

Exploring and Practice of Teaching Mode on the Course of Geophysical Special Equations

Xiaozhong Tong^{1,2}

¹School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha Hunan

²Key Laboratory of Metallogenic Prediction of Nonferrous Metals of Ministry of Education, Central South University, Changsha Hunan

Email: csumaysnow@163.com

Received: Nov. 24th, 2018; accepted: Dec. 10th, 2018; published: Dec. 17th, 2018

Abstract

The "Special Equations of Geophysics" is a basic course specialized for the discipline of geophysics in Central South University. It is also a bridge between mathematics basic courses and geophysical professional courses. The subject of this course is a partial differential equation with geophysical application background. It is characterized by organically combining mathematical theory, geophysical methods and practical applications, which is a difficult course to teach and learn. Through the design of the syllabus and teaching content and the establishment of teaching ideas, this paper conducts a series of explorations on classroom teaching and simulation practice teaching in this course, and proposes new teaching methods and means.

Keywords

Geophysical Special Equations, Partial Differential Equations, Teaching Reform, Curriculum Teaching, Practical Teaching

“地球物理特殊方程”课程的教学模式探索与实践

童孝忠^{1,2}

¹中南大学, 地球科学与信息物理学院, 湖南 长沙

²中南大学, 有色金属成矿预测教育部重点实验室, 湖南 长沙

Email: csumaysnow@163.com

收稿日期: 2018年11月24日; 录用日期: 2018年12月10日; 发布日期: 2018年12月17日

摘要

“地球物理特殊方程”是中南大学专门针对地球物理学专业开设的学科基础课，是数学基础课和地球物理专业课程的桥梁。该课程的研究对象为具有地球物理应用背景的偏微分方程，其特点是有机地结合了数学理论、地球物理方法与实际应用，是一门难教难学的课程。本文通过课程教学大纲及内容的设计和教学思路的建立，对该课程的课堂教学和仿真实实践教学进行一系列探索，提出新的教学方法与手段。

关键词

地球物理特殊方程，偏微分方程，教学改革，课堂教学，实践教学

Copyright © 2018 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

地球物理学可分为固体地球物理学和勘探地球物理学两个大方面，其主要研究对象是地球内部，目的是探测地球内部的物理状态，如物理性质、受力状态或热流密度分布等。在地球物理学领域中经常遇到许多数学问题，包括偏微分方程定解问题(如波动方程、热传导方程和稳定场方程)，以及方程的离散化方法、线性方程组求解法、并行计算法、有限单元法、有限差分法等[1]。“地球物理特殊方程”是中南大学专门针对地球物理学专业开设的学科基础课，是数学基础课与地球物理专业课程的桥梁，其特点是有机地结合了数学理论、方法与地球物理实际应用[2]。

“地球物理特殊方程”包含了大量的数学描述、抽象化的数学方法、理论及公式，是大家公认的一门难教难学的课程。课程内容涉及范畴较宽、内容繁多，甚至一些章节内容本身就是一门独立的课程、自成体系，如“有限差分法”、“有限单元法”、“地球物理特殊函数”。另外，随着一些新的高精度、高效率的数值模拟算法的出现和地球物理新理论、新方法、新技术的提出，“地球物理特殊方程”又需要不断发展和充实[3]。本课程不仅是使学生获取一定的数学基础理论、基本知识和运算能力，而更重要的是培养学生今后的地球物理科学素质，发展学生的创新能力，培育学生的创新精神。同时，本课程对后续地球物理专业课程的学习起到非常重要的作用，且教学质量直接关系到研究生阶段的教育。围绕教学大纲、教学效果和课程建设，笔者在教学内容设计、教学思路的建立以及教学方法和教学技术的开展等方面积极实践，取得了一些实践认识。

2. 课程定位与教学内容

随着科学技术的飞速发展，地球物理领域的数学新思想、新方法不断涌现，而且越来越渗入到各个学科。但作为地球物理专业本科生的“地球物理特殊方程”课，仍然应该是本专业的一门学科基础课或基础数学课。一方面，“地球物理特殊方程”涉及前期所学的“高等数学”、“复变函数”、“常微分方程”、“大学物理”等基础课，从实分析到复分析，从常微分到偏微分，从基础数学到应用数学；另一方面，与前期课程不同的是更多的是从解决地球物理问题的实际需要出发提出问题、解决问题，且涉及到后期学习的专业课程，如“地球物理数值计算与程序设计”、“地球物理信号处理”、“计算地球物理”、“地球物理数据处理与反演”等。本课程的直接目标是帮助学生掌握必要的数学知识和工具，

