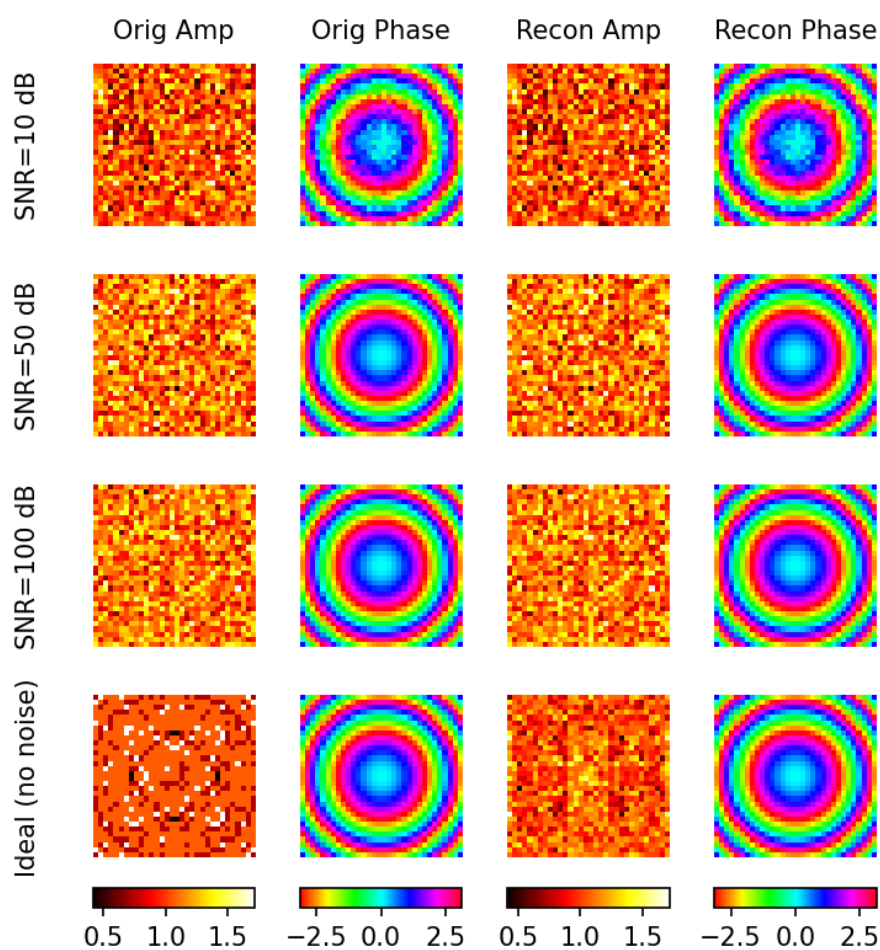
Figure 2. Amplitude NMSE and phase RMSE of the lens under different SNR

图2. 透镜在不同信噪比下的振幅归一化均方误差与相位均方根误差

图2展示了透镜作为目标物体在不同信噪比下的NMSE与RMSE,其中横坐标为信噪比,纵坐标分别为对数坐标的振幅NMSE和线性坐标的相位RMSE。从振幅NMSE曲线可以看到,NMSE随信噪比SNR呈现单调下降,意味着噪声对振幅重建影响显著。当SNR为14 dB时,NMSE达到10%;当SNR为23 dB时,NMSE达到1%,显示出了良好的抗噪能力。相位RMSE曲线呈现出非线性变化趋势,SNR为10 dB时的RMSE约0.7 rad,15 dB时降至0.25 rad,25 dB后低于0.1 rad,并趋于饱和。这说明相位对SNR比振幅更为敏感,一旦SNR达到阈值,相位恢复精度极高,非常适合全息成像。这些分析给出了该方法对噪声的容忍度。实际实验中通过长时间积分或使用低噪声探测器很容易达到20 dB以上的信噪比,因此该方法具有良好的实用前景。同时,RMSE饱和误差的存在提示噪声以外的干扰因素,例如:图像采样率和正交基调制图案的非完美正交性。进一步提高图像采样率可能有助于降低饱和误差。

