

基于MPC-AUKF的多加热器阵列温控研究

孟龙^{1,2,3}, 秦羽瑞^{1,2,3}, 李文浩^{1,2,3}, 袁英才^{1,2,3,4*}, 程浩普^{1,2,3}, 唐梅娜^{1,2,3}, 季陈浩^{1,2,3},
张博^{1,2,3}, 乔俊伟⁵

¹北京印刷学院数字化印刷装备北京市重点实验室, 北京

²北京印刷学院印刷装备北京市高等学校工程研究中心, 北京

³北京印刷学院机电工程学院, 北京

⁴北京印刷学院北京市印刷电子工程技术研究中心, 北京

⁵上海出版印刷高等专科学校, 上海

收稿日期: 2026年5月12日; 录用日期: 2026年6月16日; 发布日期: 2026年6月24日

摘要

多加热器阵列系统因包含对流散热、非线性辐射换热及节点间热耦合效应而呈现强非线性、强耦合特征。本文针对包含10个加热节点的非线性多加热器阵列系统, 提出了一种融合自适应无迹卡尔曼滤波器(AUKF)与模型预测控制(MPC)的协同控制框架。AUKF通过新息滑窗协方差估计、指数移动平均突变检测及协方差膨胀限幅机制实现噪声统计特性的在线自适应更新, MPC控制器则采用实时线性化策略以适应系统强非线性。基于50组独立随机种子的蒙特卡洛仿真实验表明, MPC + AUKF方案实现了全程RMSE为 3.96 ± 0.05 K、调节时间12步及稳态误差 0.247 ± 0.011 K, 较PID + EKF基准方案RMSE降低69.0%, 较MPC + EKF稳态后RMSE由5.94 K降至0.31 K (降低94.8%)。消融实验验证了实时线性化使调节时间改善22.5倍, PID替代MPC导致系统全程无法收敛。

关键词

模型预测控制, 自适应无迹卡尔曼滤波, 多加热器阵列, 非线性温度控制, 状态估计

Research on Temperature Control of Multi-Heater Array Based on MPC-AUKF

Long Meng^{1,2,3}, Yurui Qin^{1,2,3}, Wenhao Li^{1,2,3}, Yingcai Yuan^{1,2,3,4*}, Haopu Cheng^{1,2,3},
Meina Tang^{1,2,3}, Chenhao Ji^{1,2,3}, Bo Zhang^{1,2,3}, Junwei Qiao⁵

¹Beijing Key Laboratory of Digital Printing Equipment, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing

²Beijing Higher Institution Engineering Research Center of Printing Equipment, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing

³School of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing

⁴Beijing Engineering Technology Research Center of Printed Electronics, Beijing Institute of Graphic

*通讯作者。

文章引用: 孟龙, 秦羽瑞, 李文浩, 袁英才, 程浩普, 唐梅娜, 季陈浩, 张博, 乔俊伟. 基于 MPC-AUKF 的多加热器阵列温控研究[J]. 应用物理, 2026, 16(6): 703-714. DOI: 10.12677/app.2026.166064

Abstract

Multi-heater array systems exhibit strongly nonlinear and highly coupled characteristics due to convective heat dissipation, nonlinear radiative heat transfer, and inter-node thermal coupling effects. Targeting an on linear multi-heater array system with 10 heating nodes, this paper proposes a synergistic control framework integrating an Adaptive Unscented Kalman Filter (AUKF) and Model Predictive Control (MPC). The AUKF realizes the online adaptive updating of noise statistical characteristics through innovation sliding window covariance estimation, exponential moving average abrupt change detection, and covariance inflation clipping mechanisms, while the MPC controller employs a real-time linearization strategy to accommodate the strong nonlinearity of the system. Monte Carlo simulation experiments based on 50 independent random seeds demonstrate that the MPC + AUKF scheme achieves an overall RMSE of 3.96 ± 0.05 K, a settling time of 12 steps, and a steady-state error of 0.247 ± 0.011 K. Compared with the PID + EKF baseline scheme, the overall RMSE is reduced by 69.0%, and compared with the MPC + EKF approach, the post-steady-state RMSE is reduced from 5.94 K to 0.31 K (a reduction of 94.8%). Ablation studies confirm that real-time linearization improves the settling time by 22.5 times, whereas replacing MPC with PID results in a complete failure of system convergence through out the entire process.

Keywords

Model Predictive Control, Adaptive Unscented Kalman Filter, Multi-Heater Array, Nonlinear Temperature Control, State Estimation

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

多加热器阵列温度控制系统在半导体快速热处理、印刷电子固化及化工过程等领域具有重要应用。此类系统因包含 Stefan-Boltzmann 辐射 T^4 非线性项、节点间热传导耦合及对流散热效应而呈现强非线性、多变量耦合特征[1]。当噪声统计特性时变或模型参数存在不确定性时，实现多节点温度的精准协调控制面临显著挑战。

在控制策略方面，模型预测控制(MPC)凭借其在有限时域内的滚动优化能力，可同时处理多变量耦合与输入约束。Mayne 等[2]系统证明了约束 MPC 在名义状态反馈下的稳定性与最优性条件。Qin 与 Badgwell [3]通过对工业应用的全面调查，指出 MPC 已成为过程工业中最广泛采用的先进控制技术。Morari 与 Lee [4]对 MPC 三十年发展进行了回顾，强调模型精度是决定控制性能的核心因素。在温控领域，Schaper 等 [5]针对快速热处理系统建立了多区温度模型并设计了基于模型的多变量控制器，实现了晶圆温度均匀性 $\pm 2^\circ\text{C}$ 以内的控制精度。Yao 与 Shekhar [6]综述了 MPC 在暖通空调领域的应用，指出 MPC 较传统 PID 可节能 15%~30%。Lucia 等[7]将多级非线性 MPC 应用于存在不确定性的间歇聚合反应器，验证了 MPC 对模型失配的鲁棒性。Bequette [8]指出，对于含强非线性的化工过程，线性化模型必须随工作点实时更新，

