

多材质下落弹球碰撞动力学特性的实体 - 仿真对比研究

李文杰, 李文睿, 李如凯, 祝菲霞*

楚雄师范学院物理与电气能源工程学院, 云南 楚雄

收稿日期: 2026年3月10日; 录用日期: 2026年5月19日; 发布日期: 2026年5月29日

摘要

本研究聚焦下落弹球碰撞弹跳过程的力学特性。基于牛顿第二定律与机械能守恒定律, 建立含空气阻尼的下落弹球动力学模型。结合4K@60fps逐帧采样, 像素精度达0.05 mm的手机与Tracker软件采集数据的实体实验、MATLAB R2024a App Designer搭建的可视化仿真平台, 系统分析碰撞动量与能量传递, 实现下落高度、球体材质等参数的灵活调控。

关键词

碰撞球, 弹性恢复系数, 能量损耗, MATLAB, Tracker

A Comparative Study of the Physical-Simulation on Dynamic Characteristics of Collision of Multi-Material Falling Balls

Wenjie Li, Wenrui Li, Rukai Li, Feixia Zhu*

School of Physics, Electrical and Energy Engineering, Chuxiong Normal University, Chuxiong Yunnan

Received: March 10, 2026; accepted: May 19, 2026; published: May 29, 2026

Abstract

This study focuses on the mechanical characteristics of the collision and bounce process of falling balls. Based on Newton's second law and the law of conservation of mechanical energy, a dynamic model of

*通讯作者。

文章引用: 李文杰, 李文睿, 李如凯, 祝菲霞. 多材质下落弹球碰撞动力学特性的实体-仿真对比研究[J]. 应用物理, 2026, 16(5): 556-564. DOI: 10.12677/app.2026.165051

a falling ball considering air damping is established. Combined with physical experiments adopting frame-by-frame sampling at 4K@60fps, a mobile device with 0.05 mm pixel precision and Tracker software for data acquisition, as well as a visual simulation platform constructed via App Designer in MATLAB R2024a, the momentum and energy transfer in collision processes are systematically analyzed. Flexible regulation of parameters, including falling height and ball material, is realized.

Keywords

Collision Ball, Coefficient of Restitution, Energy Loss, MATLAB, Tracker

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着物理实验教学向精准化、可视化、可重复方向演进，传统下落弹球实体实验难以满足复杂力学特性探究需求，存在参数调节成本高、运动现象捕捉困难、能量损失机制量化不足等瓶颈[1][2]。现有研究多聚焦理想条件下的碰撞理论推导或单一材质球运动分析，鲜少文献系统对比不同材质、初始高度下的动力学差异；且空气阻尼与材料非线性形变的耦合场景下，仿真模型的实用性与误差量化仍缺乏验证，难以形成标准化教学方案。本研究基于 MATLAB App Designer 平台，构建多参数调控与实时数据对比的下落弹球虚拟实验系统；构建“高速摄像 + Tracker 追踪 + MATLAB 反演”三位一体，量化空气阻尼系数、恢复系数等关键参数的测量误差，为碰撞力学实验教学提供标准化范式。

2. 实验原理

下落弹球模型是在一定高度下球无初速度下落和桌面物体碰撞弹跳的过程，过程中球的碰撞和弹跳重复进行。涉及碰撞理论、能量传递和运动学相关原理。

2.1. 下落弹球原理分析

球下落和碰撞后上升过程的受力分析如图 1 所示，根据牛顿第二定律：

$$G + f = ma \quad (1)$$

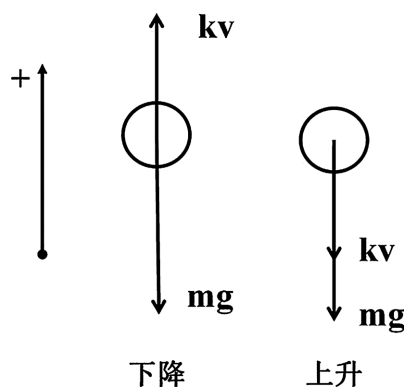


Figure 1. Schematic diagram of the falling ball

图 1. 下落弹球原理图

当建立坐标系, 规定向上为正方向, 下降过程的牛顿第二定律改为:

$$-mg + kv = m \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

k 是空气阻尼系数, $t=0$ 时, $v=0$, t 时刻的速度为 v , 对公式(2)进行处理得到下落过程的速度:

$$v_{\downarrow} = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{kt}{m}} \right) \quad (3)$$