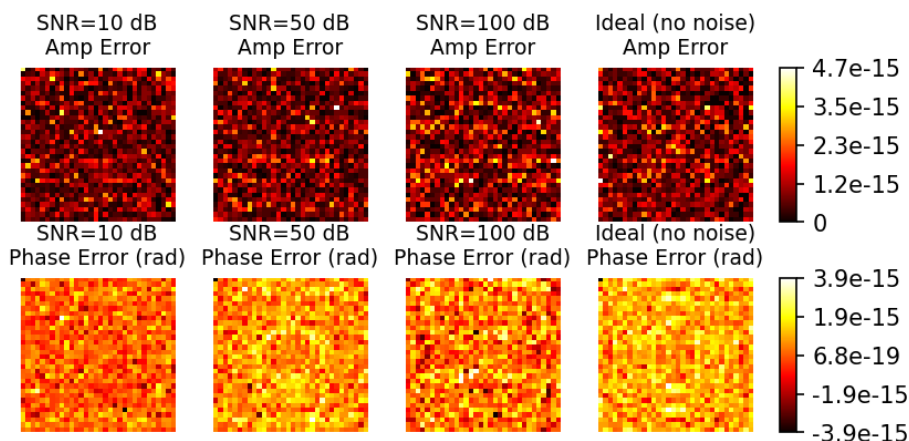
图3展示了透镜作为目标物体在SNR为10 dB、50 dB、100 dB及无噪声条件下的振幅与相位重建。每一行对应一个SNR,第一和第二列分别为包含噪声的原始振幅和相位,第三和第四列分别为重建振幅

和相位。当 SNR 为 10 dB 时，重建振幅与原始振幅一样出现明显的颗粒状噪声，但整体上数值均匀，绝大多数点的数值接近于 1；重建相位的噪声严重，二次曲面轮廓边界不光滑，但相位的大致弯曲趋势仍可辨识，说明在 10 dB 下虽然定量精度差，但定性信息，如相位凸起方向等仍可获取。当 SNR 为 50 dB 时，重建振幅进一步均匀，重建相位与原始透镜相位吻合较好，视觉上无差异。信噪比为 100 dB 的仿真结果与 50 dB 时无可视差别，证明 50 dB 已接近饱和。理想条件下，透镜的原始振幅仅添加有少量椒盐噪声，而无随机高斯噪声，以模仿真实透镜的材料误差。值得注意的是理想条件下的透镜振幅重建结果与原始振幅存在视觉差异，说明该方法对于椒盐噪声较为敏感。这些分析检验了该方法的鲁棒性。对于实际实验，典型的 SNR 在 40~60 dB 之间，因此该方法可实现高保真全息成像。需要强调的是，即使在 10 dB 恶劣条件下，相位结构仍然可被分辨，表明该方法对环境中的高斯随机噪声具有较高的抵抗性，避免了传统离轴全息中随机相位抖动的影响。



**Figure 3.** Reconstruction results of lenses under different SNRs  
**图 3.** 不同信噪比情况下透镜的重建结果

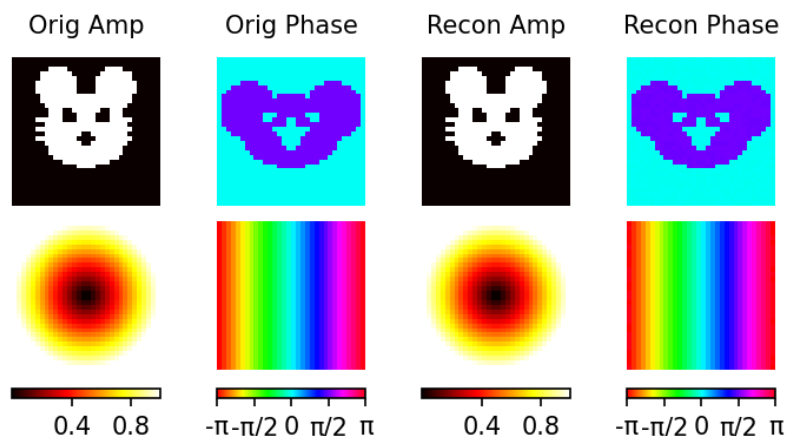
图 4 展示了透镜作为目标物体在 SNR 为 10 dB、50 dB、100 dB 及理想条件下的逐点振幅误差和相位误差，其中逐点振幅误差定义为原始振幅减去重建振幅的绝对值，相位误差定义为原始相位减去重建相位的绝对值。整体上看，振幅误差和相位误差都比较均匀，且非常微小，在  $10^{-15}$  量级，可以完全忽略不计，说明该方法对于微小扰动极为敏感，有利于检测目标物体的一些微小变化。