否则控制性能将急剧退化。然而,上述研究中 MPC 多假定状态完全可测,未充分考虑噪声环境下状态估计误差对控制性能的影响。

在状态估计方面, Kalman [9]提出的卡尔曼滤波器虽为线性高斯系统的最优估计方案,但无法直接处理非线性系统。Julier 与 Uhlmann [10]提出无迹卡尔曼滤波器(UKF),通过 Sigma 点确定性采样策略直接传播非线性系统的均值与协方差,避免了 EKF 的雅可比截断误差,在非线性和精度上达到二阶近似。Wan 与 Van der Merwe [11]进一步发展了 UKF 理论框架,通过对相同非线性系统的对比实验表明 UKF 的估计精度系统性优于 EKF。Plett [12]将 EKF 应用于锂电池荷电状态估计,发现当电池模型参数存在偏差时 EKF 产生持续系统性估计误差。Xiong 等[13]在电动汽车电池参数估计中采用多尺度 EKF 方法,指出滤波器内部模型与真实系统的参数失配是估计偏差的主要来源。

针对噪声统计特性时变的问题,自适应滤波技术提供了有效解决途径。Mehra [14]较早提出基于新息序列协方差匹配的自适应方法,奠定了在线噪声估计的理论基础。Mohamed 与 Schwarz [15]系统比较了四类自适应卡尔曼滤波策略,发现基于新息的方法在计算效率与精度间取得了较好平衡。Sarkka 与 Nummenmaa [16]从变分贝叶斯角度推导了递推噪声自适应滤波器,实现了 Q 和 R 的联合在线估计。Huang 等[17]针对过程噪声和测量噪声协方差矩阵均不精确的情况提出了一种新型自适应卡尔曼滤波器,在理论上证明了其在噪声失配条件下的一致性。Bavdekar 等[18]提出基于极大似然准则的噪声协方差辨识方法并与 EKF 结合,验证了在线噪声估计可显著提升状态估计精度。Lee [19]在综述中指出,将自适应估计器与 MPC 结合以应对不确定性是未来重要研究方向。Mayne [20]进一步强调, MPC 在噪声和扰动环境下的鲁棒性高度依赖状态估计器的质量,估计偏差将通过控制回路放大[21]。

结合以上现状,现有研究在以下方面存在不足:(1) 针对含辐射 T⁴强非线性的多加热器阵列系统,缺乏 MPC 与自适应 Sigma 点滤波器协同设计的系统研究;(2) 实时线性化策略对 MPC 预测精度的定量影响尚不明确;(3) 不同滤波器与 MPC 组合的性能差异缺乏基于蒙特卡洛仿真的统计性对比。本文提出融合 AUKF 与 MPC 的协同控制框架, AUKF 通过新息滑窗协方差估计、指数移动平均突变检测及协方差膨胀限幅三层机制实现噪声在线自适应, MPC 采用实时线性化策略适应系统非线性,并通过 50 组蒙特卡洛仿真及消融实验系统验证各组件的独立贡献。

2. 系统建模

2.1. 非线性多加热器热系统模型

本文考虑由 $N = 10$ 个加热节点通过热传导依次串联组成的一维链式多加热器阵列系统。每个节点 $i (i = 0, 1, \dots, 9)$ 具有质量 $M = 0.5 \text{ kg}$ 、比热容 $C_p = 900 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 和散热表面积 $A = 0.02 \text{ m}^2$ 。根据能量守恒定律,第 i 个节点温度 T_i 的动力学方程为:

$$M \cdot C_p \cdot \left(\frac{dT_i}{dt} \right) = u_i - h_c \cdot A \cdot (T_i - T_a) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_i^4 - T_r^4) + k_c \cdot \sum_{j \in N(i)} (T_j - T_i) \quad (1)$$

其中 u_i 为第 i 个加热器输入功率,受约束 $0 \leq u_i \leq 500 \text{ W}$; h_c 为对流换热系数; $T_a = 293.15 \text{ K}$ 为环境温度; $\varepsilon = 0.85$ 为表面辐射发射率; $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ 为 Stefan-Boltzmann 常数; $T_r = 295.15 \text{ K}$ 为辐射背景温度; $k_c = 1.5 \text{ W}/\text{K}$ 为相邻节点热传导系数; $N(i)$ 为节点 i 的邻居节点集合。式(1)右端三个散热项分别对应线性对流散热、非线性辐射换热和节点间热传导耦合。辐射项中的 T_i^4 依赖关系是系统强非线性特征的主要来源。参考温度按节点编号呈梯度分布,从节点 0 的 340 K 递增至节点 9 的 358 K,步长 2 K。系统仿真采用四阶 Runge-Kutta 方法对式(1)进行数值积分,离散化步长 $\Delta t = 1 \text{ s}$ 。考虑过程噪声 w_k 和测量噪声 v_k 后,离散随机状态空间模型为:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= F_d(x_k, u_k) + w_k, w_k \sim N(0, Q_k) \\y_k &= x_k + v_k, v_k \sim N(0, R_k)\end{aligned}\quad (2)$$

其中 $x = [T_0, T_1, \dots, T_9]^T$ 为状态向量 $F_d(\cdot)$ 为 RK4 积分运算符。过程噪声标准差设定为时变形式: $t < 300$ s 时 $\sigma_w = 0.3$ K; $t \geq 300$ s 后 $\sigma_w = 0.3 + 2.2 \cdot \exp(-(t-300)/30)$ K, 模拟噪声环境的突变特性。系统在 $t = 200$ s 时刻施加对流换热系数 h_c 的阶跃突变用以评估鲁棒性。

在工作点 \bar{x} 处对式(1)进行线性化, 离散化线性模型矩阵采用一阶近似为:

$$\begin{aligned}A_d(i, i) &= 1 - \frac{[h_c \cdot A + 4\varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot \bar{x}^3 + k_c \cdot n_i] \cdot \Delta t}{M \cdot C_p} \\A_d(i, j) &= \frac{k_c \cdot \Delta t}{M \cdot C_p}, j \in N(i) \\B_d &= \frac{\Delta t}{M \cdot C_p} \cdot I_{10}\end{aligned}\quad (3)$$

其中 $n_i = N(i)$ 为节点 i 的邻居数目。该线性化模型在 MPC 预测和滤波器 Jacobian 计算中均有使用。

2.2. 滤波器设计

本文实现并对比了四种状态估计器: 线性卡尔曼滤波器(KF)、扩展卡尔曼滤波器(EKF)、无迹卡尔曼滤波器(UKF)和自适应无迹卡尔曼滤波器(AUKF)。四种滤波器均遵循“预测-更新”两步递推框架, 其核心差异体现在状态预测方式和噪声参数处理策略上。

