

# 人教版和康轩版初中数学教材“图形与几何”比较研究

王一晗, 金美月, 张嘉笛

辽宁师范大学数学学院, 辽宁 大连  
Email: yihan\_999best@sina.com

收稿日期: 2021年5月31日; 录用日期: 2021年6月22日; 发布日期: 2021年6月29日

## 摘要

采用内容分析法和定量研究方法, 对中国大陆人教版和中国台湾康轩版初中数学教材“图形与几何”部分, 比较分析它们的编排结构特点和教材难度。研究发现编排体例上人教版的特点是在小结中使用了知识结构图、帮助学生构建知识体系, 而康轩版是配备了实物教具、重视学生的操作能力; 拓展栏目上人教版内容比康轩版丰富; 两版教材在插图上都以表征型插图为主; 康轩版内容广度、内容深度较大, 人教版习题难度较大; 整体上康轩版教材难度大于人教版教材难度。最后给人教版教材编写提出几点建议: 教材内容设置上增加直观几何, 提供丰富的背景; 内容编排上用习题回顾旧知, 每一节尽量设计小结; 教材提供大量的实物教具, 增强教材的阅读性。

## 关键词

数学教材, 图形与几何, 比较

## A Comparative Study of “Graphs and Geometry” in Junior Middle School Mathematics Textbooks of the People Education Edition and the Kang Xuan Edition

Yihan Wang, Meiyue Jin, Jiadi Zhang

College of Mathematics, Liaoning Normal University, Dalian Liaoning  
Email: yihan\_999best@sina.com

Received: May 31<sup>st</sup>, 2021; accepted: Jun. 22<sup>nd</sup>, 2021; published: Jun. 29<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

The content analysis and quantitative research methods were used to compare the “Graphs and Geometry” section of the junior middle school mathematics textbooks of the People Education Edition in mainland China and the Kang Xuan Edition in Taiwan, China, and the structural characteristics and difficulty of the textbooks were analyzed. The study found that the layout of the People Education Edition is characterized by the use of knowledge structure diagrams in the summaries to help students construct a knowledge system, while the Kang Xuan Edition is equipped with physical teaching aids and emphasizes students’ manipulative skills. The content of the extension section is richer in the People Education Edition than in the Kang Xuan Edition. The illustrations in both editions are mainly representational illustrations. The breadth and depth of content in the Kang Xuan Edition are greater, and the exercises in the People Education Edition are more difficult. The overall difficulty of the Kang Xuan Edition is greater than that of the People Education Edition. Several suggestions can be made for the development of the People Education Edition. Intuitive geometry should be added to the content of the textbook and rich background should be provided. The content should be organized with exercises to review the previously learned knowledge, and each section is designed with a summary as much as possible. Finally, the textbook provides a large number of physical teaching aids to enhance readability.

## Keywords

Mathematics Textbooks, Graphs and Geometry, Comparison

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

中国台湾是在国际大规模的测试(如 TIMSS)中获得较好成绩的亚洲地区, 中国大陆和中国台湾学制上相同, 教材编写上均是一纲多本的形式。中国大陆的《义务教育数学课程标准(2011 年版)》和中国台湾的《国民中小学九年一贯课程纲要数学学习领域》中都指出教材编写理论包括: 编写教材强调科学性, 不仅是指数学的学科特征, 还要符合学生的认知规律; 注重整体性, 从内容、习题、数学史三方面阐述; 注重教材的可读性, 插图、语言、文本必须既有趣又要让学生集中精力学习; 注重教材的弹性, 问题情境突出层次性, 习题选择组织突出层次性等[1] [2]。

但是, 由于社会发展、教育理念、教材发展史和教材市场机制的不同, 使得中国大陆教材和中国台湾教材编写上有所差异。考虑几何内容在初中数学中所占的比例和重要性以及教材的普及性, 选取大陆人教版和台湾康轩版初中数学教材, 采用内容分析法和定量研究方法, 对其“图形与几何”内容, 从编排体例、拓展栏目、插图、教材难度等进行了比较。该研究将在理论上丰富中国大陆和中国台湾教材特点研究的成果, 可以充分对教材内容进行自我了解和自我认知, 并可以从康轩版教材中发现一些新观点、新思路, 为大陆教材的修订提供一些数据支持; 在实践上, 通过对两版教材特点的分析, 有助于教师更深层地理解教材, 批判性地使用教材, 以便合理安排教学内容, 改进教学方法。

