

复变函数与积分变换的教学改革探索

孙钦秀¹, 李宏亮^{2*}

¹浙江科技学院数学系, 浙江 杭州

²浙江外国语学院数学系, 浙江 杭州

收稿日期: 2022年4月26日; 录用日期: 2022年5月22日; 发布日期: 2022年5月31日

摘要

复变函数与积分变换是工科类本科生的重要基础课, 也是学生后续课程的基础。为了提高学生的学习兴趣、增长学生知识和培养学生能力, 我们从课程思政、教学内容、教学方法、教学手段及成绩考核等方面进行改革。实践证明, 我们的教学改革在提高教学质量方面是很有成效的。

关键词

复变函数与积分变换, 教学改革, 创新能力, 教学质量

Exploration of Teaching Reform of Complex Function and Integral Transform

Qinxu Sun¹, Hongliang Li^{2*}

¹Department of Mathematics, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou Zhejiang

²Department of Mathematics, Zhejiang International Studies University, Hangzhou Zhejiang

Received: Apr. 26th, 2022; accepted: May 22nd, 2022; published: May 31st, 2022

Abstract

Complex function and integral transform is an important subject of engineering undergraduates, and also foundation of subsequent courses. To improve interests, increase knowledge and cultivate ability of students, we reform in curriculum ideology and politics, teaching content, teaching ways, teaching means and teaching checking. Practice shows that our reform is effective to improve the teaching quality.

*通讯作者。

Keywords

Complex Function and Integral Transform, Teaching Reform, Innovation Ability, Teaching Quality

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

复变函数论产生于十八世纪, 全面发展是在十九世纪, 对学科发展作出杰出贡献的人物有 Euler、D'Alembert、Laplace、Cauchy、Riemann、Weierstrass 等。复变函数论是现代数学的重要组成部分。复变函数与积分变换是高等数学的后续课程, 也是工课数学系列课程中一门必修的基础课程, 它在电气自动化、通信工程与控制、力学、空气动力学、信号分析与图像处理、机械系统、地质勘探与地震预报等工程技术领域都有广泛的应用。学习此课程既可以拓展大学生的数学知识面, 掌握后续课程和应用需要的必要知识, 也能够培养学生良好的思维品质和创新意识, 分析和解决实际问题的能力。由于该课程理论性和实用性比较强, 学习难度比较大, 这给学生学习带来很大的挑战。同时也给课程教学提出很高的要求, 需要我们根据实际情况对教学的诸多方面进行改革, 从而使我们的教学效果得到提升, 真正使教学工作起到激发兴趣、增长知识和培养能力的功能。

2. 课程教学存在的各类问题

教学改革必须对症下药, 故了解教学的实际情况是最重要的事情。经过调查研究, 我们发现复变函数与积分变换教学工作主要存在以下几个方面的问题:

1) 课程思政教育薄弱。长期以来, 很多教师认为大学生的思想政治工作只是思想政治教师、辅导员和班主任的工作, 与自己关系不大, 只要把专业课知识讲好就行了。思想政治课程与通识课程、专业课程之间难以做到融会贯通, 思想政治教育日益孤立起来。与人文社科类专业课程相比, 像复变函数和积分变换等理工科类专业课程在思想政治教育方面更不理想, 甚至完全缺失。长此以往, 学生的品德修养和科学精神将会极大地削弱。

2) 教学内容选择上针对性不强, 没有根据工科学生的需要进行课程内容的合理取舍。教学重点不突出且忽视应用方面的教学, 学生学习重点把握不牢, 学习的方向感不强, 挫伤学习积极性。

3) 教学方法比较单一, 未能体现“教师为主导, 学生为中心”的教学理念。教师只注重知识的讲解, 缺少与学生的交流与互动, 没能及时掌握学生的学习情况, 导致学生掌握知识不够扎实。

