

使用幅频特性的频域辨识虚拟仿真实验设计

彭程*, 林靖涵

应急管理大学应急通信与控制工程学院, 河北 廊坊

收稿日期: 2026年8月14日; 录用日期: 2026年9月8日; 发布日期: 2026年9月15日

摘要

当前“自动控制原理”、“现代控制理论”等控制理论课程中数学建模主要使用机理分析方法, 导致学生对系统辨识的理解不深刻。本文以一阶和二阶系统的频域辨识为例, 设计了基于幅频特性的频域辨识仿真实验。该实验使用Powerlib模块组中的模块在Simulink中搭建了RC和RLC电路仿真模型, 通过电路仿真得到幅频特性, 使用线性最小二乘技术推导了基于幅频特性的传递函数模型参数的数学表达式。该仿真实验有利于学生正确理解和掌握频域辨识的原理和过程, 为正确使用控制理论进行控制系统分析与设计打下基础。

关键词

系统辨识, 幅频特性, 电路仿真, 最小二乘

Design of a Virtual Simulation Experiment for Frequency Domain System Identification Using Amplitude-Frequency Characteristic

Cheng Peng*, Jinghan Lin

School of Emergency Communication and Control Engineering, University of Emergency Management, Langfang Hebei

Received: August 14, 2026; accepted: September 8, 2026; published: September 15, 2026

Abstract

At present, mathematical modeling within control theory courses, including “Principles of Automatic Control” and “Modern Control Theory”, predominantly employs mechanism analysis methodologies.

*通讯作者。

文章引用: 彭程, 林靖涵. 使用幅频特性的频域辨识虚拟仿真实验设计[J]. 应用物理, 2026, 16(9): 793-801.
DOI: 10.12677/app.2026.169073

This approach often results in students having a superficial understanding of system identification concepts. By taking the frequency domain identification of first-order and second-order systems as illustrative examples, a simulation experiment for frequency domain identification, based on amplitude-frequency characteristic, is meticulously designed. Within this experimental framework, RC and RLC circuit simulation models are constructed in Simulink utilizing modules from the Powerlib module set. Through circuit simulation, amplitude-frequency characteristic data are systematically acquired. Subsequently, employing linear least squares techniques, the mathematical expressions for the parameters of the transfer function model, derived from the amplitude-frequency characteristic, are rigorously formulated. This simulation experiment significantly enhances students' comprehension and mastery of the principles and processes inherent in frequency domain identification. Furthermore, it establishes a solid foundation for students to accurately employ the control theory in the analysis and design of control systems.

Keywords

System Identification, Amplitude-Frequency Characteristic, Circuit Simulation, Least Squares

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

控制系统的数学建模方法分为机理分析和实验建模两类, 实验建模是控制工程师需要能够熟练应用的一种基本技能。当前高校自动化及相关专业在“自动控制原理”、“现代控制理论”等课程中主要讲授机理分析建模方法, 实验建模相关的内容则较少涉及。为了弥补这一短板, 高校教师们设计了不同的实验建模教学方案[1]-[10], 这些教学实验在建模时主要采用时域辨识算法。以频率特性定义为基础的频域辨识是本科生较为容易接受的一种实验建模方法。本文将最小二乘法与幅频特性的定义相结合, 设计了基于 Matlab/Simulink 的频域辨识仿真实验, 帮助学生掌握频域辨识的原理和过程。

2. 基于幅频特性的频域辨识原理

在最小相位线性定常系统 $G(s)$ 上施加频率为 ω , 幅值为 A 的正弦输入 $u(t) = A \sin(\omega t)$, $G(s)$ 的稳态输出 $y_{ss}(t) = B \sin(\omega t + \varphi)$ 是与输入信号同频率的正弦信号, 并且有

$$|G(j\omega)| = \frac{B}{A} \quad (1)$$

成立。

在频率 $\omega_i (i=1, 2, \dots, n)$ 处进行频率响应实验, 记录正弦输入的峰-峰值 $2A_i$ 及其对应的稳态输出的峰-峰值 $2B_i$, 代入式(1)求出频率 ω_i 处幅频特性的测量值, 记为 $|G_m(j\omega_i)|$ 。根据 $|G_m(j\omega_i)|$ 估计传递函数模型 $G(s)$ 中的未知参数, 是一类适用于最小相位系统的实验建模方法。