## 2. 研究设计

依据大陆数学课程标准, 几何内容划分为“图形的性质”、“图形的变化”、“图形与坐标”三个

主题[1]。

编排体例上，分析两版教材章结构和节结构当中包含了哪些部分，以及各部分所表述的内容体现的特点。

拓展栏目上，将认知要求划分为三个水平，分别为感受、体验和探索[1]，具体界定标准如表 1。

**Table 1.** Definition criteria of cognitive requirement level in the extended column

**表 1.** 拓展栏目认知要求水平界定标准

水平	界定标准	举例说明
感受	在一些活动中并不需要学生参与，仅观察，记为感受水平；一般观察与猜想栏目、数学好好玩栏目活动为感受水平。	康轩版教材平行线单元的数学好好玩栏目，该栏目可以拓展知识面，不需要学生操作或探究。
体验	在一些活动中学生参与其中并进行模仿操作，主动认识或验证对象的特征，进而获得经验，记为体验水平；一般信息技术应用、数学橱窗栏目为体验。	人教版教材三角形全等单元“探究三角形全等的条件”的信息技术应用的活动，学生模仿教材中的操作过程，操作几何画板，验证三角形全等的条件，进而获得一些经验。
探索	学生独立或与他人合作参与到数学活动中，并且理解或提出问题，寻求解决问题的思路，通过调查、制作、设计、实验验证等发现该研究对象与其他对象的区别联系，或者动手设计制作模型，记为探索水平。	人教版教材勾股定理单元的数学活动栏目，该活动需要学生参与到测量旗杆实际高度活动中，不仅需要学生理解问题，还需要自主寻求解决问题的思路，去调查、设计方案，进而解决问题，获得理性认识。

插图功能上，该文采用梅耶的四种插图类型的分类对两版教材插图的功能进行分析，具体界定标准如表 2。

**Table 2.** Definition criteria of illustration functions

**表 2.** 插图功能界定标准

功能	界定标准	举例说明
装饰型	装饰型指用来吸引学生注意力、增加学习兴趣但与学习无关的插图，它的主要特点去掉该插图不会影响学生的学习过程。	康轩版教材的小熊图案、两个小朋友谈话的漫画。
表征型	表征型指描绘或呈现文中提及的物体或者单一的成分，表征型插图有利于学生直观的了解数学内容，它的主要特点是去掉该插图后学生缺少直观感知，认知上会增加一点困难。	人教版菱形部分生活中菱形形象物品的插图。
组织型	组织型是用来描述文本中提到的两个或两个以上对象或要素之间关系的结构图[3]。	人教版教材的章末小结。
解释型	解释型是解释数学结构中各元素之间的关系，帮助学生将新知识与已有旧知识间建立联系。	人教版教材“出入相补法”插图展现的勾股定理的证明过程。

教材难度上，从内容广度、内容深度以及习题难度三个维度进行量化分析，具体公式如下[4]：

$$N = f(C_1, C_2, E)$$

$$f = 0.2C_1 + 0.5C_2 + 0.3E$$

$$C_1 = \frac{D}{B}$$

$$C_2 = 0.5C_{21} + 0.5C_{22}$$

$$E = 0.6E_1 + 0.4E_2$$

教材难度模型中,内容广度以知识点的数量来衡量[4],知识点指显性呈现的知识点,不包括数学活动、阅读与思考、实验与探究栏目隐含着的知识点;内容深度从内容的认知要求和呈现方式两方面分析[4],其中,认知要求划分为了解、理解、掌握以及应用四个水平[1],并分别赋值为0、1、2、3,呈现方式划分为直观描述、归纳、演绎[5],分别赋值为1、2、3;习题难度从行为要求和背景两方面分析[4],其中,行为要求划分为模仿、迁移和探究三个层次[5],并分别赋值为1、2、3,背景分为无背景、生活背景和科学背景三个层次[5],分别赋值为1、2、3。

### 3. 比较分析结果

#### 3.1. 编排体例上人教版强调建构良好的知识结构及数学应用、康轩版强调数学文化的融入及数学应用

人教版的章结构共分5个部分,分别是引言、节的具体内容、数学活动、小结、复习题等构成。其中,引言在每一章的第一页,其内容主要是介绍这一章知识的数学背景和生活中的应用领域及意义,然后按知识学习的顺序对每节课的内容做一个简短的介绍,并配以相应的图片,最后介绍本章知识与其他章节知识的联系。由此能分析出,引言试图帮助学习者建立知识结构。在节的具体内容上,使用简洁的语言介绍学习本节课知识前须具备的知识。这种安排既可以帮学生建立起知识结构,又能帮助学生进行自我评价。在数学活动中,设置了很多与实际生活相关联的开放性问题,加强数学的应用。小结部分包含知识点的结构图,类似思维导图,由中心向四周扩散,重点明确、逻辑清晰,这样的结构图有助于帮助学生快速的梳理重点,从整体上把握内容,构建知识点之间的联系;此外小结中还包括回顾和反思,培养学生养成反思的好习惯。复习题分为三个阶段,复习巩固、综合运用和拓展探索,提供了不同层次的练习题,可以照顾到全体学生,体现学生中心的课程理念。