4) 教学手段比较陈旧。虽然现在 PPT 用的比较多, 但是如何让 PPT 和板书有机结合, 如何让 PPT “活起来”的研究还不够。课余时间没有充分利用, 学习平台的功能未能充分挖掘。教学语言单一, 教师一般都采用中文教材中文授课, 未能采用或参考国外优秀教材, 从而影响到学生的国际化品质, 也影响到学生的未来发展。

5) 考核方式比较单一。由于课时比较少, 教师在赶进度, 对学生平时学习跟踪的不够, 学生考核方式一般采用作业、期末的成绩来评价。由于缺少对学生学习的持续性的追踪, 学生在学习过程中的紧迫感缺失, 影响到学习的效果。

3. 改革内容

针对目前复变函数与积分变换课程教学的各类问题, 为了提高学生的学习兴趣、提高学习效果, 我们在以下几个方面进行教学改革和尝试。

1) 将课程思政融入课堂教学, 培养学生的科学精神和爱国主义情怀

教育的根本就是“立德树人”。复变函数和积分变换是一门工程数学基础课程, 结合工科建设的特点和需求, 授课教师精心挑选本课程所蕴含的思想政治元素, 力求将思想政治教育与科学知识教育有机结合, 实现学生在智育的过程中得到品德教育。

第一, 在教学过程穿插介绍对复变函数论作出突出贡献的中外科学家的事迹, 崇尚科学精神。如将 Euler、D'Alembert、Laplace、Cauchy、Riemann、Weierstrass, 华罗庚、杨乐、张广厚、周向宇等数学家的事迹做成 PPT 的形式, 直观的展现给同学们, 让学生大致了解复变函数发展的历史, 以及他们在探索科学问题时所付出的巨大努力, 引导学生树立正确的世界观、人生观和价值观和吃苦耐劳的学习态度, 激发学生的创新精神, 从而更激发学生学习的斗志和学习热情。

第二, 培养学生爱国主义情怀, 增强学生的民族自信心和自豪感。中国有很多的复变函数和积分变换专家在此领域内作出了很多优秀的学术成果, 他们为我们国家和民族屹立于世界民族之林作出杰出贡献, 我们在上课的过程中将介绍他们的成长经历和杰出贡献, 借此激发学生的爱国情怀。

第三, 强调尊敬老师、尊重教师劳动就是尊重科学, 培养学生尊敬师长的优秀品质和良好的学习习惯。在课堂提问时我们发现很多学生若是不能回答问题就不站起来, 我们要求学生无论是否能够回答务必起立, 这是对老师的尊重, 也是对科学的敬畏之心。作业上我们发现很多学生学习习惯不好, 不写“解”、“证明”或缺少标点符号等基本规范, 字迹潦草, 敷衍塞责。我们在批阅的时候会仔细指出问题, 要求学生一定要有规范。如果学生在后期的作业中仍然没有改进, 我们会写上评语, 并在平时作业成绩上扣分, 以此规范学习态度, 督促学生加强品德修养。

2) 紧紧围绕教学目标, 对教学内容进行合理取舍

目前我们使用的教材是薛有才等编撰的《复变函数和积分变换》[1], 教材详略得当, 适用于工科学生使用, 我们还指定一些经典的教材作为基本参考书目, 供教师备课使用也可供学生们参阅, 如钟玉泉的《复变函数》[2]、余家荣的《复变函数》[3]以及王志勇的《复变函数和积分变换》[4]。由于在课程内容上我们重点放在解析函数、复变函数积分、级数、留数定理应用、Laplace 变换。于在高中已经接触过复数的基本知识, 所以复数的代数运算的教学进度比较快。在总体思路上, 为了工科学生的需要, 我们基本忽略定理的证明过程, 少数的证明可以提下证明概要加深学生印象, 将突出知识点的应用作为教学的首要任务。

对于“解析函数”, 重点之一是函数的可导和解析的判断, 即利用函数的实部和虚部的可微性和 Cauchy-Riemann 条件来判定复变函数的可导性和可微性; 重点之二是初等函数值的计算, 在这里函数的定义域和值域都已经延拓到复数域内, 故很多函数已经是多值函数, 这是特别需要强调的知识。