**Figure 4.** Reconstruction result error of lenses under different SNRs  
**图 4.** 不同信噪比情况下透镜的重建结果误差

### 3.3. 典型物体的成像结果

如图 5 所示，第一行为复合目标物体——猫形振幅和狗形相位，第二行为渐变目标物体——空心光束加渐变相位。每行有四列，依次为原始振幅、原始相位、重建振幅、重建相位。所有结果均无噪声条件下获得。对于复合目标，重建振幅完美再现了猫脸的轮廓，其中眼睛和鼻子的空洞清晰可见；重建相位准确区分了高相位狗脸和低相位背景，且边缘锐利。相位图中狗鼻子与背景相位相同，均为  $\pi/4$ ，重建结果中二者无明显差异，符合预期。该结果证明了方法对空间非均匀振幅和阶跃相位的重建能力。对于渐变目标物体，原始振幅从中心向外线性增加，也就是中心暗、边缘亮，原始相位从  $-\pi$  到  $\pi$  连续变化。重建振幅再现了径向渐变，重建相位再现了从蓝到红的渐变，周期跳变处连接自然。这表明该方法能够正确恢复具有大动态范围振幅和相位奇点的光场，对于涡旋光束表征、光学扳手等领域具有重要意义。该方法不仅适用于简单的透镜相位目标，更能处理真实世界中常见的复杂光场。猫狗目标展示了方法对任意形状振幅和任意分布相位的重建能力，而渐变目标展示了其对振幅连续变化和相位奇点的有效性，为该方法在生物细胞成像、微光学元件检测等实际应用中的推广奠定了基础。此外，图 6 的上下行分别为复合目标物体和渐变目标物体的振幅误差与相位误差，整体上在  $10^{-15}$  量级，可忽略不计，为实际应用中判断重建结果的置信度提供了依据。



**Figure 5.** Reconstruction results of compound target objects  
**图 5.** 复合目标物体的重建结果

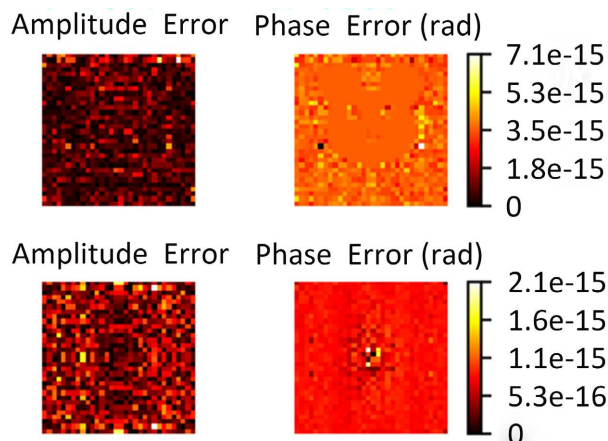


Figure 6. Reconstruction result error of compound target objects  
图 6. 复合目标物体的重建结果误差