为后续专业基础课和专业课做准备。长远的目标是训练学生的数学思想以及运用数学工具解决地球物理实际问题的能力，更高的要求是开拓创新思想的培养。

根据这样的定位，“地球物理特殊方程”课程应该以数学物理方程的经典内容为基础，适当融入偏微分方程定解问题的数值模拟方法与专业背景知识，保持地球物理类专业学生理论基础的坚实传统，同时注意理论的应用，为研究生阶段学习提供数学准备。教学内容与学时安排见表 1。

Table 1. Teaching content and time arrangement of the special equation of geophysics (2016 Syllabus)

表 1. “地球物理特殊方程”课程教学内容与学时安排(2016 版教学大纲)

教学提纲	教学内容	教学要求	教学方案	学时
地球物理典型方程与定解问题(绪论)	地球物理典型方程的导出, 定解条件, 定解问题的提出, 线性偏微分方程的分类与叠加原理, 二阶常系数微分方程的解法(复习)。	要求学生掌握地球物理典型方程的建立; 掌握定解问题的相关概念以及线性偏微分方程解的叠加性; 掌握二阶线性偏微分方程的分类与标准型。	通过典型方程的讲解引出地球物理特殊方程的重要意义和研究内容。	4 学时
定解问题的解析方法	二阶偏微分方程定解问题求解的经典解析方法: 分离变量法、行波法、积分变换法与 Green 函数法。	要求学生掌握分离变量法、行波法、积分变换法和 Green 函数求解偏微分方程定解问题; 掌握非齐次方程定解问题的处理方法; 掌握非齐次边界条件的处理方法; 利用 Matlab 图示定解问题求解结果。	教学思路: 通过现场教学掌握分离变量法、行波法、积分变换法与 Green 函数法的基本思想和解题思路; 教学模式: 课前导学、课堂讲授、现场观摩、文献查阅, 课中提问抢答。	12 学时
定解问题的数值方法	二阶偏微分方程定解问题求解的数值近似方法: 有限差分法与有限单元法。	要求学生掌握有限差分法与有限单元法的基本思想, 弄清其实质及解题思路; 掌握稳定场方程的数值近似解法及程序编制; 掌握热传导方程的数值近似解法及程序编制; 掌握波动方程的数值近似解法及程序编制。	教学思路: 通过现场教学掌握有限差分法与有限单元法近似求解偏微分方程定解问题; 教学模式: 课前导学、课堂讲授、现场观摩、文献查阅, 课中提问抢答。	8 学时
地球物理特殊函数	贝塞尔函数与勒让德函数。	要求学生掌握贝塞尔方程与勒让德方程的引出; 掌握贝塞尔方程和勒让德方程的通解形式; 掌握将函数展成傅立叶-贝塞尔级数与傅立叶-勒让德级数; 掌握贝塞尔函数在圆盘域定解问题求解中的应用; 掌握勒让德函数在球坐标系中拉普拉斯方程的定解问题求解中的应用。	教学思路: 通过现场教学了解贝塞尔方程、勒让德方程以及贝塞尔函数与勒让德函数的递推公式; 教学模式: 课前导学、课堂讲授、现场观摩、文献查阅, 课中提问抢答。	6 学时
地球物理场正演举例	地震波动方程, 地温场热传导方程和大地电磁亥姆霍兹方程的正演计算实例。	要求学生运用所学知识求解地球物理场的正问题。	教学思路: 以案例分析的方式介绍地球物理特殊方程的应用; 教学模式: 课外文献资料、课堂讲授。	4 学时
计算机仿真实验	①利用有限差分法或有限单元法求解稳定场方程的边值问题; ②利用有限差分法或有限单元法求解热传导方程的定解问题; ③利用有限差分法或有限单元法求解波动方程的定解问题。	要求学生熟悉偏微分方程定解问题数值近似计算的有限差分法与有限单元法; 掌握有限差分法与有限单元法的程序编制; 掌握线性方程组的求解及其程序编制。	实验要求: 任选 Matlab、C++、Fortran 或 Python, 编写计算程序; 图示计算结果; 教学模式: 课堂讲授、现场指导。	6 学时