人教版的节结构共有7个部分组成,分别是:回顾与介绍、思考、探究、例题、练习题、习题、阅读与思考。其中,回顾与介绍部分强调本节知识,思考部分以问题的形式出现,探究部分也以问题形式展开,例题、练习题以及习题部分强调与本节知识相关的知识以及能力培养,最后,阅读与思考部分设置了数学活动,例如“用轴对称进行图案设计”的数学活动。也就是说,节设置通过丰富的问题为中心的学习活动,包括信息技术的应用,强调基础知识、基本技能、基本思想、基本数学活动经验等四基。

总之,人教版编排体例强调良好的知识结构的建构、数学的应用、问题情境、四基、体现学生中心的课程理念。

康轩版章结构共分9个部分,分别是:引言、具体内容、重点整理、数学好好玩、自我评量、数学橱窗、学习地图、数学阅读、附件。其中,每一章的第一页有章引言,引言的内容主要侧重从实际生活中找出与本章知识相关的情境,并配以色彩鲜明的图片,然后从情景中抽象出数学问题;具体内容介绍的是每节的知识点,在这一部分会标记出这一节的内容,这样的设计可以帮助学习者对本节内容有一个系统的把握;重点整理采用罗列式的方法进行总结,将该章知识点中的重点内容进行罗列,且呈现具体内容,学生能够更快、更准、更深地把握知识点;数学好好玩栏目引入了数学史的知识或者增加了拓展数学思维的知识,显然关注数学文化在课程中的融合;在章末有数学橱窗的栏目,数学橱窗的内容多为课内内容的拓展、延伸,如“圆内接四边形的逆性质”,或者与实际生活相联系的问题探究,如“铺地砖”,关注数学的应用;附件部分,针对具体内容中的一些知识点配备了教具,例如,针对角平分线和轴对称内容提供了让学生折一折的实物教具。这是考虑到了图形与几何内容的抽象性,通过具体化的操作活动,能使学生顺利发展到分析以及更好的推理水平。这种安排,显然符合初中生的几何思维水平尚处于直观水平走向分析水平的阶段。

康轩版节结构共分6个部分,分别是:旧知回顾、课时结构、例题、问题探索、重点整理、自我评

量。其中，旧知回顾以填空题的形式呈现，这些知识点与将要学习的新内容相关联，这可以帮助学生回顾学习过的知识，并建立起知识之间的联系；节的重点整理还以例题和“注”的形式进行提示，再次强调易混淆的知识。

总之，康轩版编排体例丰富、强调情境中抽象数学问题、知识系统性、数学文化的融入、数学的应用以及符合学生几何认知特点。

### 3.2. 拓展栏目上人教版关注体验水平、康轩版关注感受水平

**Table 3.** Statistical table of cognitive level in the extended column of two editions of the textbooks

**表 3.** 两版教材拓展栏目认知水平统计表

版本	感受	体验	探索
人教版	9 (17.65%)	32 (62.75%)	10 (19.60%)
康轩版	10 (55.56%)	6 (33.33%)	2 (11.11%)

在拓展栏目中，两版教材都安排了不同水平的学习活动，并且都注意数学史、生活情境和科学情景的融入。在拓展栏目的认知要求上，人教版和康轩版都覆盖了感受、体验、探索三种水平，但人教版集中于体验水平，康轩版集中于感受水平，整体上人教版拓展栏目的认知水平高于康轩版(表 3)。

另外，人教版的拓展栏目中以选学的方式融入了一些难度较大的拓展知识，其中一部分是康轩版正文中的知识，可以说，人教版在内容编排上更注重层次性。人教版的拓展栏目中设置了许多信息技术应用的问题，这些信息技术应用问题开发和提供了丰富的学习资源，并将信息技术作为学生学习数学和解决数学问题的有力工具。而康轩版教材将各种层次的内容都编排在正文中，教材的弹性较小，相对来说安排了较多数学史的内容，例如几何的起源、尤拉线、科赫曲线、毕氏树等，对数学史内容的要求主要是感受水平。