下落过程的高度公式为:

$$y_{\downarrow} = H + \frac{mgt}{k} + \frac{m^2g}{k^2} \left(1 - e^{-\frac{kt}{m}} \right) \quad (4)$$

同理, 上升过程的牛顿第二定律改为:

$$-mg - kv = m \frac{dv}{dt} \quad (5)$$

得到上升过程的速度:

$$v_{\uparrow} = \left(\frac{mg}{k} + v_0 \right) e^{-\frac{kt}{m}} - \frac{mg}{k} \quad (6)$$

上升过程的高度为:

$$y_{\uparrow} = \left(\frac{mg}{k} + v_0 \right) e^{-\frac{kt}{m}} - \frac{mg}{k} \quad (7)$$

2.2. 下落弹球能量损失率和恢复系数

当球从某一高度 H_0 无初速度释放, 到达地面后, 经过多次碰撞, 每次与地面碰撞前的速度是 v_n , 碰后的速度是 v_{n+1} , 下落高度是 H_n , 反弹之后上升的最大高度为 H_{n+1} , 通过预实验可知受碰撞和空气阻力影响碰撞后反弹的高度都比初始高度要低, 过程如图 2 所示。

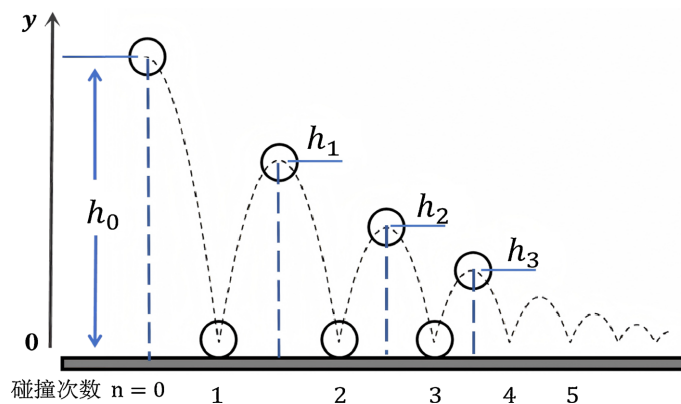


Figure 2. Schematic diagram of the collision and bounce process of a falling ball
图 2. 下落弹球碰撞弹跳过程示意图

根据动能定律:

$$W = \Delta E_k \quad (8)$$

球弹跳过程仅有重力做功，动能定律改为：

$$W_G = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (9)$$

分别得到下落过程和上升过程的动能定律方程：

$$mgh_n = \frac{1}{2}mv_n^2 - 0 \quad (10)$$

$$-mgh_{n+1} = 0 - \frac{1}{2}mv_{n+1}^2 \quad (11)$$

能量损失率 $E_{\text{损}}\%$ 计算公式如下：

$$E_{\text{损}}\% = \frac{\frac{1}{2}mv_n^2 - \frac{1}{2}mv_{n+1}^2}{\frac{1}{2}mv_n^2} \quad (12)$$

将(11)、(12)式代入(13)式得到：

$$E_{\text{损}} = 1 - \frac{H_{n+1}}{H_n} \quad (13)$$

计入空气阻力的影响时，使用公式(13)计算能量损失率是不合理的，能量损失率应该通过乒乓球与地面碰撞前后的速度来计算，即：

$$E_{\text{损}} = 1 - \frac{v_{\text{下}}^2}{v_{\text{上}}^2} \quad (14)$$

根据恢复系数的定义：在物体运动的方向上，分离速度与接近速度的比值，我们可以得到(15)式[3]：

$$e = \frac{v_n}{v_{n+1}} \quad (15)$$

综上所述，通过对下落弹球的运动过程进行受力分析，结合牛顿第二定律得到了下落及上升过程的速度公式(3)、(6)和高度公式(4)、(7)，并通过动能定律与恢复系数的定义推导出了能量损失率及相关表达式(14)、(15)。