对于“复变函数的积分”, 重点是用参数方程求复变函数的线积分、用 Cauchy 积分定理、Cauchy 积分公式及高阶导数公式求闭曲线的复变函数的线积分, 在这里关键要让学生知道如何判断积分在何种情况下采用以上何种方式来求。

对于“级数”, 重点放在幂级数的收敛半径、利用间接法求解析函数的 Taylor 级数展开和 Laurent 级数展开。在这些教学中我们忽略函数项级数一致收敛的概念, 避免因为艰涩的概念而产生畏难情绪。

对于“留数”, 重点是孤立奇点类型、几种不同孤立奇点留数的计算、留数定理在闭合回路上的线积分上的应用和留数定理在几种不同类型的实函数积分中的应用。在讲了留数定理在闭合回路线积分的

应用后,我们将总结求复变函数积分的几种方法:定义法、Cauchy 积分定理、Cauchy 积分公式、高阶导数公式、级数法、留数法,指出它们的联系和区别及适用范围。留数定理的应用最关键的问题是教会学生如何把比较复杂的实积分转化为复变函数在闭合回路上的积分。

对于“Laplace 变换”,重点是 Laplace 变换的性质和求函数 Laplace 变换和逆变换以及它们在解方程和实际生活中的应用。在授课过程中,特别强调让学生联系自身专业,让学生清楚 Laplace 变换去解决信号输入问题中的时域和频域的分离问题,同时利用 Laplace 变换的积分性质去计算高数里的含参变量积分。

3) 围绕提高学习兴趣、扎实掌握知识和提升思维能力,教学方法多样化

过去教学过程中往往过于重视教学过程中教学内容的准确性和完整性,对学生学习兴趣和情况缺少比较全面的了解,没有突出学生的主体地位。所以间接地拉大了教师和学生之间的关系,也降低了学生学习知识的热忱。为了提高学习兴趣、学好课本知识和提升思维能力,我们将在教学方法上下功夫。

第一,我们将教学内容与实际生活或工程问题相结合。让学生了解复变函数与积分变换在诸多工程和物理问题中的应用。如让学生知晓复变函数与积分变换可以解决单向纤维增强复合材料中剪切波多重散射问题、图形图像处理、隧道施工引起的地基变形等很多现实问题。在 Laplace 变换的教学中,教师可以提供相关的工程问题或是学生自身也可寻找专业方面的问题,然后布置给学生用 Laplace 变换的思想去解决这些专业问题。学生可以单独或是以小组的方式去寻求解决问题的办法,由此展示学生的聪明才智,发挥学生的主观能动性。用学到的知识解决生活中的问题能让学生提升成就感和愉悦感,学以致用,从而提高学习兴趣和学习效果,提高解决实际问题的能力。

第二,在教学过程采用与高等数学知识进行类比教学。如在教学复变函数的极限时,要指出虽然函数看上去是一个变量,但本质上的两个变量,所以它和一元函数的极限是有本质区别的;虽然定义与二元实函数的极限定义不相同,但实际上复变函数的极限与它的实部和虚部作为二元实函数有极限是等价的。在讲解复变函数在某点可导时,需要指出其和实部和虚部的偏导数是不同的,因为复变函数的导数是实部和虚部需作为整体考虑的,所以要求要高的多,因此才会要求实部和虚部要在此点可微,并且满足 Cauchy-Riemann 条件;也正因为如此,当我们在讲解区域内解析的函数具有无穷阶导数和圆域内可展成 Taylor 级数和圆环内可展成 Laurent 级数时,学生也不会感到奇怪了,虽然这种现象在一元实函数只有一阶导数存在的条件下是不可能发生的。在具体讲解初等解析函数的导数、Newton-Leibniz 公式、Taylor 级数展开和 Laurent 级数展开时,可以和一元函数结合起来,它们求解的方法是类似的。在讲解留数定理在实直线上积分应用时,可以先让学生思考用不定积分、定积分、广义积分或含参变量积分去考虑解决这些问题,结果可以发现用高等数学中的方法要繁琐很多且技巧性强、有些甚至于不能解出,从而可以体现留数定理在解某些类型积分的优越性,让学生感受到留数的强大作用,激发学生的学习兴趣。