下面以一阶系统

$$G(s) = \frac{b}{as+1} \quad (2)$$

和二阶系统

$$G(s) = \frac{b}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (3)$$

为例, 根据 Levy 提出的频域最小二乘辨识算法[11]推导基于幅频特性测量值 $|G_m(j\omega_i)|$ 的传递函数模型参数估计算法。

由文献[12]可知

$$|G(j\omega)|^2 = G(j\omega)G(-j\omega_i) \quad (4)$$

故不考虑幅频特性测量误差的情况下, 对于式(2)描述的一阶系统, 在频率 ω_i 处有

$$|G(j\omega_i)|^2 = G(j\omega_i)G(-j\omega_i) = \frac{b}{aj\omega_i + 1} \times \frac{b}{-aj\omega_i + 1} = \frac{b^2}{a^2\omega_i^2 + 1} = |G_m(j\omega_i)|^2 \quad (5)$$

成立, 由式(5)可知

$$\begin{bmatrix} -\omega_i^2 |G_m(j\omega_i)|^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^2 \\ b^2 \end{bmatrix} = |G_m(j\omega_i)|^2 \quad (6)$$

对每个频率, 式(6)均成立, 故可令

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\omega_1^2 |G_m(j\omega_1)|^2 & 1 \\ -\omega_2^2 |G_m(j\omega_2)|^2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\omega_n^2 |G_m(j\omega_n)|^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} |G_m(j\omega_1)|^2 \\ |G_m(j\omega_2)|^2 \\ \vdots \\ |G_m(j\omega_n)|^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

则一阶系统的频域辨识问题可以表示为

$$\mathbf{P} \begin{bmatrix} a^2 \\ b^2 \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \quad (9)$$

定义的矩阵方程求解问题。得到式(9)的最小二乘解

$$\begin{bmatrix} a^2 \\ b^2 \end{bmatrix} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{Q} \quad (10)$$

之后, 通过开方运算得到一阶系统的模型参数 a 和 b 。

综上所述, 基于幅频特性的一阶系统频域辨识建模的步骤为:

步骤 1: 设置辨识输入信号的频率 $\omega_i (i=1, 2, \dots, n)$ 和幅值 A_i 。

步骤 2: 使用 $A_i \sin(\omega_i t)$ 作为输入激励待辨识对象, 记录稳态输出的峰-峰值 $2B_i$, 根据式(1)得到频率 ω_i 处幅频特性的测量值 $|G_m(j\omega_i)|$ 。

步骤 3: 使用式(10)得到 a^2 和 b^2 , 进而通过开方运算得到传递函数模型参数 a 和 b 。

若待建模对象为式(3)所示的二阶系统, 忽略测量误差, 有

$$\begin{aligned} |G(j\omega_i)|^2 &= G(j\omega_i)G(-j\omega_i) = \frac{b}{-a_2\omega_i^2 + a_1j\omega_i + 1} \times \frac{b}{-a_2\omega_i^2 - a_1j\omega_i + 1} \\ &= \frac{b^2}{a_2^2\omega_i^4 + (a_1^2 - 2a_2)\omega_i^2 + 1} = |G_m(j\omega_i)|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

令

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2^2 \\ a_1^2 - 2a_2 \\ b^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由式(11)可得

$$\begin{bmatrix} -\omega_i^4 |G_m(j\omega_i)|^2 & -\omega_i^2 |G_m(j\omega_i)|^2 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta} = |G_m(j\omega_i)|^2, i=1, 2, \dots, n \quad (13)$$

将式(13)写成矩阵方程形式

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{Q} \quad (14)$$

其中

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} -\omega_1^4 |G_m(j\omega_1)|^2 & -\omega_1^2 |G_m(j\omega_1)|^2 & 1 \\ -\omega_2^4 |G_m(j\omega_2)|^2 & -\omega_2^2 |G_m(j\omega_2)|^2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\omega_n^4 |G_m(j\omega_n)|^2 & -\omega_n^2 |G_m(j\omega_n)|^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$\boldsymbol{Q}$ 仍然为式(8)。