3. 课程教学方法与教学活动

在教学活动中教是手段, 学是目的, 教为学服务, 学生是学习的主体, 教师起主导作用, 两者要相

互配合[4]。因此，教师需要将新的教学思想和理念融入到教学过程中，创造条件和提供有效的途径使学生主动地参与到教学中来，充分发挥学生的主体作用，调动学生的学习积极性和创造性，让学生对课程更有兴趣。

3.1. 利用多媒体手段，增强物理过程和解的可视化

本课程涉及大量的数学运算、公式以及表达物理背景的图形和图像，在教学过程中，如果只是在黑板上写出推导过程，画出静态图形，可能导致学生对整个物理过程缺乏感性认识。授课教师应该通过借助多媒体计算机辅助教学方式，结合数学理论、解题方法、物理过程和解的性质，增强过程的生动性，提高学生的学习效率。例如，研究下列一维热传导方程定解问题的解：

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, 0 < t < 1 \\ u(x, 0) = \sin(\pi x) \\ u(0, t) = 0 \\ u(1, t) = 0 \end{cases}$$

利用分离变量法或积分变换法，我们很容易找到上述问题的解，但我们却很难想象出其温度分布规律。利用 Matlab 软件进行计算机辅助教学，通过直观的图形和动画等辅助手段能让学生有直观的认识[4]。若借助 Matlab 软件，我们可以轻松绘制出原定解问题的解，如图 1 所示。因此，在教学过程中，结合解的数学表达式，通过对图形或动画的分析，可进一步加深学生对热传导方程解的认识。

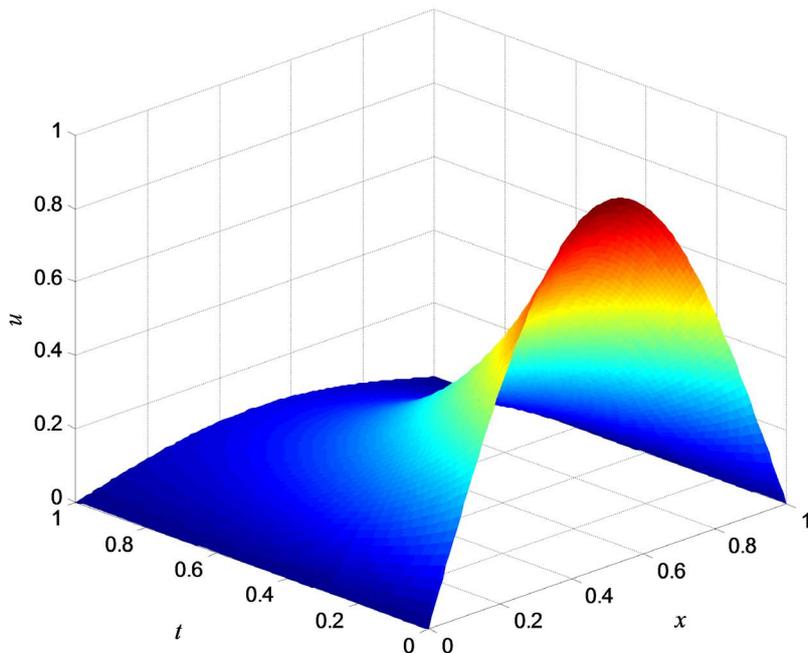


Figure 1. Temperature variation of 1D heat equation with homogeneous boundary conditions

图 1. 齐次边界条件一维热传导方程的温度变化规律

在讲解二维热传导方程定解问题时，运用 CAI 课件可以形象地模拟演示矩形板的温度随时间变化的物理过程。多媒体计算机辅助教学方式的使用，活化了教材上的函数、平面图形，不但可以加深学生对

所研究问题的物理意义和解题方法的感性认识，而且还能提高学生对计算结果的直观认识。另外，教师可引导学生使用计算机软件辅助学习，使抽象的公式变成直观的图形与动画，让原本相对枯燥的学习过程变得生动和直观。例如，学生借助 Matlab 或 Python 求解偏微分方程定解问题，将对应解图形化，修改定解条件，学生可直接观察解的变化，分析原因，激发学习兴趣。