3. 研究方法与实验装置

3.1. 研究方法

本实验以不同材质的下落弹球作为研究对象，首先通过对球进行受力分析，依据牛顿第二定律和机械能守恒定律[4]，建立动力学模型；然后进行实体与仿真实验：实体实验通过使用 4K@60fps 逐帧采样，像素精度达 0.05 mm 手机拍摄运动视频，结合 Tracker 软件对视频逐帧追踪分析，提取下落弹球运动的位移、速度数据；仿真实验参考 MATLAB R2024a App Designer 虚拟仿真系统的开发逻辑[5]，模拟不同下落弹球的碰撞过程，最后对比实体与仿真数据，验证模型准确性。

3.2. 实验装置

下落弹球实验装置如下图 3 所示。乒乓球、钢球、玻璃球、厚玻璃板、铁架台、横杆、钢卷尺、电子秤、游标卡尺、可以拍摄 4K@60fps 逐帧采样，像素精度达 0.05 mm 的智能手机、手机支架和下载有 MATLAB R2024a App Designer 版本和 Tracker 软件的笔记本电脑。



Figure 3. Diagram of the experimental apparatus
图 3. 实验装置图

4. 实验步骤

4.1. 下落弹球实体实验

将装置置于水平桌面。打开手机录像并显示水平线，固定在距装置约 0.5 m 支架上并调整角度。调试好装置后，分别将乒乓球从 0.3 m、0.5 m、0.7 m 的高度释放，记录前四次碰撞过程，将视频导入 Tracker 软件中，如图 4 所示，得到的乒乓球高度和速度随时间变化的数据、初始下落高度和最大反弹高度记录在 Excel 表中。换用玻璃球、钢球重复上述步骤，完成全部数据记录。