### 3.4. 不同正交基的对比

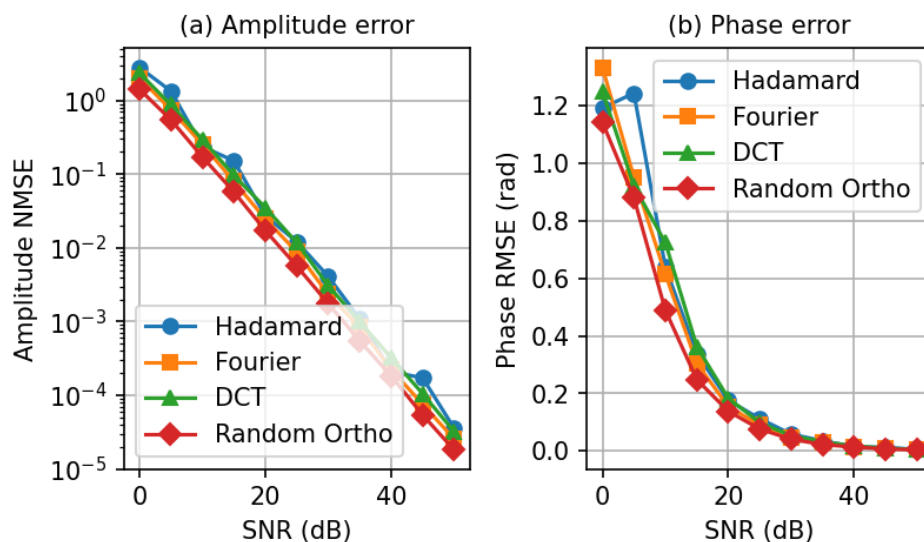
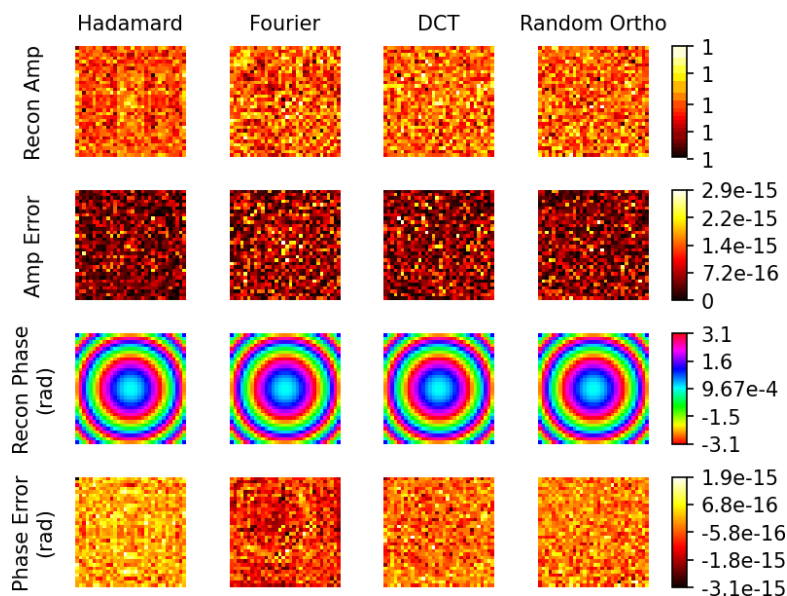


Figure 7. Reconstruction errors of different modulation patterns vary with SNR  
图 7. 不同调制图案的重建误差随信噪比的变化

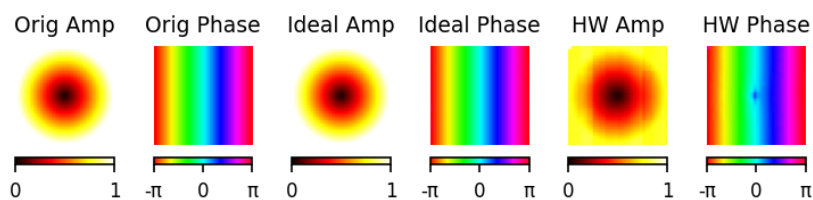
图 7 给出了 Hadamard 基、傅里叶基、DCT 基、随机正交基四种调制图案在不同信噪比下的振幅 NMSE 和相位 RMSE 曲线。从整体趋势看，所有基函数的误差均随 SNR 增加而下降。振幅的 NMSE 均随 SNR 单调下降，相位的 RMSE 随 SNR 非线性单调下降，并在 SNR 达到 30 dB 后趋于饱和。随机正交在全 SNR 区间内的幅度 NMSE 和相位 RMSE 均为最低，展现出最优的噪声鲁棒性，而 Hadamard 矩阵性能相对最弱，低 SNR 下相位误差甚至出现短暂波动，傅里叶与 DCT 的性能则介于两者之间，中高 SNR 下误差快速下降并与其他调制图案的重建误差趋于一致。性能差异的根源在于调制图案与目标物体的互不相干性及噪声鲁棒性的不同。整体来看，随机正交调制图案凭借更强的采样非相干性在噪声环境中表现更优。这些分析结果为不同 SNR 场景下调制图案的选择提供了理论依据，低 SNR 的噪声恶劣场景优先采用随机正交调制图案，中高 SNR 场景可兼顾效率选择傅里叶或调制图案，而 Hadamard 调制图案在低 SNR 相位恢复任务中需谨慎使用。