3.2. 借助地球物理背景，加深对方程的理解

“地球物理特殊方程”的内容均源于理论性较强的物理背景或地球物理背景，它反映了未知函数关于空间变量的导数和关于时间变量的导数之间的制约关系(热传导方程、波动方程)，或仅仅是未知函数关于空间变量的导数之间的关系(稳定场方程)。在教学过程中，应当让学生理解偏微分方程所刻画的物理或地球物理现象以及偏微分方程中各参数的物理意义。例如，讲解稳定场方程的定解问题求解时，我们可以举例二维地电模型的大地电磁正演计算。首先，从电场或磁场所满足的麦克斯韦方程组出发，得到其相应的亥姆霍兹方程；其次，根据电磁波在空气中不衰减的物理背景，得出电场与磁场满足的相应边界条件；最后，列出其边值问题：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + i\omega\mu\sigma E_x = 0 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + i\omega\mu H_x = 0 \\ E_x|_{z=z_{\min}} = 1, E_x|_{z=z_{\max}} = 0 \text{ 或 } H_x|_{z=z_{\min}} = 1, H_x|_{z=z_{\max}} = 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{y=y_{\min}} = \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 0 & \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{y=y_{\min}} = \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

再借助有限差分法或有限单元法，我们便能求解该亥姆霍兹方程定解问题。若以二维地堑模型为例，图示其数值法获得的 TM 极化模式下的磁场响应(见图 2)，这样就能使学生理解亥姆霍兹方程定解问题以及电磁波的传播规律。

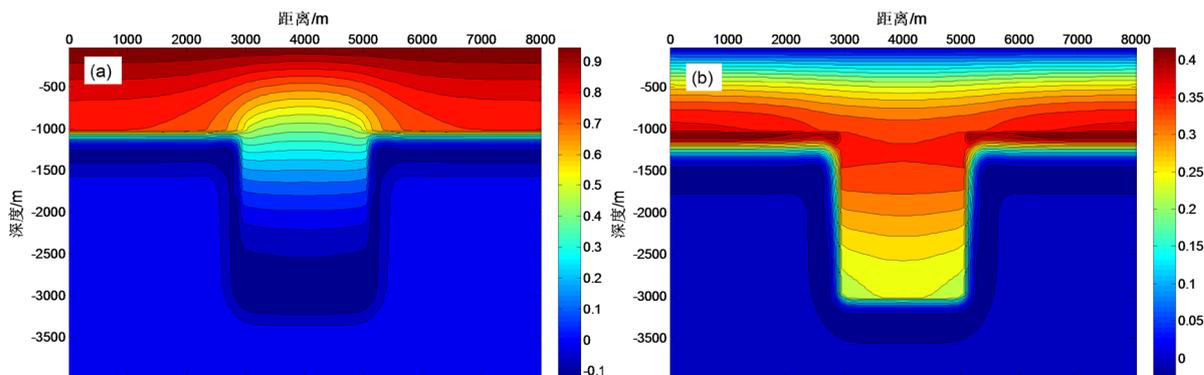


Figure 2. Magnetotelluric responses for graben model in TM-mode: (a) real of magnetic field; (b) imagery of magnetic field
图 2. TM 极化模式下地堑构造模型的磁场响应断面示意图：(a)磁场实部；(b)磁场虚部

3.3. 加强习题训练，培养思维能力

习题练习不仅有助于学生理解知识间的纵横关系，掌握知识的系统性，而且有助于学生掌握题型，开拓思路，培养学生运用知识去解决问题的能力。因此，教师必须加强习题训练，鼓励学生一题多解，多角度、多层次分析问题，进而达到培养学生思维能力的目的。例如求解下列波动方程的定解问题：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \sin \pi x, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=1} = 0, & t \geq 0 \\ u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