KF 采用式(3)的线性化模型直接进行状态预测和协方差传播, 使用固定噪声协方差 $Q_{KF} = 0.09 \cdot I$ 和 $R_{KF} = 0.25 \cdot I$ 。由于线性模型无法精确描述辐射项 T_i^4 的非线性效应, KF 在工作点偏移时估计精度急剧退化。EKF 在每个时间步通过非线性模型传播状态(使用 RK4 积分), 利用式(3)形式的 Jacobian 矩阵传播协方差。为模拟模型参数不确定性, EKF 内部使用偏差辐射发射率 $\varepsilon_{EKF} = 1.0$ (真实值 0.85), 并设置极小过程噪声 $Q_{EKF} = 10^{-6} \cdot I$, 使其过度信任存在偏差的内部模型。

UKF 通过确定性采样生成 $2N + 1 = 21$ 个 Sigma 点, 将其通过非线性状态转移函数直接传播, 避免了 Jacobian 矩阵计算和截断误差。尺度参数设置为 $\alpha = 0.3$ 、 $\beta = 2$ 、 $\kappa = 0$ 。标准 UKF 采用固定噪声协方差 $Q_{UKF} = 0.09 \cdot I$ 和 $R_{UKF} = 0.25 \cdot I$, 在噪声突变时因参数失配而性能下降。

AUKF 在标准 UKF 基础上增加了自适应噪声更新机制。定义新息向量 $v_k = y_k - \hat{x}_k | k-1$, AUKF 的自适应更新规则为:

$$\begin{aligned}\bar{e}_k &= 0.80 \cdot \bar{e}_{k-1} + 0.20 \cdot \text{mean}(v_k^2) \\r_k &= \frac{\text{mean}(v_k^2)}{\bar{e}_k + \delta} \\ \text{若 } r_k > 3.0: Q_k &\leftarrow \min(Q_k \cdot r_k \cdot 0.8, Q_{\max} \cdot I), \\ P_k &\leftarrow \min(P_k \cdot r_k \cdot 0.8, P_{\max} \cdot I)\end{aligned}\quad (4)$$

其中 \bar{e}_k 为指数移动平均(EMA)趋势估计, r_k 为突变检测比率, $\delta = 10^{-8}$ 为防零常数, Q_{\max} 和 P_{\max} 为膨胀上限。此外, AUKF 维护最近 $W = 15$ 个新息向量的滑窗, 当缓冲区累积至少 6 个样本后, 计算新息样本协方差 C_k 并按加权平均方式在线更新 R 和 Q 的对角元素。这一三层机制(EMA 突变检测、协方差膨胀、滑窗更新)使 AUKF 能够在噪声环境突变时快速调整滤波增益。

2.3. 模型预测控制器设计

MPC 控制器在每个控制步长内基于线性化模型在有限预测时域内求解最优控制序列。以当前状态估计值 \hat{x}_k 和当前对流换热系数 h_c 为工作点, 按式(3)计算离散化线性模型矩阵 A_d 和 B_d , 采用实时线性化策略每 8 步或 h_c 切换时更新一次。

构造预测矩阵 Φ 和 Γ 后, MPC 的二次规划代价函数为:

$$J = (\Phi \Delta x - \Delta X_{\text{ref}})^T \tilde{Q} (\Phi \Delta x - \Delta X_{\text{ref}}) + \Delta U^T \tilde{R} \Delta U \quad (5)$$

其中 $\Delta x = \hat{x}_k - x_{\text{ref}}$ 为偏差状态, ΔX_{ref} 为参考偏差序列, $\tilde{Q} = Q_w \cdot \mathbf{I} (Q_w = 1000)$ 为跟踪权重, $\tilde{R} = R_w \cdot \mathbf{I} (R_w = 0.1)$ 为控制增量惩罚权重, 预测时域 $N_p = 20$, 控制时域 $N_c = 8$ 。最终控制量叠加前馈补偿 u_{ff} 和积分修正项后在 $[0, 500]$ W 范围内饱和限幅:

$$u_k = \text{clip} \left(u_{ff} - K_{\text{MPC}} \cdot (\hat{x} - x_{\text{ref}}) + K_i \int e_k dt, 0, U_{\text{max}} \right) \quad (6)$$

其中 K_{MPC} 为由式(5)解析求解得到的增益矩阵, $K_i = 0.012$ 为积分增益。

上述参数通过网格搜索确定: N_p 在 $\{10, 15, 20, 30\}$ 、 Q_w 在 $\{100, 500, 1000, 5000\}$ 中对比, $N_p = 20$ 、 $Q_w = 1000$ 使 RMSE 与调节时间综合最优。AUKF 的 EMA 系数 0.80、突变阈值 3.0 和滑窗 $W = 15$ 分别通过统计正常运行阶段 r_k 的 99th 百分位(约 2.1)及 $W \in \{5, 10, 15, 20\}$ 对比实验确定。

2.4. 仿真设置与评价指标

所有仿真总时长 600 步, 蒙特卡洛实验采用 50 组独立随机种子。本文定义以下性能评价指标。

全程均方根误差衡量所有时间步和所有节点的综合跟踪精度:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{K \cdot N} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N (T_{i,k} - T_{i,\text{ref}})^2} \quad (7)$$

稳态后均方根误差衡量调节时间之后的跟踪精度:

$$\text{RMSE}_{\text{post}} = \sqrt{\frac{1}{K_{\text{post}} \cdot N} \sum_{k > T_s} \sum_{i=1}^N (T_{i,k} - T_{i,\text{ref}})^2} \quad (8)$$

稳态误差为后 30% 时段内绝对误差的平均值:

$$\text{SE} = \frac{1}{K_{30\%} \cdot N} \sum_{k \geq 0.7K} \sum_{i=1}^N |T_{i,k} - T_{i,\text{ref}}| \quad (9)$$

调节时间 T_s 定义为所有节点温度进入 $\pm 2 K$ 误差带并连续保持 25 步后的首步时刻, 取所有节点最大值:

$$T_s = \max \left\{ \min \left\{ k : |T_{i,\tau} - T_{i,\text{ref}}| \leq 2K, \forall \tau \in [k, k + 25] \right\} \right\} \quad (10)$$

总能耗为所有加热器输出功率的时间积分:

$$E = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N u_{i,k} \cdot \frac{\Delta t}{1000} \text{ (KJ)} \quad (11)$$

对比方案包括 PID + EKF、MPC + KF、MPC + EKF、MPC + UKF 和 MPC + AUKF, 消融方案包括 A-完整系统、B-固定 A_d 、C-UKF 实时、D-PID + AUKF 和 E-MPC + EKF。