得到式(14)的最小二乘解

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{P}^T \boldsymbol{P})^{-1} \boldsymbol{P}^T \boldsymbol{Q} \quad (16)$$

之后, 由式(12)可知二阶系统的模型参数

$$\begin{aligned} a_2 &= \sqrt{\theta_1} \\ a_1 &= \sqrt{2\sqrt{\theta_1} + \theta_2} \\ b &= \sqrt{\theta_3} \end{aligned} \quad (17)$$

综上所述, 基于幅频特性的二阶系统频域辨识建模的步骤为:

步骤 1: 设置辨识输入信号的频率 $\omega_i (i=1, 2, \dots, n)$ 和幅值 A_i 。

步骤 2: 使用 $A_i \sin(\omega_i t)$ 作为输入激励待辨识对象, 记录稳态输出的峰-峰值 $2B_i$, 根据式(1)得到频率 ω_i 处幅频特性的测量值 $|G_m(j\omega_i)|$ 。

步骤 3: 使用式(16)得到式(14)的最小二乘解 $\boldsymbol{\theta}$, 根据式(17)得到传递函数模型参数 a_2 、 a_1 和 b 。

3. 实验设计

3.1. 设计需求

为了开展实验教学, 要求根据第 2 节给出的频域辨识原理, 使用 Matlab 软件设计频域辨识仿真实验, 对图 1 所示的 RC 电路和图 2 所示的 RLC 电路进行频域辨识建模。两个电路均以电源电压 $u(t)$ 作为

系统输入，电容电压 $y(t)$ 作为系统输出。

此外，在正式辨识前建议先进行宽范围、低密度的“扫频”预实验，观察幅频特性整体走势，找到系统的关键频率点后再针对性加密采样。对于一阶 RC 电路，应在截止频率附近适当加密频率点，低频和高频段则可适当稀疏；对于二阶 RLC 电路，应先用较大步长粗扫找到谐振峰位置，再在峰值附近缩小步长精细测量。总体而言，幅频特性变化平缓区域可稀疏布点，截止频率、谐振频率等关键频段应显著加密，以兼顾辨识精度与实验效率。

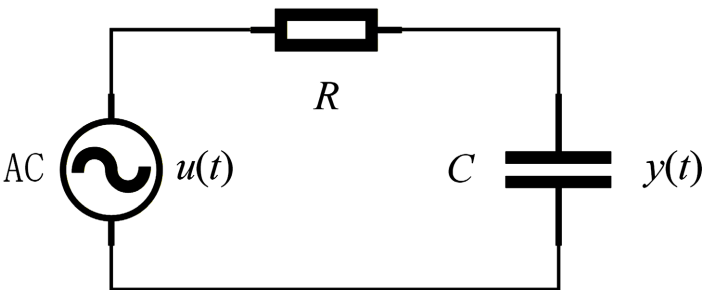


Figure 1. RC circuit schematic diagram
图 1. RC 电路原理图

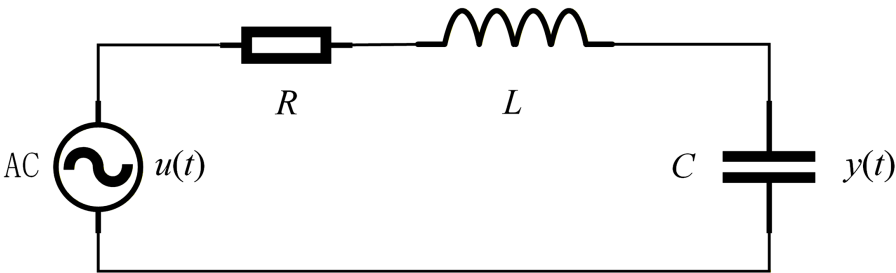


Figure 2. RLC circuit schematic diagram
图 2. RLC 电路原理图

3.2. RC 电路的频域辨识建模

使用 Matlab 2018a 搭建 RC 电路仿真模型，选用的模块、所属的模块组及其功能描述见表 1，搭建好的 RC 电路 Simulink 仿真模型如图 3 所示。

