

“从知识到价值”的教学路径探索与实践

——以“概率论与数理统计”课程为例

王晓硕

沈阳航空航天大学，理学院，辽宁 沈阳

收稿日期：2022年6月29日；录用日期：2022年7月14日；发布日期：2022年7月21日

摘要

课程教学的核心理念是“立德树人”，强调育人要德才兼备。概率论与数理统计课程的研究对象和属性决定其自身蕴含了丰富的教育资源。传统教学模式下所采用的“模块化知识体系”容易造成知识与价值的割裂，只有升级为构建一条“从知识到价值”的教学新路径，才能达到“显性教育”和“隐性教育”的统一，实现“润物无声”的育人功效。教学路径的引入要注重和知识点的自然融合；要选择贴近生活、现实意义强的切入点；同时要注重线下和线上两个课堂，做到全方位、全程发挥功能。

关键词

从知识到价值，概率论与数理统计，教学路径，教学实践

Exploration and Practice of the Teaching Path of “From Knowledge to Value”

—Taking the Course of “Probability Theory and Mathematical Statistics” as an Example

Xiaoshuo Wang

College of Science, Shenyang Aerospace University, Shenyang Liaoning

Received: Jun. 29th, 2022; accepted: Jul. 14th, 2022; published: Jul. 21st, 2022

Abstract

The core idea of curriculum teaching is “Setting up morality and cultivating people”, which emphasizes that cultivating people should have both morality and ability. The research object and attribute of the course of probability theory and mathematical statistics determine that it contains

abundant educational resources. The "Modular knowledge system" in traditional teaching mode is easy to cause the separation of knowledge and value, and it can only be upgraded to construct a new teaching path of "From knowledge to value", in order to achieve the "Explicit education" and "Recessive education" of the unity, the realization of "Moisten things silent" educational effect. The introduction of teaching path should pay attention to the natural fusion of knowledge points, to choose the cut-in point close to life and with strong realistic significance, and to pay attention to both offline and online classes, so as to give full play to the functions of the whole course.

Keywords

From Knowledge to Value, Probability Theory and Mathematical Statistics, Teaching Path, Teaching Practice

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

任何一门课程既要注重知识的传授，也要重视知识输入路径的价值引领。1922年，梁启超在苏州学生联合会就提出了“知识和价值的关系”：你如果做成一个人，知识自然是越多越好，你如果做不成一个人，知识却是越多越坏。当今的大学生思维活跃、易于接受新思想、新事物，但是人生观、价值观和世界观仍处于不完全成熟，常有困惑、迷茫，需要正确引导的阶段。

作为工程类和经管类的一门重要数学基础课，概率论与数理统计课程所研究的统计规律性是实践和科学探索中的普遍规律，其学科发展属性蕴含丰富的教育资源。掌握它的发展规律，不仅对实际问题的解决有益，还兼具促进正确人生观、价值观和世界观的积极作用，因此概率论与数理统计课程具备先天可以开展“从知识到价值”教学路径的内生基础[1]。另一方面，《概率论与数理统计》作为一个理科类课程，在传统的教学设计中往往是遵循“模块化知识体系”的课程构建模式，其特点是将知识点进行归类。这样构建的优点是：课程架构逻辑清晰、层级推进循序渐进，知识传递系统化。缺点是：历史脉络不清晰，兴趣培养不足，理念体现缺乏。如何在授课过程中将价值元素于潜移默化中导入课堂教学？如何充分发挥课程无声、细微的育人功能？需要授课教师潜心探索、深入挖掘，进而将“模块化知识体系”的传统教学路径升级为构建一条“从知识到价值”的新路径。

2. “从知识到价值”的教学路径探索与实践

“从知识到价值”的教学路径需要寻求所有天然的、自然的、内在的、外在的正向力量和向善素养。提升课程的内涵的元素应该是多角度、多维度的：可以是课程属性蕴含的天然因素，可以是跨越时间、空间和学科的自然元素，可以是蕴藏在课堂中的内在因素，也可以是教师在课堂内外的言行感召。

2.1. 教学路径引入要做到“自然”融和，实现“从知识到价值”的无声结合

要“自然”融入，不能生搬硬套，要让学生入耳、入眼、入脑、入心。需要立足课程本身的禀赋，深入挖掘。自然的顺势融入，做到润物无声，在潜移默化中实现知识与价值的统一和融合。

课程的导论要向学生介绍课程的基本特点、发展脉络以及与其它后续专业课程的关联和应用领域，让学生产生初步的兴趣、好奇心和探知欲。概率论与数理统计最初的问题是来自于赌博问题，这是从实

践中产生的问题，而实践是数学发现的重要途径。授课可以结合多媒体课件的“赌博”背景和问题的展示，向学生进行介绍，并顺势引出在研究此问题中数学家帕斯卡、费马所做出的探索和贡献。授课需要注重知识的发展历史和思想脉络，介绍概率定义的环节中，对于古典定义、频率定义、几何定义可以通过具体例子让学生体会它们所适用的随机实验的特点，并强调以上适合特定场合的定义形式不能作为严格的、适用于一般场合的定义。最后引出概率的公理化定义，引导学生体会特殊与一般的含义，体会数学的严密性，体会人类认识世界、探索世界规律性的坚持与不易，培育学生由浅入深、由特殊到一般的认识事物规律性的正确思维方式。