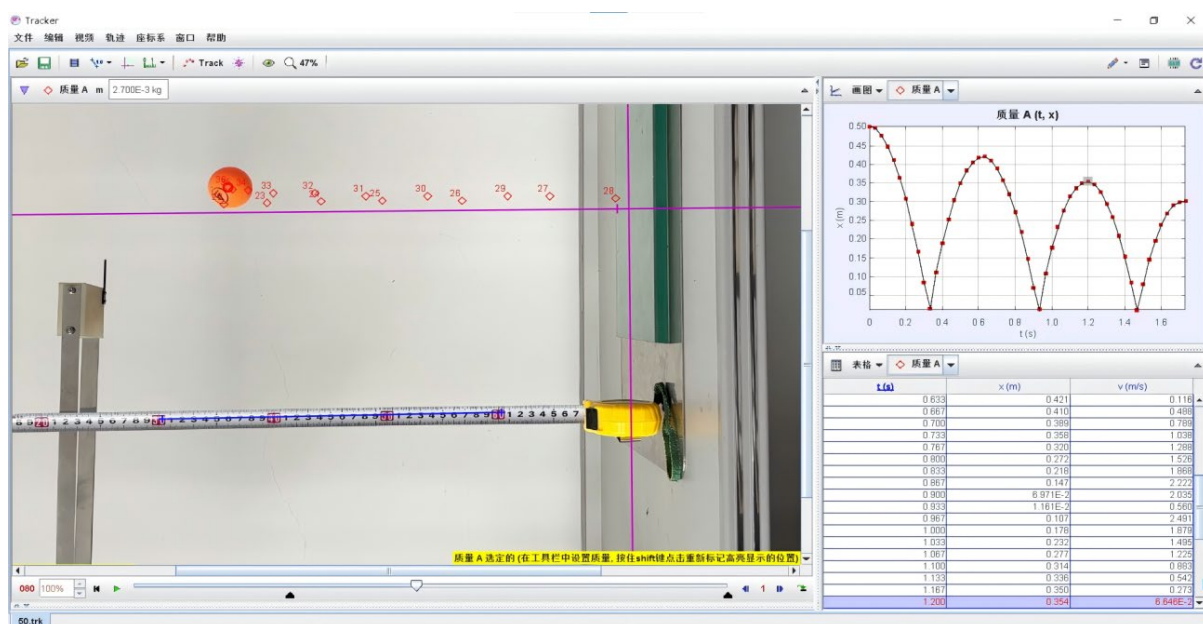


Figure 4. Tracker data acquisition
图 4. Tracker 数据采集

4.2. 下落弹球仿真实验

下落弹球采用以下实验操作步骤完成相关数据测量: 打开 MATLAB App, 点击“实体实验数据导入”, 导入 Excel 参数文件。点击下落弹球界面的“仿真与实体实验对比”, 程序自动解算下落位移、速度变化。叠加分析实体与仿真数据曲线, 调整阻尼系数、恢复系数重复仿真, 完成实验。