**Figure 8.** Reconstruction results with different modulation patterns  
**图 8.** 不同调制图案的重建结果

如图 8 所示，在理想条件下，四种正交调制矩阵的重建结果展现出较高的一致性，重建幅度与相位均无结构性失真，幅度与相位误差均收敛至  $10^{-15}$  量级，仅表现为浮点计算引入的均匀分布噪声，验证了正交矩阵在理想条件下的无偏重建能力。具体而言，Hadamard 图案因二元取值特性，幅度误差整体量级略低，数值稳定性更优；傅里叶与 DCT 图案因频域变换的浮点运算特性，误差图中存在少量亮色噪声点，但未出现结构性偏差；随机正交图案也保持了均匀的误差分布，亮色噪声点的数量少于傅里叶与 DCT 图案的结果。以上分析表明，该方法在调制图案的选择上具有较高的自由度，使用结构化矩阵与随机正交矩阵均可实现高精度重建，其差异更多体现在计算效率与实现成本上。

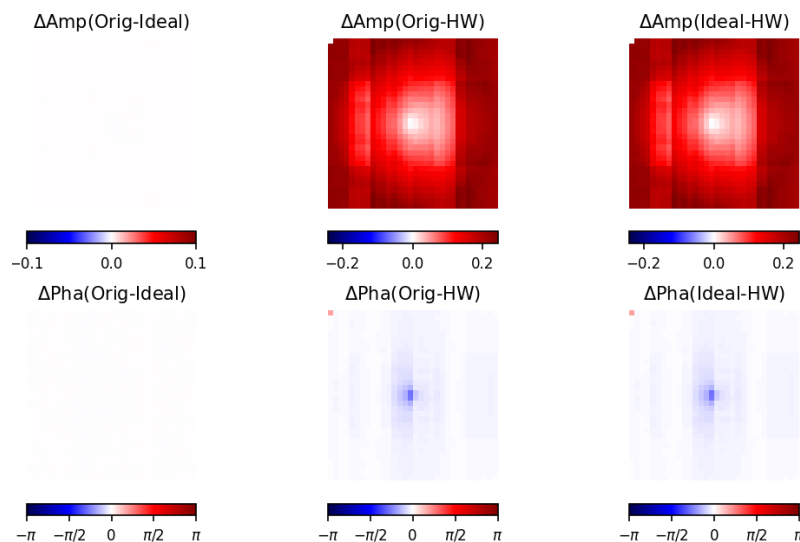
### 3.5. 硬件误差分析



**Figure 9.** Comparison of reconstruction results with hardware errors versus ideal reconstruction results  
**图 9.** 带有硬件误差的重建结果与理想重建结果的对比

物理实验中，考虑使用数字微镜阵列(DMD)和空间光调制器(SLM)组合实现复振幅调制图案。这样的组合可以避免单一使用 DMD 或者 SLM 所需 LEE 或者超像素全息图的繁琐计算和光路校准。由于 DMD 和 SLM 的非理想性，以下聚焦三个硬件误差。首先，DMD 的“关态漏光”导致本该完全暗的像素仍残留微小光强，使得调制图案中的振幅数值有所偏差；其次，由于 DMD 的反射角不可能精确到  $-12^\circ$ ，会引入相位误差；最后，SLM 受环境或驱动噪声影响，会产生相位抖动。这些误差在模型中分别表示为关态像素强度、关态相位偏移，以及每次移相时叠加的高斯相位噪声。带有这三类误差的成像结果如图 9 所示。图 9 中的右侧两列是在 DMD 关态误差 0.05，DMD 相位误差 0.01 rad，SLM 相位标准差 0.05 rad 的情况下得到，可以明显