第三,在课堂教学过程中通过学生的板演及时纠错。在课堂上,教师有必要及时检测学生的掌握情况,基本方法就是请同学们到黑板上解题。平时我们通过课堂表现和平时测试有意识地了解学生的掌握知识的程度,在板演时候根据题目的难易程度让不同程度的学生上来板演。做完之后,问学生几个问题:“你的解题是否有把握?”,“没有把握,你觉得你的解题过程中哪里可能会出现出了问题?”,“你觉得解此题的关键是什么?”之后教师再进行分析,对每一步都说出理由。很多学生反映这种教学方式很好,在促进学生自己思考、自我负责方面起到很好的作用。

第四,教学与科技创新相结合。创新是民族进步之魂,是一个国家持续发展的根本源泉。将所学知识应用于创新创业之中,将是很有意义的事情。丘成桐先生曾经说过:“数学的价值在于研究和发现。”根据《教育部、财政部关于“十二五”期间实施“高等学校本科教学质量与教学改革工程”的意见》,

为了促进高等学校转变教育思想观念, 改革人才培养模式, 增强高校学生的创新能力和创业能力, 培养适应创新型国家建设需要的高水平创新人才, 大学生可以申请国家创新训练项目、创业训练项目和创业实践项目; 浙江省大学生可以申请浙江省大学生新苗计划、浙江省大学生创新、创业孵化项目; 学生还可以申请本校的创新创业项目、大学生春萌计划等。这些项目的设置为大学生发挥自己的聪明才智创造了很好的平台。如何将复变函数和积分变换知识和创新创业项目结合起来是教师和学生共同的课题。我们在教学过程中寻找适合学生研究的有意义的问题跟学生一起讨论并以此申请课题。我们曾经研究了复变函数中值定理的推广和 K -解析函数的性质等问题, 并因此学生申请到了国家级创新创业项目。我们也鼓励学生利用 Laplace 变换性质结合自己专业的相关问题寻找适合的课题并申请创新创业项目。让学生参与到项目的申请、实施、结题等各个环节中, 让学生体会到做科研的艰辛及做科研的乐趣。从事科学研究的过程中, 学生的分析问题和解决问题的能力得到了提升, 从而也加深了学生对课本知识的理解, 进而学生的学习兴趣也得到了加强, 授课氛围更愉悦, 学习效果也更好。

4) 为了提高学习效率和学习效果, 教学手段多样化

过去教师教学一直采用传统的板书教学, 随着多媒体技术的引进, 在教学过程中板书和 PPT 结合的方式也是教师经常采用的一种方式。随着疫情的来临, 线上线下授课相结合的方式也融入进来。如何有效的结合多种教学手段称为现在教学中亟待解决的问题。我们在这方面做了很多有益的尝试。

第一, 板书和多媒体的有机结合。板书是数学教学中必须的一种授课方式, 因为数学的许多定理、公式、计算都需要通过推导才能得到, 过快的演绎不能显示其中的奥妙, 学生接受会受到限制。然而板书的弊端也是显然的, 因为很多内容并不需要都写在黑板上, 比如定理、公式、图形、例题等内容, 如果都用板书写出会影响上课内容的容量、形象性和效率。这时 PPT 就起到了很好的补充效果, 这不仅能够增加上课的效率、吸引力而且也能克服大教室上课后排同学看不清楚的缺陷。在使用 PPT 时, 要注意它的使用效果。课件要具有吸引力, 我们在课件上下功夫, 其一是课题中的重要内容和重要知识点用更醒目的颜色来显示, 加深学生印象; 其二是保证 PPT 从形式和内容上的正确性和严谨性, 比如现在有些 PPT 不太注意标点符号的使用, 有些甚至没有标点符号, 所以我们在保证内容正确性的同时还对所有的标点符号进行修订, 确保形式上的严谨性。教师的这种一丝不苟的精神也能推动学生在学习过程更加认真和仔细。