此类非齐次偏微分方程定解问题，我们既可以选用分离变量法或积分变换法，也可以运用有限差分法或有限单元法求得近似解。若采用分离变量法求解，首先需要将非齐次方程齐次化，从而转换为求解齐次偏微分方程的定解问题；然后分离变量，得到一个或多个含有待定常数的齐次常微分方程和齐次边界条件，即本征值问题；解得本征值、本征函数后，得到一组分离变量形式的特解；最后利用叠加原理，代入初始条件，根据傅里叶级数理论或本征函数的正交性来确定系数。分离变量法原理比较简单，但求解过程比较繁琐。若采用积分变换法，首先偏微分方程进行拉普拉斯变换，同时考虑初始条件或边界条件，得到相应的常微分方程；然后求常微分方程在相应条件下的解，即求原定解问题的像函数；最后将所得像函数取拉普拉斯逆变换，即得原定解问题的解。积分变换法比分离变量法简单，但其难点主要是非齐次常微分方程的求解。若采用有限差分法求取近似解，首先将计算区域进行矩形网格离散化；然后利用差商公式将偏微分方程转换为差分方程，再根据定解问题中的初始条件和边界条件，即可得到该波动方程定解问题的差分递推公式；最后编制相应的 Matlab 程序或 Python 程序即能得到原定解问题的数值近似解。显然，有限差分法求解过程最为简单，不再涉及冗长的公式推导和繁琐的计算步骤。

通过引导学生运用多种方法求解同一道习题，不仅可以加深学生对所学内容的理解，而且还培养了学生归纳概括的能力和自主学习的能力，从而达到培养思维变通性、创造性，开拓学生解题思路，提高解题效率的目的。

3.4. 加强计算机仿真实验教学，提高动手能力

本课程具有理论性、科学性和实践性，在课堂教学中应特别强调理论与实践相结合，要求学生掌握偏微分方程定解问题相关的基本理论、基本知识和基本应用，为后续地球物理专业课程学习打下良好的基础。计算机仿真实验教学有助于提高学生利用现代数学工具解决偏微分方程定解问题的能力，有助于学生更好地理解地球物理特殊方程。计算机仿真主要是利用数学工具软件(Matlab, Mathematica, Maple)和常用计算机语言(C++, Fortran, Python 等)实现对偏微分方程定解问题以及特殊函数的仿真求解，以及偏微分方程定解问题的数值解法实现。

实践教学可作为理论教学的有力补充，课程组设计了相关章节的实践教学内容，并在教师个人主页(<http://faculty.csu.edu.cn/xztong>)给出了 Matlab 仿真程序代码和说明，以及仿真实验结果。学生可以通过验证这些现成的程序，获得直观感悟，然后在此基础上进一步修改原代码，锻炼计算机编程能力。同时，学生通过仿真实验操作和报告编写加深对基本原理和基本知识的理解。

3.5. 加强互动式教学，提升教学效果

由于本课程涉及大量的数学公式推导，计算过程繁杂。如果学生不参与其中，就会对本课程感到迷茫和厌倦。课堂教学本身是一个互动的过程，如同好的演员需要有好的观众，好的教学效果除了教师自身的准备和设计外，学生的配合与反馈也是相当重要的。若是学生不配合、不发言、不提问，则教学过程只会是教师的自说自话，更谈不上提升教学效果。因此，教学过程中教师需要跟学生进行互动，比如：对眼、敲黑板、提问、小组讨论、辩论、作业展示、现场作业等。

课堂提问和课后作业反馈也是互动式教学方法的重要方式。同时，讲课中间也可根据课堂气氛穿插提问，让学生积极参与讨论，加强互动，打破课堂沉寂的气氛，可以重新调整学生的注意力[5]。教师要

及时对学生作业做出反馈,全面了解学生的课堂学习情况,同时也要认真给出相关的解题思路和参考解答,帮助学生重复记忆。例如,求解下列第二类边界条件热传导方程的定解问题:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 3, t > 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=3} = 0, & t \geq 0 \\ u \Big|_{t=0} = x, & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

图 3(a)是学生利用分离变量法求解的结果,这与其真实解(见图 3(b))不符,但两者的图形形态一致,这说明运用傅里叶级数理论或本征函数正交性确定叠加系数的步骤存在错误。