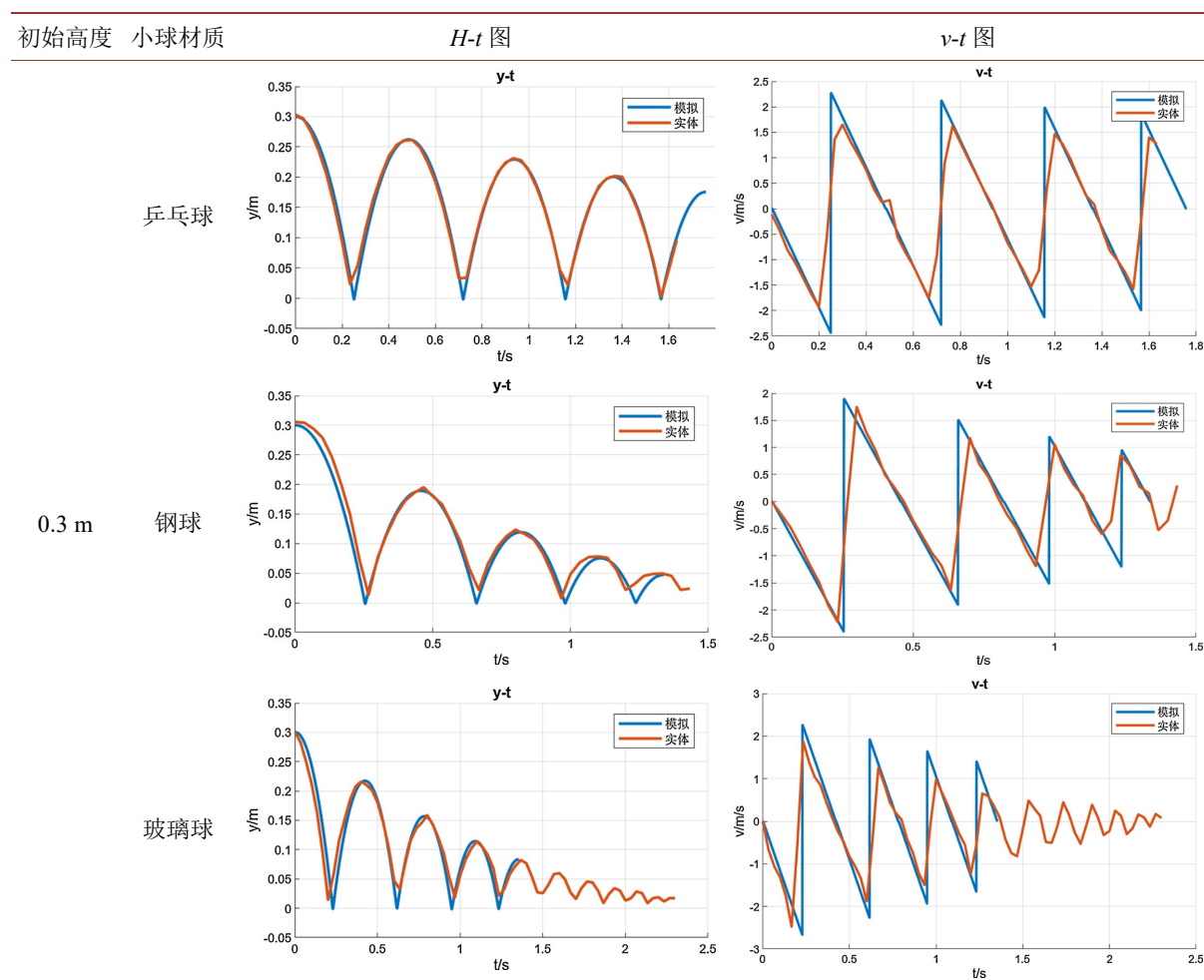
5. 不同弹球实体实验与仿真实验对比分析

5.1. 实体实验与仿真实验对比分析

在 App 工作界面中分别设置参数 $H = 0.3 \text{ m}$ 、 0.5 m 、 0.7 m , 不断调整 k 值和 e 值至实体实验与仿真实验的 $H-t$ 图像高度重合, 得到乒乓球、钢球、玻璃球的高度随时间变化曲线以及速度随时间变化曲线, 如表 1 所示。

Table 1. Partial data comparison between different ball entities and simulation experiments

表 1. 不同弹球实体与仿真实验对比的部分数据



由表 1 中部分下落弹球数据对比分析可以看出, 实体实验与仿真实验的 $H-t$ 图重合度很高, 相较于 $H-t$ 图, $v-t$ 图的重合度较差。观察 $v-t$ 图, 不难看出, 实体实验与仿真实验的碰撞时间节点是吻合的, 进一步验证了该仿真模型模拟实体实验的可靠性。以上实验得到的下落弹球数据记录在下表 2~4 中。

5.2. 空气阻尼系数 k 、恢复系数 e

(1) 空气阻尼系数 k

同一下落弹球初始下落高度不同时，在乒乓球应用的条件下，即乒乓球的质量、最大迎风面积、表面粗糙程度等均相同，影响乒乓球运动过程中空气阻尼系数 k 的主要因素是环境因素[6]。如表 2~4 中三个不同种类的球三次不同高度的实验均在相同环境条件下完成，通过参数反演调整得到空气阻尼系数 k 均为 0.001 kg/s [7]。