Table 1. The modules employed in the simulation, their respective locations, and functionalities
表 1. 仿真使用的模块、位置及其功能

模块	所属模块组	功能
AC Voltage Source	Powerlib/Electrical Sources	提供辨识输入信号
Ground	Powerlib/Elements	提供电路的公共地
Series RLC Branch	Powerlib/Elements	设置电阻、电容、电感的类型和参数
Voltage Measurement	Powerlib/Measurements	测量输入、输出电压
powergui	Powerlib	设置仿真环境
To Workspace	Simulink/Sinks	保存时域输入和输出数据
Clock	Simulink/Sources	提供时域数据对应的采样时刻

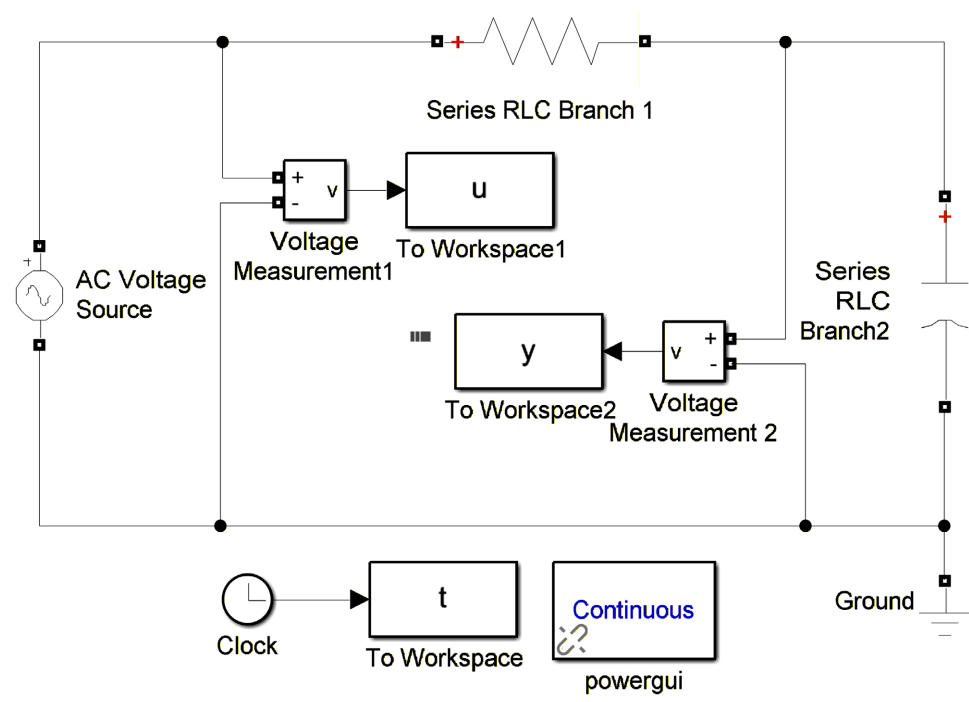


Figure 3. Simulink simulation model of RC circuit
图 3. RC 电路的 Simulink 仿真模型

仿真模型中交流电源电压的幅值固定为 1 V，RC 电路中电阻 $R = 10\text{ k}\Omega$ ，电容 $C = 4.7\text{ }\mu\text{F}$ ，输入信号频率从 0.5 Hz 开始，间隔为 0.5 Hz，直到 6.0 Hz。电路仿真时改变交流电源的频率可以测量不同频率情况下的输入、输出电压，并将数据存入 Workspace 中，便于后续处理。

Matlab 编程时关键的步骤是得到正弦输入、输出信号的峰 - 峰值，可以使用 Matlab 提供的 max 和 min 函数计算峰 - 峰值。

使用 ode4 求解器进行固定步长电路仿真，仿真步长取 0.01 s，每个频率进行 10 s 仿真。根据电路仿真得到的输入、输出数据计算出的幅频特性测量值见表 2，表中同时给出了幅频特性的理论值。由表 2 可知频率特性的测量值与理论值基本一致，说明幅频特性的测量过程是正确的。