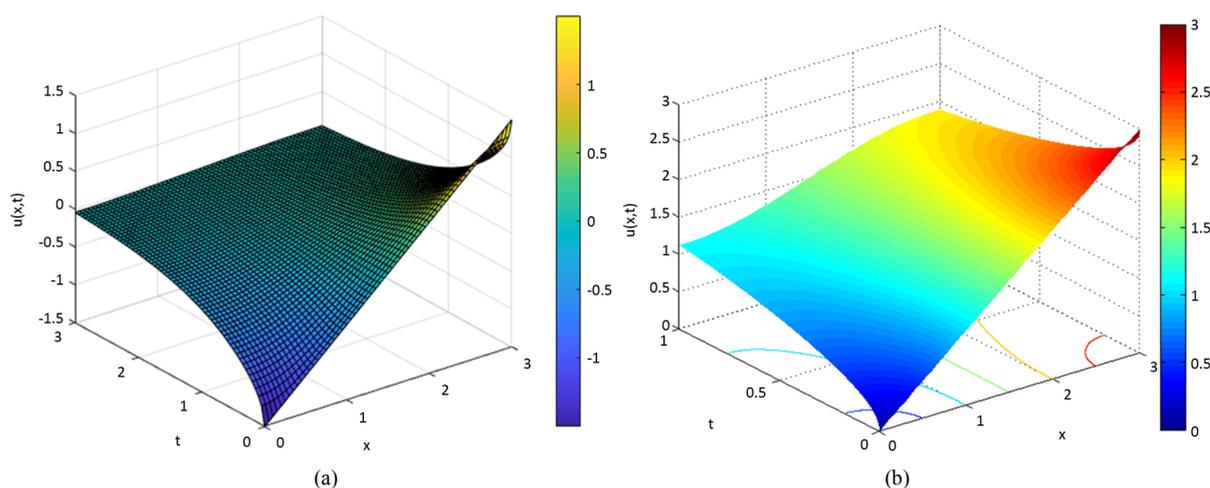


Figure 3. The solution of 1D heat equation with robin boundary conditions: (a) student's result; (b) true solution

图 3. 第二类边界条件热传导方程定解问题的解: (a) 学生结果; (b) 真实解

3.6. 加强教师的专业修养, 提高教学水平

“地球物理特殊方程”是一门理论性、应用性很强的课程,它具有研究内容多、应用范围广等特点,这就要求教师必须及时了解地球物理学学科的最新发展动态,多参加一些学术或教学研讨活动。在掌握数学物理方程基础知识和地球物理专业知识的同时,上课教师还需要努力增强自己的教学能力,如黑板书写、多媒体制作、语言表述,并积极与数学专业的教师和应用地球物理系的同事交流讨论,积累教学经验,从而提高教学水平。

与此同时,教师也要积极开展科研活动,通过科研实践来丰富教学内容。坚持科研带动并促进教学发展的思路,在教材或教案中要融入多年的科研成果,逐渐提高理论水平。根据地球物理学学科发展现状及课程教学大纲的要求,我们于 2017 年 9 月编写出版了教材《数学物理方程与特殊函数(地球物理类)》以及配套的学习辅导书[2] [6]。

4. 结束语

地球物理学的发展对高等数学和数学物理方程课程都提出了更高的要求,这需要我们不断思考如何培养地球物理类专业学生的数理基础。“地球物理特殊方程”课程的教学模式探索是一件有意义的事情,也是一件经过努力可以做好的事情,值得我们为它付出时间和智慧。课程教学过程中,以教学大纲为依据,在教学内容设计、教学思路的建立以及教学方法和教学技术的开展等方面积极实践,不断提高教师

的专业素养, 优化课程体系和教学内容, 系统地向学生传授本课程知识, 提高学生的学习效率。同时, 融入最新科研成果、扩展相关的英文素材和专业材料, 加强和学生的互动, 重视学生平时课程表现以及作业的考核, 从而使该课程的教学形式具有自身的特色教学模式。

基金项目

国家级大学生创新创业训练计划项目(201710533236)资助。

参考文献

- [1] 宋红伟, 郭海敏, 戴家才. 地球物理类专业数学物理方程课程教学改革初探[J]. 科教文汇(上旬刊), 2009(1): 74-75.
- [2] 童孝忠. 数学物理方程与特殊函数(地球物理类) [M]. 长沙: 中南大学出版社, 2017.
- [3] 张帅, 张爱平. “数学物理方程”课程教学方法初探[J]. 中国地质教育, 2011, 20(3): 23-26.
- [4] 汪勇. 浅谈 Matlab 在震勘教学中的应用[J]. 中国地质教育, 2012, 21(4): 108-110.
- [5] 马火林, 潘和平, 骆森, 等. “地球物理测井与井中物探”课程教学实践和认识[J]. 中国地质教育, 2015, 24(1): 66-69.
- [6] 童孝忠, 孙娅. 数学物理方程与特殊函数学习辅导与习题解答[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2017.

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2331-799X, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: ces@hanspub.org