2.5. 计算复杂度

MPC 每步计算的核心操作为构建预测矩阵 Φ ($N_p \times N$ 维)和 Γ ($N_p \times N_c \times N^2$ 维)并求解解析增益矩阵

KMPC, 计算复杂度为 $O(N_p \cdot N_c \cdot N^2)$; 实时线性化每 8 步执行一次 Jacobian 矩阵更新, 复杂度为 $O(N^2)$ 。AUKF 每步需传播 $2N + 1 = 21$ 个 Sigma 点通过非线性 RK4 积分, 复杂度为 $O(N \cdot N\Sigma)$, 其中 $N\Sigma = 2N + 1$; 协方差更新复杂度为 $O(N^2)$; 滑窗协方差计算复杂度为 $O(W \cdot N^2)$, $W = 15$ 。

在 Intel Core i7-12700H 处理器、Python 3.10 环境下测试(单线程, 未并行优化), 各模块单步平均耗时如表 1:

Table 1. Average single-step calculation time per module
表 1. 各模块单步平均计算耗时

模块	平均耗时/ms
RK4 数值积分	0.12
AUKF 预测 + 更新步	0.38
AUKF 自适应机制(滑窗 + EMA)	0.09
MPC 预测矩阵构建	1.24
MPC 增益求解(解析解)	0.67
实时线性化(每 8 步执行一次)	0.18
单步总耗时	≈ 2.68

系统时间步长 $\Delta t = 1$ s, 单步总耗时约 2.68 ms, 实时性裕量充足(占步长的 0.27%)。需指出, 上述结果基于 Python 仿真环境, 嵌入式部署时需重新评估; 未来可通过 C/C++ 代码移植、矩阵运算稀疏化和预测矩阵离线预计算等方式进一步降低计算负担。

3. 结果与分析

3.1. 跟踪性能对比

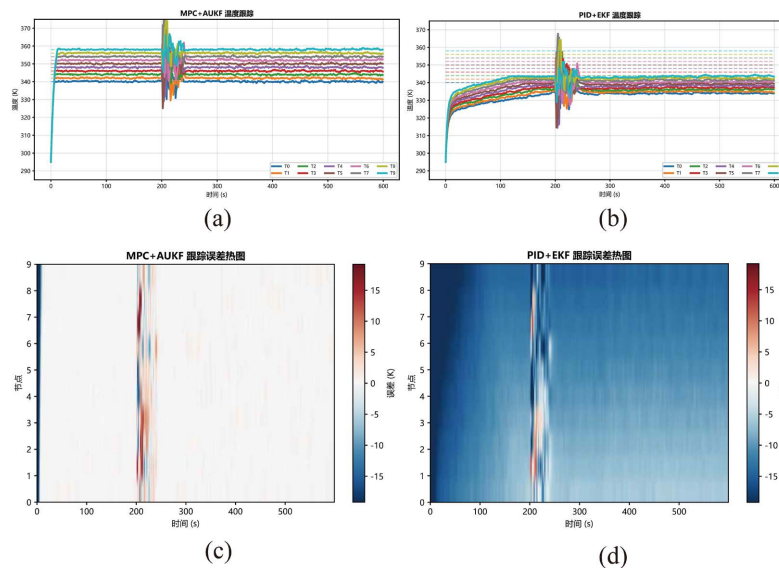


Figure 1. Comparison of temperature tracking performance: (a) Temperature trajectories of 10 nodes for MPC + AUKF; (b) Temperature trajectories of 10 nodes for PID + EKF; (c) Error heatmap of MPC + AUKF; (d) Error heatmap of PID + EKF. Dashed lines represent the reference temperature, and the vertical dotted line indicates the disturbance at $t = 200$ s

图 1. 温度跟踪性能对比: (a) MPC + AUKF 方案 10 节点温度轨迹; (b) PID + EKF 方案 10 节点温度轨迹; (c) MPC + AUKF 误差热力图; (d) PID + EKF 误差热力图。虚线为参考温度, 竖直点线为 $t = 200$ s 扰动时刻

图 1 对比了两种方案的温度跟踪性能。MPC + AUKF (图 1(a)) 约 12 步内从 295 K 收敛至各节点目标温度(340~358 K), $t = 200$ s 对流系数阶跃后约 30 步恢复稳态, 全程 RMSE 为 3.96 K, 稳态误差仅 0.247 K。PID + EKF (图 1(b)) 全程存在约 10 K 系统性欠调, 600 步仍未收敛, 根源在于 PID 独立环路无法协调节点间热耦合, 且 EKF 因发射率偏差($\epsilon_{\text{EKF}} = 1.0$ vs 真实 0.85) 产生持续估计偏差。图 1(c), 图 1(d) 的误差热力图进一步印证上述结论: MPC + AUKF 稳态区域近乎均匀白色, 仅启动期和 $t = 200$ s 处出现短暂色带; PID + EKF 全程呈 -10 至 -15 K 持续深色, 无改善趋势。能耗方面, MPC + AUKF 总能耗为 2169 kJ, PID + EKF 为 1614 kJ, 后者偏低系欠调导致的虚假节能, 不具参考价值。