Table 2. Amplitude-frequency characteristic of RC circuit
表 2. RC 电路幅频特性数据

频率(Hz)	幅频特性	
	理论值	测量值
0.5	0.9893	0.9892
1.0	0.9591	0.9587
1.5	0.9143	0.9143
2.0	0.8610	0.8623
2.5	0.8045	0.8045
3.0	0.7485	0.7482
3.5	0.6953	0.6952

续表			
4.0	0.6461	0.6461	
4.5	0.6013	0.6012	
5.0	0.5608	0.5604	
5.5	0.5243	0.5242	
6.0	0.4915	0.4924	

根据表 2 中频率特性的测量值, 由式(10)计算可知 $a^2 = 0.0022071$, $b^2 = 0.99987$, 开方运算得到 RC 电路的传递函数模型为

$$G_{\text{ident}}(s)=\frac{0.9999}{0.04698s+1}.$$

(18)

3.3. RLC 电路的频域辨识建模

使用与 RC 电路相同的模块, 搭建的 RLC 电路 Simulink 仿真模型如图 4 所示。

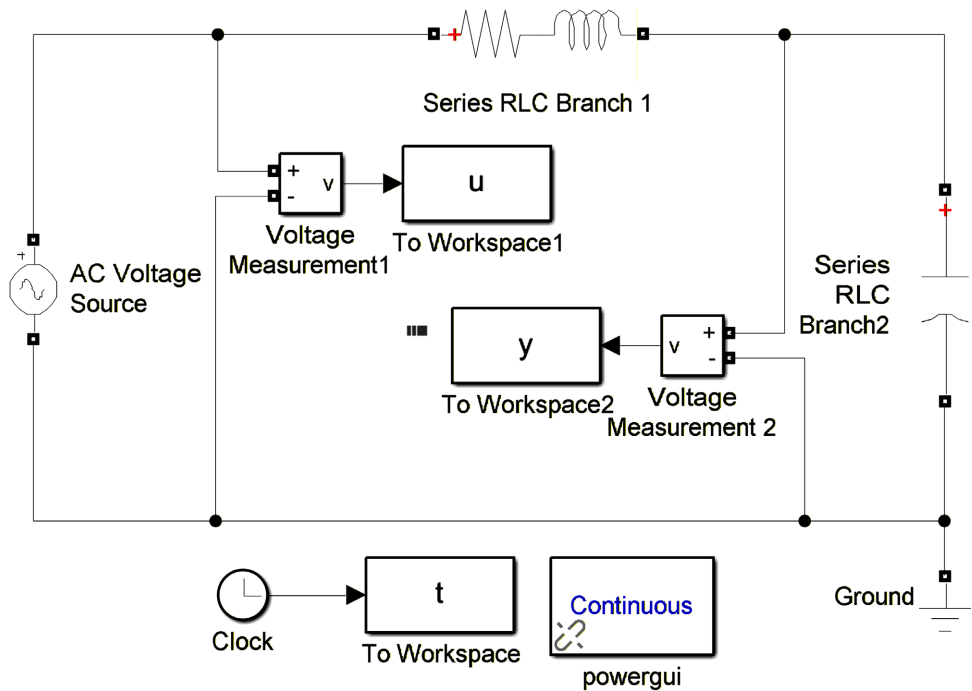


Figure 4. Simulink simulation model of RLC circuit
图 4. RLC 电路的 Simulink 仿真模型

仿真模型中交流电源电压的幅值固定为 1 V, 电感 $L = 100\text{ mH}$, 电阻 $R = 330\text{ }\Omega$, 电容 $C = 1\text{ }\mu\text{F}$; 输入信号频率从 330 Hz 开始, 间隔为 30 Hz, 直到 660 Hz; 采样频率为 5000 Hz, 仿真时间设置为 1 s。RLC 电路的幅频特性测量值见表 3, 表中同时给出了幅频特性的理论值, 观察可知两者基本一致, 反映了幅频特性的测量过程的正确性。