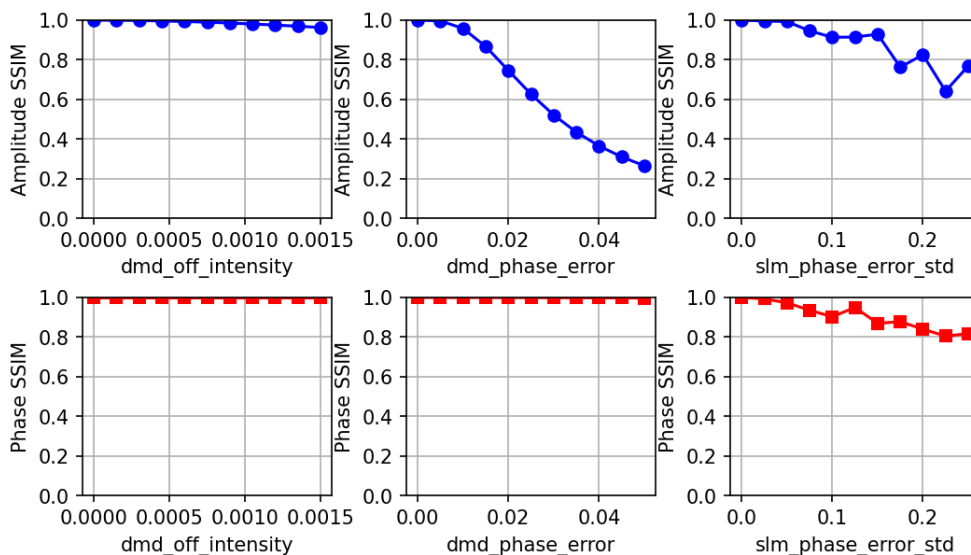
看出硬件重构振幅和相位均出现了一定的失真。带有硬件误差的重构结果与原始物体，以及与理想重构结果之间都产生了差异，尤其在振幅图像的边缘区域，相位图像的中心区域，误差相对明显，如图 10 所示。



**Figure 10.** Comparison of the deviations among reconstruction results with hardware errors, the original object, and ideal reconstruction results

**图 10.** 带有硬件误差的重建结果与原始物体，以及理想重建结果的差值对比

为定量评估三类误差的影响，采用扫描方法分别得到三种误差与原始图像的结构相似度(SSIM)曲线，如图 11 所示。DMD 的“关态漏光”对振幅和相位 SSIM 的影响都极小，意味着该方法在光强影响方面具有较好的鲁棒性。DMD 的相位误差对于振幅 SSIM 影响很大，对相位 SSIM 影响极小，说明 DMD 的反射角精度对于该方法的成功运用至关重要。SLM 的相位误差对于振幅与相位都有一定的影响，导致重建振幅与相位出现结构性退化，但是该影响有限，振幅 SSIM 大于 0.6 和相位 SSIM 大于 0.8 均可以接受。



**Figure 11.** Variation of SSIM as a function of hardware error

**图 11.** 结构相似度随硬件误差的变化

### 3.6. 与其它单像素全息的性能比较

选取在单像素全息领域具有代表性的迭代方法——Gerchberg-Saxton (GS)算法单像素全息进行定量比较。参数保持一致，GS 算法的初始相位采用随机猜测，迭代次数设为 1000 次以保证收敛，对比结果如表 1 所示。

**Table 1.** Performance comparison between the proposed method and GS iterative algorithm

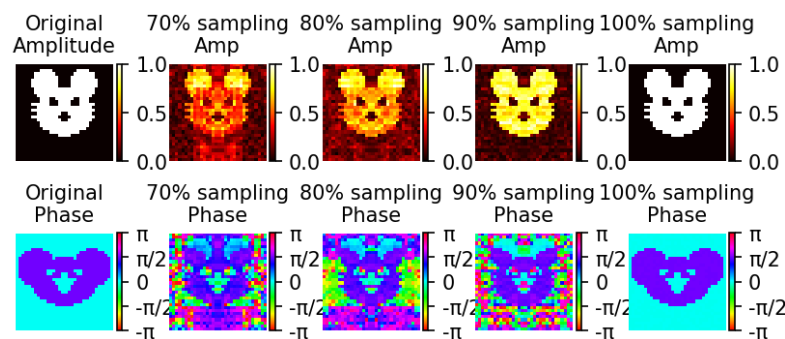
**表 1.** 本方法与 GS 迭代算法的性能比较

评价指标	本文方法	GS 算法(1000 次迭代)
振幅 NMSE	0.0044	0.0317
相位 RMSE (rad)	0.035	0.241
计算时间(秒)	0.017	4.83
内存占用(MB)	~45	~210 (含迭代变量)

本方法在重建精度上远优于 GS 算法，NMSE 和 RMSE 分别低出一个数量级。其根本原因在于本方法对每个系数进行确定性测量，而 GS 算法是从强度测量中猜测相位，本质上是一个欠定问题的求解。在计算效率方面，本方法的优势极为显著，总处理时间仅约 0.017 秒，而 GS 算法需要近 5 秒。这得益于本方法完全避免了迭代过程，且计算复杂度较低。此外，本方法的内存占用也更低。这些比较有力证明了本方法在精度和速度上的双重优势。