3.2. 控制输入与动态误差

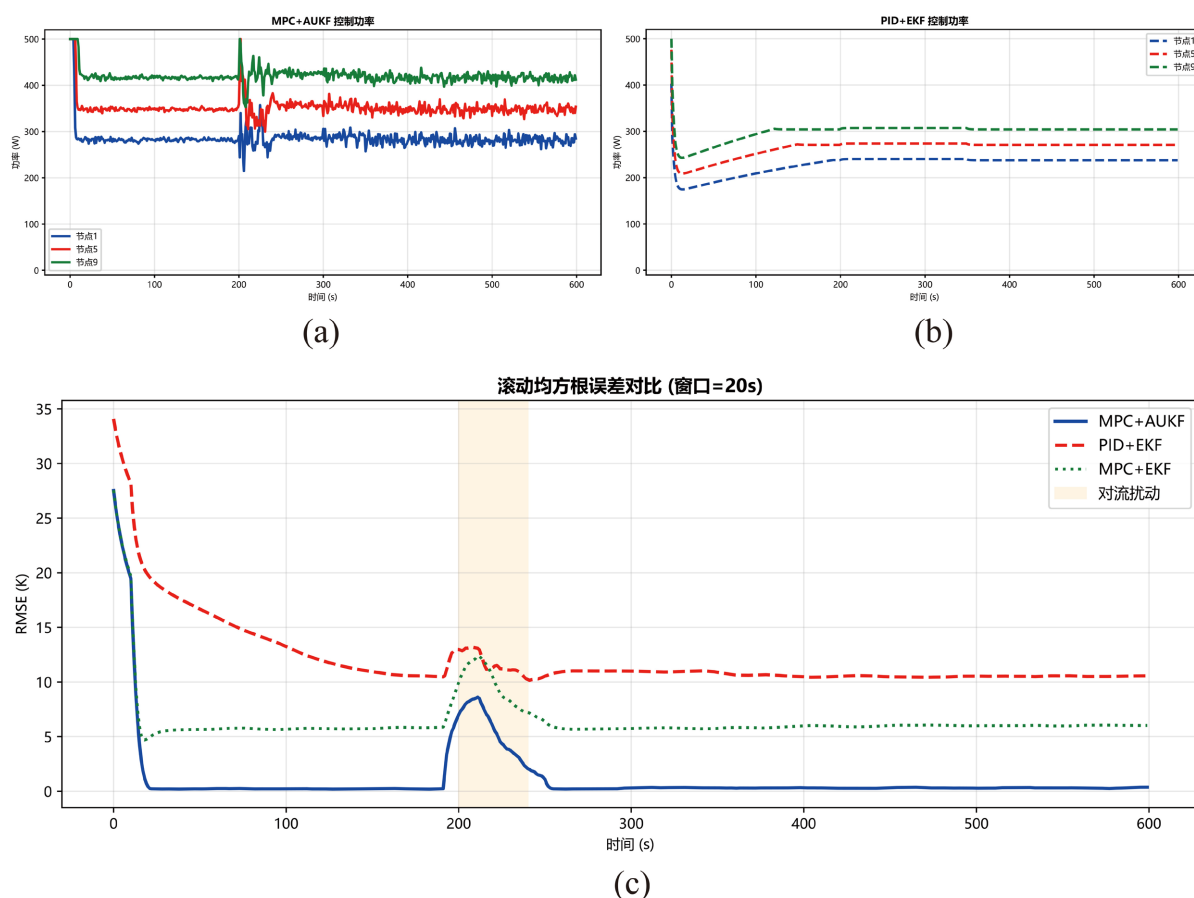


Figure 2. Control power and dynamic error: (a) Heating power curves of nodes 1, 5, and 9 under the MPC + AUKF scheme; (b) Heating power curves of nodes 1, 5, and 9 under the PID + EKF scheme; (c) Comparison of 20-step rolling RMSE among three schemes (the shaded area indicates the convective disturbance period)

图 2. 控制功率与动态误差: (a) MPC + AUKF 方案下节点 1、5、9 加热功率曲线; (b) PID + EKF 方案下节点 1、5、9 加热功率曲线; (c) 三种方案 20 步滚动 RMSE 对比(阴影区域为对流扰动时段)

图 2(a)与图 2(b)分别展示了 MPC + AUKF 与 PID + EKF 方案下节点 1、5、9 的控制功率曲线。MPC + AUKF 方案中, 各节点稳态功率与目标温度正相关(节点 9 约 420 W, 节点 5 约 330 W, 节点 1 约 285 W), 功率曲线在启动阶段存在短暂调整后迅速稳定; $t = 200$ s 对流扰动发生后, 三节点功率出现明显波动, 约 30 步内收敛至新稳态, 体现了 MPC 对扰动的主动补偿能力。PID + EKF 方案中, 三节点功率从启动初期的约 500 W 单调缓慢衰减, 全程未出现明显稳态平台, 与跟踪误差长期不收敛的表现相吻合,

说明 PID 控制器始终处于持续调整状态而未能实现稳定控制。

图 2(c)以 20 步滑窗 RMSE 对比了三种方案的动态精度演化。MPC + AUKF (实线)在约 $t = 30$ s 后迅速降至 0.3 K 以下并保持稳定, $t = 200$ s 扰动导致短暂峰值约 8.5 K, 随后快速恢复至近零水平, 全程稳态滚动 RMSE 远低于其他两种方案。PID + EKF (虚线)启动阶段 RMSE 高达约 28 K, 虽缓慢下降, 但至仿真结束仍维持在约 10.5 K, 始终未收敛。MPC + EKF (点线)初始约 5 K, 全程维持在 5.6~6.0 K 的高平台, $t = 200$ s 扰动后有小幅抬升后回落, 但同样未能实现有效收敛。MPC + AUKF 稳态滚动 RMSE 较 PID + EKF 低约 96%, 较 MPC + EKF 低约 95%, 充分验证了 MPC 框架与 AUKF 滤波器协同工作的精度优势。统计稳态阶段($t > 50$ s 且排除扰动恢复期)的 20 步滚动 RMSE 均值, MPC + EKF 为 5.94 K, MPC + AUKF 为 0.31 K。