(2) 恢复系数 e

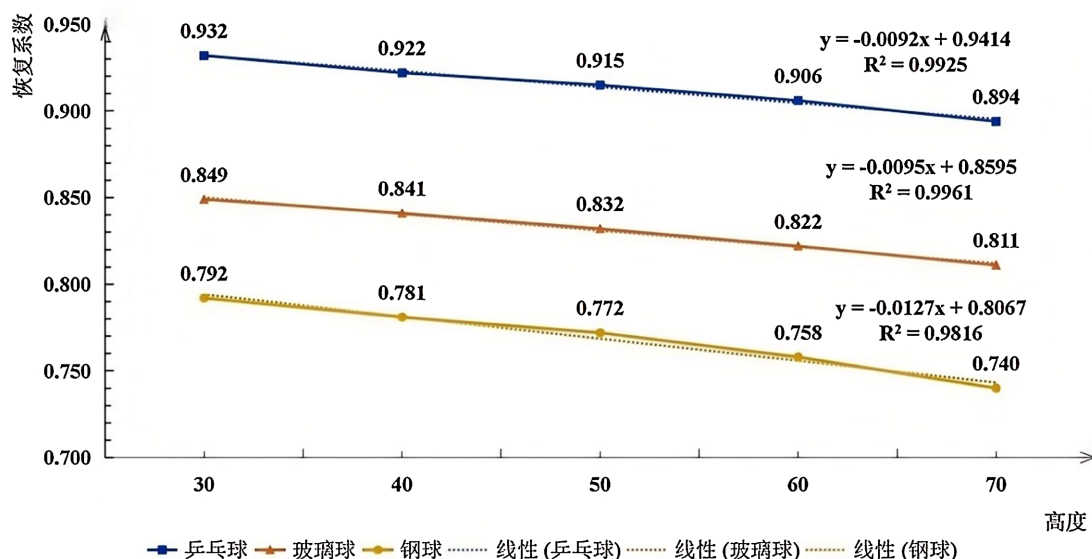


Figure 5. Recovery coefficient of ball bouncing at different initial heights

图 5. 弹球不同初始高度的恢复系数

对三种弹球从不同初始高度下落的恢复系数数据进行线性拟合，如图 5 所示，得到：乒乓球对应的拟合方程为 $y = -0.0092x + 0.9414$ ，决定系数 $R^2 = 0.9925$ ；玻璃球对应的拟合方程为 $y = -0.0095x + 0.8595$ ， $R^2 = 0.9961$ ；钢球对应的拟合方程为 $y = -0.0127x + 0.8067$ ， $R^2 = 0.9816$ 。

从拟合结果可知，三种弹球对应的拟合方程斜率均为负值，且 R^2 均接近 1，说明拟合关系具有较高的可靠性。斜率为负表明，随着初始下落高度的增大，恢复系数呈线性递减趋势；结合各弹球在不同高度下的恢复系数实测值，也可观察到高度每增加一个单位，恢复系数对应降低一个固定的幅度。由此可明确得出结论：恢复系数 e 随着初始下落高度的增加，有明显的下降趋势[8]。

这一趋势的物理机制可解释为：初始高度越高，弹球下落至碰撞时的速度越大，碰撞瞬间的形变程度加剧，导致碰撞过程中的能量损耗增加，最终体现为恢复系数的降低。

5.3. 能量损失率 $E\%$

通过实体仿真拟合得到的数据填到表 2~4 中，如下所示。

(1) 同一高度不同弹球下的能量损失率 $E\%$

从表 2~4 中得到同一高度不同球下落，能量损失率的变化与弹球材料没有规律性。如表 2~4 初始高度为 30 cm 时，乒乓球、玻璃球、钢球，第一次碰撞的实体实验能量损失率分别为 13.53%、28.03%、36.14%，仿真试验能量损失率为 12.59%、27.59%、36.93%。说明在同一高度不同球下落弹跳过程中，能量

Table 2. Data on recovery coefficients and energy loss rates for the table tennis drop and bounce experiments
表 2. 乒乓球下落弹跳实验恢复系数与能损率数据

乒乓球初始高度/cm		30			50			70		
恢复系数 $ e $		0.932			0.915			0.894		
空气阻尼系数 $k/\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$		0.001			0.001			0.001		
能量损失率%	碰撞次数 n	实体	模拟	$\Delta/\%$	实体	模拟	$\Delta/\%$	实体	模拟	$\Delta/\%$
	1	13.53	12.59	6.94	15.12	15.74	4.10	20.58	19.75	4.03
	2	11.83	12.51	5.75	15.91	16.20	1.82	18.66	19.62	5.14
	3	12.55	12.53	0.16	14.69	15.74	7.15	16.70	19.63	17.54
	4	11.83	12.50	5.66	15.91	15.71	1.26	18.66	19.98	7.07

Table 3. Data on recovery coefficient and energy loss rate for the glass ball drop and bounce experiments
表 3. 玻璃球下落弹跳实验恢复系数与能损率数据

玻璃球初始高度/cm		30			50			70		
恢复系数 $ e $		0.849			0.832			0.811		
空气阻尼系数 $k/\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$		0.001			0.001			0.001		
能量损失率%	碰撞次数 n	实体	模拟	$\Delta/\%$	实体	模拟	$\Delta/\%$	实体	模拟	$\Delta/\%$
	1	28.03	27.59	1.57	30.39	30.55	0.53	35.06	33.92	3.25
	2	26.56	27.83	4.78	31.65	30.37	4.36	33.56	34.15	1.76
	3	28.08	27.04	3.70	30.43	30.56	0.43	33.33	34.16	2.49
	4	27.90	27.13	2.76	30.41	30.56	0.49	32.75	33.86	3.39