### 3.3. 插图功能上两版教材都以表征型插图为主

该文研究的插图包括具有直观特点的图片、照片以及图表，发现教材中的插图主要出现的位置有章首图、栏目图和文中图，见表 4。

**Table 4.** Statistical table of illustration functions of two editions of textbooks

**表 4.** 两版教材插图功能统计表

版本	装饰型	表征型	组织型	解释型
人教版	51 (10.81%)	383 (81.14%)	16 (3.89%)	22 (4.66%)
康轩版	48 (30.00%)	108 (67.50%)	0 (0.00%)	4 (2.50%)

两版教材都以表征型插图为主，人教版达到 81.14%，康轩版达到 67.50%，而只有极少量解释型插图。另外，人教版安排了少量组织型插图，康轩版教材没有组织型插图，但装饰型插图较多，占比达到 30.00%，例如，在三角形边角关系内容中有一张漫画形式的装饰型插图，两个小朋友分别从一座山的两侧攀爬，缓坡的小朋友说“我选的路比较平缓，但好像比较远”，陡坡的小朋友说“我选的路比较陡，好累哦”，该插图色彩鲜明，虽然不是知识点的直接表现，但是两个小朋友的话语隐含着大边对大角的知识。

### 3.4. 教材难度上康轩版大于人教版

根据研究工具及数据分析，得到如下结果，具体见表 5。

**Table 5.** Quantitative data of difficulty of two editions of textbooks  
**表 5.** 两版教材难度量化数据

维度	图形的性质		图形的变化		图形与坐标		图形与几何	
	人教版	康轩版	人教版	康轩版	人教版	康轩版	人教版	康轩版
内容广度	0.66	0.76	0.80	0.54	0.89	0.89	0.70	0.74
内容深度	0.60	0.63	0.57	0.80	0.54	0.38	0.59	0.64
习题难度	0.56	0.51	0.57	0.48	0.60	0.50	0.57	0.51
难度	0.60	0.62	0.62	0.65	0.63	0.52	0.61	0.62

从表 5 能看出, 内容广度方面, 总体以及图形的性质的难度, 康轩版大于人教版, 而图形的变化难度人教版大于康轩版; 内容深度方面, 总体难度、图形的性质难度、图形的变化难度上, 康轩版大于人教版, 而图形与坐标的难度人教版大于康轩版; 习题难度方面, 总体还是图形的性质、图形的变化、图形与坐标等各个维度的难度上, 人教版大于康轩版; 总体上, 人教版教材难度系数为 0.61, 康轩版教材难度系数为 0.62, 康轩版教材难度高于人教版。

进一步从内容安排上看, 两版教材都侧重图形的性质这一主题以及这个主题下的三角形、四边形、圆、相交线与平行线的内容, 图形的变化主题下的图形的相似, 在图形与坐标的内容上基本相同。但是, 人教版在图形的性质方面, 缺少与小学内容衔接的知识以及对三角形、圆的性质的深入探究, 在四边形上缺少筝形、梯形的内容; 图形的变化内容上多设置了图形的平移、旋转以及投影, 在图形的相似应用中拓展学习了锐角三角函数的内容及其应用; 图形与坐标上, 安排了象限一个知识点, 而且多安排了方位角和距离刻画位置的知识点。而康轩版多安排了利用相似探究图形性质的内容, 如直角三角形的边的关系、四边形各边中点的连线性质等; 在图形与坐标内容上, 康轩版教材知识点安排的更加细致, 例如对于象限这个知识点, 康轩版安排了两部分进行学习, 象限的概念和象限的性质符号。

在内容深度上看, 两版教材内容的认知要求在掌握和应用两种高认知上占比较大; 内容的呈现方式来看, 有丰富的呈现方式, 重视由直观到抽象的呈现方式。在内容的认知要求上, 人教版教材在不同的内容上都体现出一定的层次性, 而康轩版则根据不同的内容设计不同水平的认知要求, 理解和掌握两种高认知水平主要集中在三角形、圆、四边形和相似的内容上, 点线面角、定义命题定理、相交线与平行线、图形与轴对称、图形与坐标等一般较多安排了解、理解的认知水平。

在习题难度上, 两版教材在习题的行为要求上, 均以迁移水平习题为主; 在习题的背景上, 以无背景习题为主, 均超过 70%。在习题行为要求上, 人教版教材的习题的选择和编排突出层次性, 体现一定的弹性; 康轩版教材每个主题以迁移水平为主, 其余两个水平习题的安排根据内容情况会有变化, 如三角形、四边形以及圆这三部分内容涉及到探究水平的习题, 而其他内容几乎没有。在习题背景上, 相比于康轩版, 人教版教材注重生活情景和科学情景的融入。

通过以上分析, 我们认为人教版教材注重知识的全面性、层次性、广度、应用性、认知要求普遍高, 强调几何变换, 但缺乏与小学知识的衔接, 而康轩版更注重知识的广度、小学的衔接、因知识的不同有不同的认知要求。