3.3. 滤波器性能分析

图 3 从三个维度评价滤波器性能。

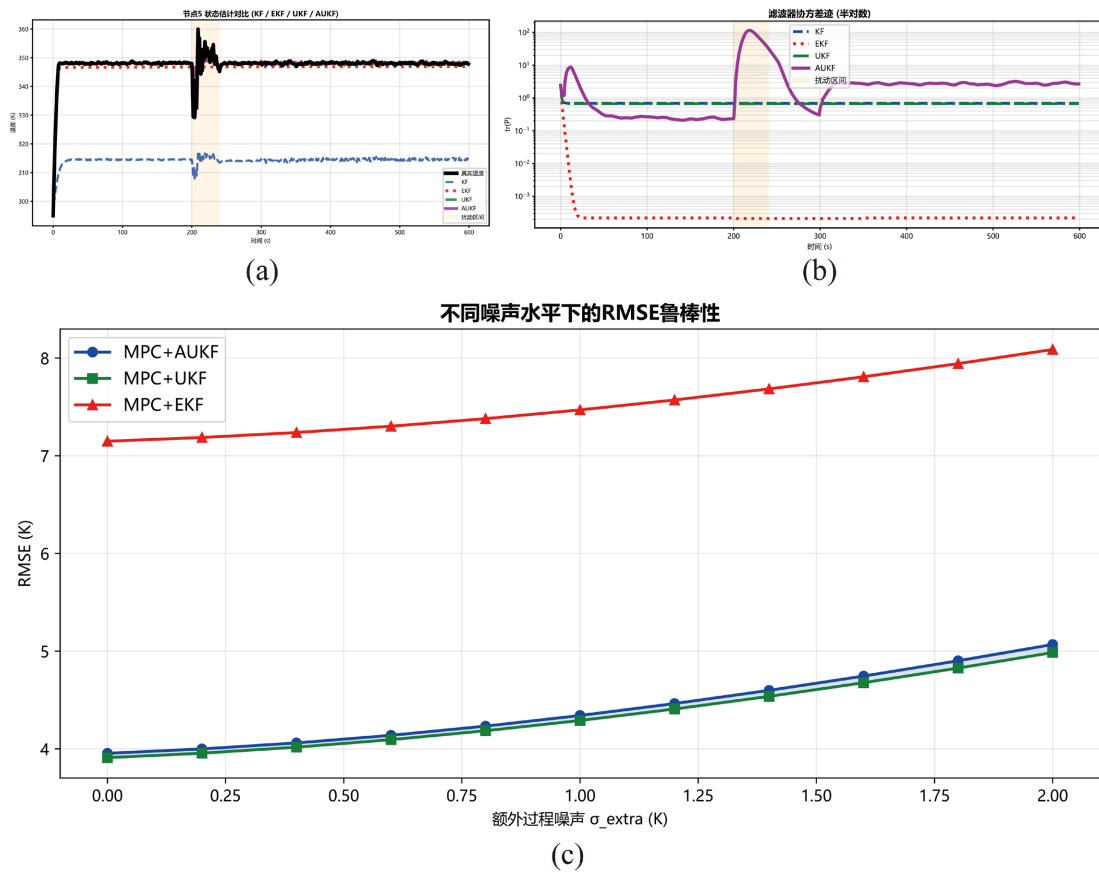


Figure 3. Filter performance analysis: (a) Comparison of temperature estimation for node 5 among four filters (including an inset of the disturbance interval); (b) Time evolution of the covariance trace $\text{tr}(P)$ for four filters (semi-logarithmic coordinates); (c) RMSE curves of three MPC schemes versus additional noise

图 3. 滤波器性能分析: (a) 四种滤波器对节点 5 的温度估计对比(含扰动区间放大图); (b) 四种滤波器协方差迹 $\text{tr}(P)$ 的时间演化(半对数坐标); (c) 三种 MPC 方案 RMSE 随附加噪声的变化曲线

图 3(a)以节点 5 为例, UKF 和 AUKF 均紧密跟踪真实温度, 扰动区间 AUKF 通过协方差膨胀机制主动放大滤波增益, 响应与恢复均快于标准 UKF; EKF 因发射率偏差系统性偏低约 1.5 K; KF 因无法捕捉

T⁴非线性偏离 30 K 以上，完全失效。

图 3(b)展示协方差迹 $\text{tr}(\mathbf{P})$ 的动态特性。AUKF 呈显著动态响应——启动阶段升至约 8.8 后衰减至 0.3， $t = 200$ s 突变检测触发后飙升至约 115 (两个数量级)，约 50 步后回落，体现“需要时放大增益、稳态时收紧增益”的自适应特性。KF 和 UKF 的 $\text{tr}(\mathbf{P})$ 全程恒定($\approx 0.67 \sim 0.69$)，对突变无感知。EKF 因极小过程噪声设定导致 $\text{tr}(\mathbf{P})$ 迅速衰减至 10^{-3} 后固化，呈“虚假确信”，丧失对新信息的学习能力。

图 3(c)展示不同附加噪声 σ_{extra} (0~2.0 K) 下的鲁棒性，具体数据见表 2。MPC + EKF 在所有噪声水平下 RMSE 始终最高(7.15~8.09 K)，MPC + UKF 与 MPC + AUKF 趋势高度接近，AUKF 在所有噪声水平下 SE 均优于 UKF，验证自适应机制的跨噪声一致性。

Table 2. Robustness comparison under extensions (RMSE/K)

表 2. 扩展鲁棒性对比(RMSE/K)

测试条件	MPC + AUKF	MPC + UKF	MPC + EKF
$\sigma_{\text{extra}} = 0$ K	3.95	3.91	7.15
$\sigma_{\text{extra}} = 1.0$ K	4.48	4.42	7.58
$\sigma_{\text{extra}} = 2.0$ K	5.07	4.99	8.09
kc 偏差: +10%	4.12	4.09	7.38
kc 偏差: -10%	4.08	4.05	7.31
Cp 偏差: +10%	4.19	4.16	7.42
Cp 偏差: -10%	4.15	4.11	7.36
正弦环境温度扰动	4.23	4.18	7.61

MPC + AUKF 在模型参数 $\pm 10\%$ 偏差及正弦环境温度扰动条件下 RMSE 均低于 4.3 K，验证了框架对参数不确定性和环境扰动的鲁棒性。

3.4. 消融实验

表 3 汇总了 50 组蒙特卡洛仿真下五种方案的统计性能。MPC + AUKF 实现 RMSE 3.96 K、调节时间 12 步、稳态误差 0.247 K，MPC + UKF 实现 RMSE 3.96 K、调节时间 12 步、稳态误差 0.247 K，较 PID + EKF 的 RMSE 降低 69.0%，SE 由 10.17 K 降至 0.247 K (降低 97.6%)；较 MPC + EKF 的 SE 由 6.01 K 降至 0.247 K (降低 95.9%)。MPC + UKF 性能与 AUKF 接近，但 SE 劣于 AUKF (0.269 vs 0.247 K)。MPC + EKF、PID + EKF 和 MPC + KF 均未在仿真周期内收敛，RMSE 依次升高，其中 MPC + KF 因线性滤波器完全无法处理 T⁴ 非线性而性能最差(17.23 K)。

Table 3. Performance comparison of five schemes (50 Monte Carlo runs, mean \pm standard deviation)

表 3. 五种方案性能对比(50 组蒙特卡洛，均值 \pm 标准差)

方案	RMSE/K	Ts/step	SE/K
MPC + AUKF	3.96 \pm 0.05	12	0.247 \pm 0.011
MPC + UKF	3.93 \pm 0.05	12	0.269 \pm 0.012
MPC + EKF	7.05 \pm 0.10	未收敛	6.01 \pm 0.03
PID + EKF	12.80 \pm 0.09	未收敛	10.17 \pm 0.03
MPC + KF	17.23 \pm 0.10	未收敛	14.52 \pm 0.09