### 3.7. 压缩感知重构

为了减少数据采集量，初步研究了该方法的压缩感知重构。在压缩感知重构中，利用部分 Hadamard 基测量获取复关联系数，并基于离散余弦变换(DCT)的稀疏先验，采用快速迭代软阈值算法(FISTA)分别重建实部与虚部，得到的结果，如图 12 所示。实验结果表明，当采样率高于 90%时，振幅被较好恢复；但采样率降至 70%时，振幅重构出现严重噪声，猫脸结构严重模糊；采样率从 70%到 90%，均难以重构狗脸相位。造成这一现象的主要原因包括 DCT 基对分片常数相位图像缺乏有效的稀疏表示，导致违反压缩感知的稀疏性前提；测量基(Hadamard)与稀疏基(DCT)之间相干性较高，不满足低相干性条件；将复数拆分为实、虚部分别处理忽略了振幅与相位的物理耦合，限制了重建精度。为此，未来可考虑引入总变分(TV)正则化或小波基以增强稀疏表示能力，采用复数域联合稀疏优化方法保持振幅与相位内在关联，以及设计自适应采样策略优先获取低频成分，从而在低采样率下显著提升相位重建质量。



**Figure 12.** Reconstruction results at different sampling rates

**图 12.** 不同采样率的重构结果

### 3.8. 讨论

传统全息术需要参考光与物光干涉，从而将相位信息编码为干涉条纹强度。而本文提出的方法是基于关联测量把目标物体投影至一组正交基，进而线性叠加重建。物理上，单像素探测器位于汇聚透镜的焦平面，测量的是调制后光场的空间积分模的平方。当调制图案取  $\exp(j\phi_n)B_n + B_1$  时，该积分值直接给出  $|\exp(j\phi_n)B_n + r|^2$ 。通过变化  $\phi_n$  的三次测量，可以解出复关联系数  $c_n r^*$ ，等价于测量了物光在  $B$  基上的投影，获得了物光在  $B$  基上各分量的复系数，从而实现了无需参考光束的全息。

许多相位恢复算法，例如：GS、混合输入输出等，都需要从强度测量中迭代求解相位，过程缓慢且易陷入局部最优。本文提出的方法不需要迭代的根本原因在于，避免直接测量整幅图像的光强，而是通过设计调制图案测量复关联系数。一旦获得了复关联系数，便可以无需任何迭代，仅凭简单的线性叠加就可以重建出目标物体。

考虑到该方法仍存一定的局限性，未来的改进方向包括以下三个方面。首先，测量时间与分辨率平方成正比，对于  $32 \times 32$  像素，总测量次数为 3072 次，若 SLM 刷新率为 10 kHz，耗时约 0.3 秒，尚可接受；但对于  $128 \times 128$  像素，测量次数达 49,152 次，耗时约 5 秒，难以用于动态过程。改进方法可采用压缩感知，随机选取部分基函数，结合稀疏正则化重建，将时间缩短一个数量级。其次，对于  $32 \times 32$  像素的分辨率，重建细节有限。可采用多分辨率策略，先低分辨率重建大致轮廓，再局部高分辨率重建细节。最后，对于单一纯相位 SLM 或 DMD，可通过 Lee 全息法或超像素法实现复调制，但会引入额外误差。此外，当振幅动态范围极大时，低光强区域的相位重建可能受噪声影响，可采用自适应照明或多次曝光融合技术。