第二, 充分利用计算机软件技术的数值功能和图形功能。多方面利用数学软件使抽象内容更形象生动, 利用数学软件的数值功能检验计算结果的正确性。如可以利用 Mathematica 中的微积分来进行幂级数展开和 Laurent 级数展开, 可以利用 Matlab 来实现复变函数图像的绘制、复数运算、泰勒展开及求留数等运算, 求出拉普拉斯变换和逆变换。通过计算机软件的应用向学生不但能够展现一个图文并茂的形象, 扩大课堂的信息量, 而且能够提高学生运用现代计算机技术解决实际问题的能力, 提高课程知识与数学建模结合起来的能力。

第三, 线上线下相结合, 充分利用学习平台巩固学习效果。疫情严重期间我们利用钉钉群或 QQ 对学生进行网上教学, 教学方式采用教师视频讲课或是看课程录播的方式; 疫情不太严重时我们采用一定比例的线上授课来补充线下授课。我们会为每个学习章节在学习通上布置一定的习题, 这样做便于学生保存作业, 也便于教师更方便批改; 平时每一章或两章都会有小测试, 这些测试也都在学习通上进行。为了便于学生在课后能进一步学习课程知识, 我们在学习通上放有教学录像、PPT 课件、教学大纲、教学计划、习题与试题库、实验教学大纲、试题答案等。我们还在学习通内开有讨论区, 同学们在讨论区对给出的问题展开讨论, 促进同学之间的沟通与交流, 从而促进大家对知识的理解。在课后, 同学们可以通过 QQ、微信、钉钉向教师提出有疑问的问题, 教师可以及时给予解答。

第四, 由中文授课逐步向双语授课转化。为了实现学校培养具有国际化视野和国际化品质人才的教

学目标, 我们将引进了复变函数和积分变换课程的双语教学, 也即利用英文教材, 用中文授课, 我们计划选用英文教材[5]。学校有外语特色鲜明的定位, 当前和德国、法国等很多欧美高校有密切的合作, 因此进行双语教学亦是我们各学科陆续进行改革的方向。由于将采用英语教材, 所以会涉及很多英文专业术语, 这给授课和学生学习带来一定的难度。因此我们对双语教学讲求缓步前行, 扎实推进, 避免产生不良的影响。

5) 完善考核机制, 实现全程教学质量的监控。过去对学生成绩考核主要依据作业情况和期末成绩来评判, 这种考核方式造就了学生平时学习不够努力, 总想搞考前突击, 这不利于学生对知识的掌握和应用。为了剔除这种考核弊端, 现在我们采用多种方式来考核学生。平时成绩一般由作业、章节测验、课堂出勤率、课堂表现、学习平台的利用率几项综合评价得到, 其中作业可以包括书本作业和小论文。平时成绩和期末成绩做加权平均得到最后的总评成绩, 其中平时成绩占 40%或 50%。通过对学生平时学习的把控, 给予学生一定的压力, 让学生在平时就抓紧学习, 不敢懈怠, 最终实现教学质量的明显提升。

4 结束语

通过对复变函数与积分变换课程多方面的教学改革和实践, 近几年学生的学习兴趣和学习的积极性、主动性明显加强了, 学生对知识的掌握程度加深了, 学生的思维能力和创新能力也得到比较大的改善。我们将不断探索, 总结经验, 与时俱进, 让教学改革不断深入下去, 实现教学质量的明显提升。

参考文献

- [1] 薛有才, 卢柏龙. 复变函数和积分变换[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- [2] 钟玉泉. 复变函数论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [3] 余家荣. 复变函数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [4] 王志勇, 李金兰. 复变函数和积分变换[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2014.
- [5] Gai, Y.Y. and Xing, Y.M. (2016) Functions of a Complex Variable and Integral Transforms. Science Press, Beijing.