图 4 以柱状图直观呈现表 2 和表 3 的对比结果。

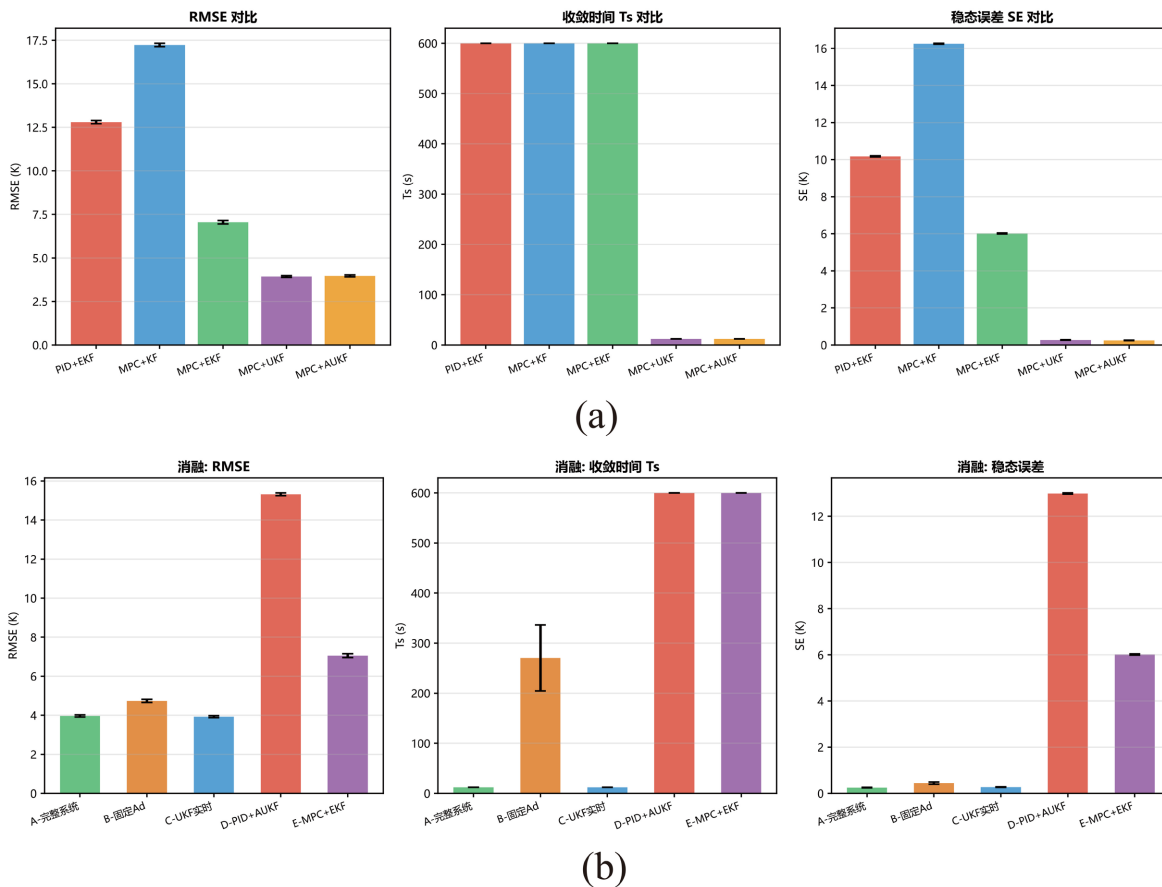


Figure 4. Comprehensive comparison and ablation study: (a) Bar charts of RMSE, Ts and SE for the five schemes in Table 3; (b) Bar charts of RMSE, Ts, and SE for the five groups of ablation configurations in Table 4. Error bars represent the standard deviation of 50 Monte Carlo runs

图 4. 综合对比与消融实验: (a) 表 3 中五种方案的 RMSE、Ts、SE 柱状图; (b) 表 4 中五组消融配置的 RMSE、Ts、SE 柱状图。误差棒为 50 组蒙特卡洛标准差

表 4 通过消融实验定量分离各组件的独立贡献。

Table 4. Ablation study results (50 Monte Carlo runs, mean \pm standard deviation)

表 4. 消融实验结果(50 组蒙特卡洛, 均值 \pm 标准差)

配置	说明	RMSE/K	Ts/step	SE/K
A	完整系统(MPC + AUKF + 实时线性化)	3.96 \pm 0.05	12	0.247 \pm 0.011
B	固定线性化矩阵	4.74 \pm 0.08	270.5 \pm 65.8	0.447 \pm 0.021
C	UKF 替代 AUKF	3.93 \pm 0.05	12	0.269 \pm 0.012
D	PID 替代 MPC	15.32 \pm 0.07	未收敛	12.99 \pm 0.03
E	EKF 替代 AUKF	7.05 \pm 0.10	未收敛	6.01 \pm 0.03

消融实验揭示了四项关键发现:

实时线性化(A vs B): 冻结线性化矩阵后调节时间从 12 步劣化至 270.5 步(22.5 倍), RMSE 劣化 19.6%, 且标准差高达 65.8 步表明系统鲁棒性严重下降。这说明在含 T^4 非线性的系统中, MPC 预测模型必须随工作点实时更新。

MPC 架构(A vs D): 即使配备最优 AUKF 估计器, PID 方案 RMSE 仍达 15.32 K, 甚至劣于 MPC + EKF (7.05 K), 表明先进估计器无法弥补控制器架构缺陷。MPC 通过多变量协调优化与约束处理机制, 具有 PID 无法替代的结构性优势。

滤波器升级(C vs E): EKF 升级至 UKF 使 RMSE 降低 44.3% (7.05→3.93 K)、调节时间从未收敛改善至 12 步、SE 降低 95.5% (6.01→0.269 K)、SE 降低 95.5%, 证明 Sigma 点类滤波器在处理 T^4 非线性时具有本质性优势, 其无导数的统计线性化策略远优于 EKF 的一阶雅可比近似。

AUKF 自适应(A vs C): AUKF 较标准 UKF 在 SE 上改善 8.2% (0.247 vs 0.269 K), 优势集中体现在扰动后的恢复阶段。AUKF 通过在线噪声协方差更新使滤波增益更精确匹配实际噪声环境, 虽然对 RMSE 贡献有限, 但对高精度稳态控制具有实际意义。

此外, 节点间热耦合($k_c = 1.5 \text{ W/K}$)对 MPC + AUKF 影响有限: 中间节点因邻居温差对称, 净耦合热流近似为零; 边界节点在扰动阶段差异约 2~3 K, 耦合起“热缓冲”作用。MPC 实时线性化将耦合项纳入 A_d 矩阵非对角元素, 具备随耦合强度自适应调整的内在能力。