使用式(16)和(17)计算得到 RLC 电路的传递函数模型为

$$G_{\text{ident}}(s)=\frac{0.9994}{1.001\times10^{-7}s^2+0.000329s+1}$$

(19)

Table 3. Amplitude-frequency characteristic of RLC circuit
表 3. RLC 电路幅频特性

频率(Hz)	幅频特性	
	理论值	测量值
330	1.1228	1.1244
360	1.1211	1.1229
390	1.1087	1.1108
420	1.0843	1.0867
450	1.0478	1.0500
480	1.0006	1.0031
510	0.9454	0.9476
540	0.8851	0.8871
570	0.8229	0.8247
600	0.7614	0.7627
630	0.7023	0.7034
660	0.6468	0.6476

3.4. 模型检验

根据电路理论可知 RC 电路和 RLC 电路的理论模型分别为

$$G(s)=\frac{1}{0.047s+1} \tag{20}$$

和

$$G(s)=\frac{1}{1\times10^{-7}s^2+0.00033s+1} \tag{21}$$

对比辨识结果和理论模型可知使用幅频特性数据进行频域辨识得到了两个电路较为精确的数学模型，达到了正确开展实验建模的目的。

4. 结语

本文设计了基于 Matlab/Simulink 的 RC 和 RLC 电路频域辨识实验，该实验直观展示了频域辨识的原理和过程，可以考查学生对频率特性定义的理解和应用能力，为控制理论的实际应用打下坚实基础。教学过程中可以对该仿真实验进行拓展，例如：以有源电路作为建模对象，开展频域辨识仿真实验；针对最小相位待辨识对象，研究仅使用相频特性测量值辨识传递函数模型的算法。

参考文献

[1] 邹宇鹏, 吴宝贵, 崔学政, 等. 基于硬件在环仿真的系统模型辨识平台设计[J]. 实验室研究与探索, 2018, 37(6): 87-90+111.

[2] 岳恒, 马志鑫, 李健, 等. 基于空气混合过程的 Smith 预估控制教学实验平台[J]. 实验技术与管理, 2019, 36(6): 29-36.

-
- [3] 董靖川, 王太勇, 卢广华, 等. 基于 Matlab 和 Simulink 的直线运动系统参数辨识实验[J]. 实验室科学, 2018, 21(1): 24-27.
 - [4] 于春梅, 易奎, 侯惠让, 等. 基于虚拟样机技术的控制系统实验平台开发[J]. 实验技术与管理, 2014, 31(2): 82-84+88.
 - [5] 富月, 周晓杰. 现代控制系统课程创新实验教学实践[J]. 实验室研究与探索, 2019, 38(11): 151-155+164.
 - [6] 白杰, 潘常春, 杜文曾, 等. 基于 LabVIEW 平台的可配置过程控制教学实验系统[J]. 实验室研究与探索, 2015, 34(12): 97-100.
 - [7] 刘恒, 孙晋, 邵凡彬, 等. 基于相关分析法的脉冲响应辨识实验设计[J]. 实验技术与管理, 2018, 35(5): 53-59.
 - [8] 蒋小平, 陈晓飞. 基于二阶系统阶跃响应辨识传递函数的实验设计[J]. 自动化技术与应用, 2023, 42(2): 10-13.
 - [9] 丁洁, 肖敏, 周颖. 基于电池测试平台的系统辨识综合实验设计[J]. 实验室科学, 2025, 28(1): 20-23+28.
 - [10] 陆金金, 梅名豪, 田园. 基于物理白盒子与翻转课堂的系统辨识实验教学改革实践[J]. 实验室研究与探索, 2024, 43(10): 169-174+227.
 - [11] Levy, E.C. (1959) Complex-Curve Fitting. *IRE Transactions on Automatic Control*, 4, 37-43.
<https://doi.org/10.1109/tac.1959.6429401>
 - [12] 陶永林, 倪祖彭, 章文斌. 具有未知时滞的线性连续系统的辨识[J]. 自动化学报, 1991(4): 471-475.