### 4. 结论

基于复关联系数测量的无参考光单像素全息方法，通过求解复投影系数，在不依赖参考光路与相位迭代算法的条件下实现了物光复振幅的高精度重建。研究表明，该方法在高斯白噪声环境下表现出良好的鲁棒性。当信噪比为 20 dB 时，振幅归一化均方误差低于 5%，相位均方根误差低于 0.2 rad；在无环境噪声条件下，重建振幅与相位的相对误差可低至  $10^{-15}$  量级。对于相位平滑连续变化的透镜、猫形振幅加狗形相位的阶跃突变复合目标物体、以及具有连续渐变振幅与相位奇点的复杂光场，该方法均能实现高保真重建。在调制图案选择方面，Hadamard、傅里叶、DCT 及随机正交四种正交基图案在理想条件下均可获得无偏重建结果，其中随机正交基在低信噪比场景下展现出最优的噪声抑制能力。该方法在系统构成上仅需单像素探测器和空间光调制器，避免了传统干涉全息的环境敏感性问题，且算法无需迭代，计算效率高。后续结合压缩感知、多分辨率策略以及纯相位空间编码技术，有望进一步缩短该方法的测量时间，提升成像速度，扩展系统适用范围。与 GS 迭代算法的比较，证实了其在速度与精度上的双重优越性；DMD 和 SLM 引进的误差分析表明该方法对硬件误差具有鲁棒性，证明了其在实际硬件系统中的可行性；对压缩感知的初步探索，展示了其进一步提升成像速度的巨大潜力。该方法为全息成像提供了一条无需干涉、无需迭代的新技术路径，在生物透明样品相位成像、微光学元件检测及涡旋光场表征等领域具有重要的应用潜力。

### 参考文献

- [1] Song, K., Bian, Y., Wang, D., Li, R., Wu, K., Liu, H., *et al.* (2025) Advances and Challenges of Single-Pixel Imaging Based on Deep Learning. *Laser & Photonics Reviews*, **19**, Article 2401397. <https://doi.org/10.1002/lpor.202401397>
- [2] Gibson, G.M., Johnson, S.D. and Padgett, M.J. (2020) Single-Pixel Imaging 12 Years On: A Review. *Optics Express*, **28**, Article 28190. <https://doi.org/10.1364/oe.403195>
- [3] 陈直, 范晓燕, 原甜甜, 等. 无干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像[J]. 半导体光电, 2024, 45(3): 458-462.

- 
- [4] Watts, C.M., Shrekenhamer, D., Montoya, J., Lipworth, G., Hunt, J., Sleasman, T., *et al.* (2014) Terahertz Compressive Imaging with Metamaterial Spatial Light Modulators. *Nature Photonics*, **8**, 605-609. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2014.139>
- [5] Greenberg, J.A., Krishnamurthy, K. and Brady, D.J. (2014) Compressive Single-Pixel Snapshot X-Ray Diffraction Imaging. *Optics Letters*, **39**, 111-114. <https://doi.org/10.1364/ol.39.000111>
- [6] 朱宗晶. 单像素成像的乘法关联调控仿真与实验[J]. 建模与仿真, 2024, 13(2): 1501-1510.
- [7] Clemente, P., Durán, V., Tajahuerce, E., Torres-Company, V. and Lancis, J. (2012) Single-Pixel Digital Ghost Holography. *Physical Review A*, **86**, Article 041803. <https://doi.org/10.1103/physreva.86.041803>
- [8] Clemente, P., Durán, V., Tajahuerce, E., Andrés, P., Climent, V. and Lancis, J. (2013) Compressive Holography with a Single-Pixel Detector. *Optics Letters*, **38**, 2524-2527. <https://doi.org/10.1364/ol.38.002524>
- [9] Ota, K. and Hayasaki, Y. (2018) Complex-Amplitude Single-Pixel Imaging. *Optics Letters*, **43**, 3682-3685. <https://doi.org/10.1364/ol.43.003682>
- [10] Fienup, J.R. (1982) Phase Retrieval Algorithms: A Comparison. *Applied Optics*, **21**, 2758-2769. <https://doi.org/10.1364/ao.21.002758>
- [11] Shechtman, Y., Eldar, Y.C., Cohen, O., Chapman, H.N., Miao, J. and Segev, M. (2015) Phase Retrieval with Application to Optical Imaging: A Contemporary Overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, **32**, 87-109. <https://doi.org/10.1109/msp.2014.2352673>
- [12] Soldevila, F., Durán, V., Clemente, P., Lancis, J. and Tajahuerce, E. (2018) Phase Imaging by Spatial Wavefront Sampling. *Optica*, **5**, 164-174. <https://doi.org/10.1364/optica.5.000164>
- [13] Horisaki, R., Matsui, H. and Tanida, J. (2017) Single-Pixel Compressive Diffractive Imaging with Structured Illumination. *Applied Optics*, **56**, 4085-4089. <https://doi.org/10.1364/ao.56.004085>