4. 总结

本文针对含辐射 T^4 强非线性及节点间热耦合的多加热器阵列温控问题, 提出 MPC + AUKF 框架, 通过 50 组蒙特卡洛仿真系统验证了其性能优势。主要结论如下:

(1) MPC + AUKF 实现 RMSE 3.96 K、调节时间 12 步、稳态误差 0.247 K。较 PID + EKF 方案, RMSE 降低 69.0%、SE 降低 97.6% (10.17→0.247 K)、调节时间从未收敛缩短至 12 步; 较 MPC + EKF 方案, SE 降低 95.9% (6.01→0.247 K)。

(2) Sigma 点类滤波器在含 T^4 非线性系统中具有本质优势: EKF 升级至 UKF 使 RMSE 降低 44.3%、调节时间从未收敛改善至 12 步、SE 降低 95.5%; AUKF 在此基础上通过在线协方差自适应进一步将 SE 改善 8.2%。

(3) 实时线性化不可省略: 冻结线性化矩阵使调节时间由 12 步劣化至 270.5 步, 鲁棒性严重下降。

(4) MPC 多变量协调架构不可替代: 即使配备 AUKF, PID 方案 RMSE 仍达 15.32 K, 劣于 MPC + EKF 的 7.05 K, 先进估计器无法弥补控制器结构缺陷。

(5) AUKF 协方差膨胀机制使系统在对流系数阶跃后约 30 步恢复稳态, 且在 0~2.0 K 噪声范围内 SE 始终优于 UKF, 具备良好的抗扰与噪声鲁棒性。

参考文献

- [1] Camacho, E.F. and Bordons, C. (2007) Model Predictive Control. 2nd Edition, Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-398-5>
- [2] Mayne, D.Q., Rawlings, J.B., Rao, C.V. and Scokaert, P.O.M. (2000) Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality. *Automatica*, **36**, 789-814. [https://doi.org/10.1016/s0005-1098\(99\)00214-9](https://doi.org/10.1016/s0005-1098(99)00214-9)
- [3] Qin, S.J. and Badgwell, T.A. (2003) A Survey of Industrial Model Predictive Control Technology. *Control Engineering Practice*, **11**, 733-764. [https://doi.org/10.1016/s0967-0661\(02\)00186-7](https://doi.org/10.1016/s0967-0661(02)00186-7)
- [4] Morari, M. and Lee, J.H. (1999) Model Predictive Control: Past, Present and Future. *Computers & Chemical Engineering*, **23**, 667-682. [https://doi.org/10.1016/s0098-1354\(98\)00301-9](https://doi.org/10.1016/s0098-1354(98)00301-9)
- [5] Schaper, C.D., Moslehi, M.M., Saraswat, K.C. and Kailath, T. (1994) Modeling, Identification, and Control of Rapid Thermal Processing Systems. *Journal of The Electrochemical Society*, **141**, 3200-3209. <https://doi.org/10.1149/1.2059302>

- [6] Yao, Y. and Shekhar, D.K. (2021) State of the Art Review on Model Predictive Control (MPC) in Heating Ventilation and Air-Conditioning (HVAC) Field. *Building and Environment*, **200**, Article ID: 107952. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2021.107952>
- [7] Lucia, S., Finkler, T. and Engell, S. (2013) Multi-Stage Nonlinear Model Predictive Control Applied to a Semi-Batch Polymerization Reactor under Uncertainty. *Journal of Process Control*, **23**, 1306-1319. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2013.08.008>
- [8] Bequette, B.W. (1991) Nonlinear Control of Chemical Processes: A Review. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **30**, 1391-1413. <https://doi.org/10.1021/ie00055a001>
- [9] Kalman, R.E. (1960) A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, **82**, 35-45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>
- [10] Julier, S.J. and Uhlmann, J.K. (2004) Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. *Proceedings of the IEEE*, **92**, 401-422. <https://doi.org/10.1109/jproc.2003.823141>
- [11] Wan, E.A. and Van Der Merwe, R. (2000) The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation. *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373)*, Lake Louise, 4 October 2000, 153-158. <https://doi.org/10.1109/asspcc.2000.882463>
- [12] Plett, G.L. (2004) Extended Kalman Filtering for Battery Management Systems of LiPB-Based HEV Battery Packs. Part 3. State and Parameter Estimation. *Journal of Power Sources*, **134**, 277-292. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2004.02.033>
- [13] Xiong, R., Sun, F., Chen, Z. and He, H. (2014) A Data-Driven Multi-Scale Extended Kalman Filtering Based Parameter and State Estimation Approach of Lithium-Ion Polymer Battery in Electric Vehicles. *Applied Energy*, **113**, 463-476. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2013.07.061>
- [14] Mehra, R. (1970) On the Identification of Variances and Adaptive Kalman Filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **15**, 175-184. <https://doi.org/10.1109/tac.1970.1099422>
- [15] Mohamed, A.H. and Schwarz, K.P. (1999) Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS. *Journal of Geodesy*, **73**, 193-203. <https://doi.org/10.1007/s001900050236>
- [16] Sarkka, S. and Nummenmaa, A. (2009) Recursive Noise Adaptive Kalman Filtering by Variational Bayesian Approximations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **54**, 596-600. <https://doi.org/10.1109/tac.2008.2008348>
- [17] Huang, Y., Zhang, Y., Wu, Z., Li, N. and Chambers, J. (2018) A Novel Adaptive Kalman Filter with Inaccurate Process and Measurement Noise Covariance Matrices. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **63**, 594-601. <https://doi.org/10.1109/tac.2017.2730480>
- [18] Bavdekar, V.A., Deshpande, A.P. and Patwardhan, S.C. (2011) Identification of Process and Measurement Noise Covariance for State and Parameter Estimation Using Extended Kalman Filter. *Journal of Process Control*, **21**, 585-601. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2011.01.001>
- [19] Lee, J.H. (2011) Model Predictive Control: Review of the Three Decades of Development. *International Journal of Control, Automation and Systems*, **9**, 415-424. <https://doi.org/10.1007/s12555-011-0300-6>
- [20] Mayne, D.Q. (2014) Model Predictive Control: Recent Developments and Future Promise. *Automatica*, **50**, 2967-2986. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2014.10.128>
- [21] Simon, D. (2006) *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/0470045345>