Table 4. Data on recovery coefficient and energy loss rate for steel ball drop and bounce experiments
表 4. 钢球下落弹跳实验恢复系数与能损率数据

钢球初始高度/cm		30			50			70		
恢复系数 e		0.792			0.772			0.740		
空气阻尼系数 $k/\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$		0.001			0.001			0.001		
能量损失率%	碰撞次数 n	实体	模拟	$\Delta/\%$	实体	模拟	$\Delta/\%$	实体	模拟	$\Delta/\%$
	1	36.14	36.93	2.19	41.05	40.26	1.92	45.79	45.21	1.27
	2	36.68	37.01	0.90	39.14	39.93	2.02	44.77	45.07	0.67
	3	36.54	36.80	0.71	39.81	40.35	1.36	43.82	44.85	2.35
	4	36.74	37.20	1.25	39.62	40.01	0.98	43.01	44.86	4.30

损失率与弹球材料有关，能量损失与材料有关，钢球能量损失率大于玻璃球能量损失率大于乒乓球能量损失率。

(2) 同一弹球不同高度下的能量损失率 $E\%$

能量损失率随高度的变化遵循以下规律：以乒乓球碰撞为例，随初始高度的增加，实体实验和仿真实验的能量损失率均呈现增加的趋势。如表 2~4 当乒乓球的初始高度为 30 cm、50 cm、70 cm 时，第一次碰撞实体实验能量损失率分别为 13.53%、15.12%、20.58%，仿真实验能量损失率分别为 12.59%、15.74%、

19.75%。这表明随着初始高度的增加,乒乓球与厚玻璃板碰撞时的速度在增加,导致碰撞过程的能量损失更加显著[3]。

6. 结论

本研究通过参数反演确定空气阻尼系数 k 为 0.001 kg/s ; 对实验数据进行对比,发现恢复系数 e 随初始下落高度的增加呈明显下降趋势;不同材质球体的能量损失率为钢球大于玻璃球大于乒乓球,并且所建含空气阻尼的动力学模型与 MATLAB 仿真平台的结果和实体实验契合度高,该研究不仅弥补了传统实体实验参数调节受限、误差较大的缺陷,还为碰撞力学中的能量传递、非线性振荡等抽象概念提供了直观的教学载体。

基金项目

2024 年度云南省大学生创新训练项目省级:动量仿真实验的开发及应用研究(项目编号: S202411391089); 中学物理短视频教学资源开发与应用研究(项目编号: S202411391045)。

参考文献

- [1] 曾蓓,程敏熙.利用 Tracker 软件研究自由落体运动教学及不同小球的下落与弹跳过程[J].物理教师,2018,39(12):75-78.
- [2] 周瑞.自由落体频闪模型在高中物理力学实验中的应用[J].数理化解题研究,2025(19):105-107.
- [3] 周坤,李航远,孙宝印,等.居家自主设计探究性实验——基于 Tracker、Python 软件的落体球碰撞能量损失率实验优化[J].物理教师,2021,42(11):51-54.
- [4] 俞晓明,崔益和,陈飞,等.恢复系数及重力加速度的落球弹跳法测量[J].大学物理,2010,29(11):35-36+58.
- [5] 刘嘉宁,张景璐.基于 Matlab 的大学物理问题驱动式教学[J].大学物理,2025,44(7):72-77.
- [6] 代超超,杨凯,龙姝明.空气阻力与球体运动速度的函数关系[J].物理与工程,2013,23(4):61-64.
- [7] 王喜艳,丁益民,闫燕,史振宇.基于 Tracker 软件的羽毛球空气阻力及运动轨迹研究[J].大学物理,2019,38(11):33-35,40.
- [8] 蓝孝斌.不同拍弦磅数对网球拍性能的影响研究[D]:[硕士学位论文].聊城:聊城大学,2023.