#### 4. 建议

基于人教版教材在“图形与几何”内容呈现上的优点与不足, 对大陆初中数学教材几何内容的编写提出以下建议:

#### 4.1. 内容上增加直观几何，提供丰富背景

夸美纽斯[6]在《大教学论》中指出，“一切知识都是从感官的感知开始的”，首次提出了直观性教学的原则，更进一步的，从教育适应自然的心理学观点出发，裴斯泰洛齐[7]主张进行直观教学，他认为客观对象离学生感官的远近决定了学生对于此对象印象的清晰性与正确性，另外，以直观方式掌握了基本知识的学生，比其他学生更明白他们做的是什么、为什么这样做。对于几何内容来说，直观几何比论证几何更接近学生生活，而纵观人教版教材，其论证几何内容明显比直观几何多，且难度较大，这会导致学生因基本概念与方法的不熟练，在演绎推理时遇到各种问题。实际上，学生是通过直观几何的动手操作获得的经验，加深概念、类比、归纳并获得基础知识与方法，逐步踏入论证几何的学习。因此，人教版教材的论证几何部分，需要多穿插直观几何的内容，实现交叉融合。

在背景方面，相比于康轩版，人教版数学史内容较少，而数学史可以展现数学知识发生发展的演变过程，更利于学生理解数学的实质、理解数学研究活动中的科学精神、理解数学文化的底蕴，因此要增加丰富的数学史内容。

#### 4.2. 用习题回顾旧知，每一节设计小结

人教版教材章前言结构中的旧知回顾，可借鉴康轩版教材的章前言知识回顾形式，以习题的方式回顾知识。这样既可以引起学生的注意，又能将与本节内容有关的知识进行联系、整合、贯通，而且很好地起承上启下的作用。

另外，根据艾宾浩斯遗忘曲线，越早地复习，记忆效果越好。人教版教材是在一章结束后才安排小结，复习已学内容所跨越的时间较长，而康轩版教材在每一节内容学习后都会安排重点整理并配备相应的习题。很多其他地区或国家也采取了相似的编排方式，比如香港教材在每一章都有单独一个小节“基础知识重温”来复习旧知[8]。

#### 4.3. 提供实物教具，增强教材的可读性

皮亚杰[9]认为，教学中必须重视学生的动作和活动，摆弄物体的活动对理解几何关系是必不可少的，应提供材料、工具和设备，让学生自由操作、观察和思考。人教版教材没有随教材配备相应的实物教具，导致学生缺乏对于没有接触过的几何图形的直观认识。而康轩版教材在较为抽象知识或较繁的推理中，提供了合理的实物教具供学生使用，这不仅加强了学生的动手操作能力，而且使得学生能在“做数学”的过程中发现问题、提出问题、分析问题和解决问题，充分提升学生的“四能”，获得丰富的基本活动经验。

同时，人教版教材的设计颜色单一，缺乏装饰性插图，这些都会使学生感到枯燥，降低学习兴趣。而康轩版提供了很多色彩丰富、生动形象的装饰型插图，提高学生在阅读时的舒适度，更能吸引学生，从而提高学生的学习兴趣。特别是在一些重要的知识点，比如，公式的引导、命题的推理论证、数学史呈现等上做一些改进，使学生关注结果的同时更加关注过程。

### 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2011.
- [2] 台湾教育主管部门. 国民中小学九年一贯课程纲要——数学学习领域[Z]. 台北: 台湾教育主管部门, 2010.
- [3] 张贺华. 3-6 年级科学教材中插图的研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2010.
- [4] 邝孔秀, 姚纯青, 蔡庆有, 宋乃庆. 中国小学数学教材的难度分析——国际比较的视角[J]. 比较教育研究, 2015, 12(9): 73-78.

- 
- [5] 蔡庆有, 张辉蓉, 黄燕苹, 金美月. 中日韩小学数学教材习题配备比较研究——以四年级为例[J]. 数学教育学报, 2014, 23(2): 33-39.
- [6] 夸美纽斯. 大教学论[M]. 傅任敢, 译. 北京: 教育科学出版社, 1999: 112.
- [7] 余中根. 裴斯泰洛齐教育思想研究[M]. 昆明: 云南大学出版社, 2009: 268-273.
- [8] 马迎秋, 曹一鸣. 初中数学教材几何内容分布的国际比较研究[J]. 数学教育学报, 2018, 27(4): 12-17+75.
- [9] 皮亚杰. 皮亚杰教育论著选[M]. 卢濬, 译. 北京: 人民教育出版社, 1990: 9-11.