数学史融入教学是培养学生发现、分析和解决问题的重要方式，也是了解一门学科的必要步骤[2]。通过介绍数学家的贡献和事迹让学生产生崇尚科学、勇于追求真理、不畏困难的无畏精神。举例 1：介绍对概率公理化定理做出较大贡献的数学家，包括德国的希尔伯特、前苏联的柯尔莫哥洛夫。希尔伯特是德国乃至全世界最伟大的数学家之一，在第二届国际数学家大会上，他提出了新世纪所面临的 23 个问题。这 23 个问题涉及了现代数学的大部分重要领域，对这些问题的研究，有力地推动了 20 世纪各个数学分支的发展，其中就包括提出建立概率公理化定义的必要性和重要性。对于此问题的解决是由另外一位数学家柯尔莫哥洛夫完成。此处的教学可以引导学生去体会这两位数学家的贡献，前者是“提出问题”，后者是“解决问题”。通过这样的方式让学生建立既要注重解决问题的能力，也不能忽视提出问题能力的认知，同时让学生意识到提出问题与解决问题的两种能力在科学研究与生活实践中是相辅相成且缺一不可的。举例 2：介绍二项分布的概念时，可以介绍伯努利家族的几位成员。这其中既有追求真理的执着，也有做学问、做人的内敛与低调，还有为了追求个人名誉而不惜诋毁的嫉妒心。引导学生不论是做学问还是做人，在探索真理的道路上，既要懂得坚持也要懂得公正对待他人的成就，做到宽以待人。对于大学生，面对竞争者，需要保持良好的心态，化压力为动力，在竞争中超越自我。切不可嫉妒他人的优秀，诋毁他人，要建立良好的共赢互助心理，始终保持平和心态。举例 3：正态分布是概率论与数理统计中最重要的分布之一，在学习中学生可以有所体会。在介绍 t 分布的创立者哥赛特时，需要让学生了解到他所处的时代背景是著名统计学家皮尔逊所推崇的正态分布的鼎盛时期，然而哥赛特不惧权威，潜心研究，这种勇于探索的精神既是对发现真理的执著与自信，也是对所从事工作的严谨与深思。鼓励学生在学习、工作和生活中敢于探究、敢于质疑，在寻求真理的道路上突破限制，打破惯性思维。鼓励学生将来不管从事什么职业，都要在平凡的岗位上努力进取，找到自己的立足点和发光点。举例 4：介绍数学期望概念时，让学生了解到计算期望也是对现实的一种切合实际的期望，让学生理性地看待生活中的特例或小概率事件，鼓励学生要脚踏实地，凡事不能轻信盲从，需要客观看待[3]。同样，鼓励学生在面对生活的挫折时，仍然要保持向上的乐观心态，因为不如意是一种常态，是每个人都需要经历的，需要正确对待。

2.2. 教学路径引入要贴近生活、贴近现实，实现“从知识到价值”的有效融合

将经典例子与知识点赋予时代背景，贴近生活和现实，才更容易激发学生的好奇心和探索欲，也更易引起学生的共鸣。

举例 1：(乘法公式)袋中有 r 只红球， w 只白球，每次从袋中任取一只球，观察颜色放回，并放入 a 只同色球。连续取球四次，试求第一、二次取到红球且第三、四次取到白球的概率。

设 A_i 表示“第 i 次取得红球” ($i = 1, 2, 3, 4$)，

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2 \overline{A}_3 \overline{A}_4) &= P(A_1)P(A_2 | A_1)P(\overline{A}_3 | A_1 A_2)P(\overline{A}_4 | A_1 A_2 \overline{A}_3) \\ &= \frac{r}{r+w} \cdot \frac{r+a}{r+w+a} \cdot \frac{w}{r+w+2a} \cdot \frac{w+a}{r+w+3a} \end{aligned}$$

这个模型称作“波利亚罐子模型”，结合现在新冠病毒的传染，让学生在这个背景下，通过解题过程看到：人群中如果被传染的人增加($a > 0$)，其他人被传染的可能性就会增大 $\frac{r+a}{r+w+a} > \frac{r}{r+w}$ ， $\frac{w+a}{r+w+3a} > \frac{w}{r+w+2a}$ ，即可以用此模型描述蔓延现象。在这样的背景下，学生会感觉相对枯燥的数学知识其实距离自己的生活很近，学好这门课对于解决和理解身边的现象有很大的帮助。

举例 2：(乘法公式)某光学透镜，第一次落下时打破的概率为 1/2，若第一次落下未打破，第二次落下打破的概率为 7/10，若前两次落下未打破，第三次落下打破的概率为 9/10，试求透镜落下三次而未打破的概率。

可以将此题背景设定为诚信的重要性，将第 i 次落下未打破理解为某人第 i 次违反诚信而未被识破，通过利用乘法公式的解题过程可以看到，

$$P(\overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}) = P(\overline{A_1}) P(\overline{A_2} | \overline{A_1}) P(\overline{A_3} | \overline{A_1} \overline{A_2}) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{7}{10}\right) \left(1 - \frac{9}{10}\right) = \frac{3}{200}，$$

即随着失信次数的增加，一个人失信的风险变得非常大。

现实情况中，大学生在面对社会上的一些诱惑时，由于没有经验，抱有侥幸心理，可能会轻信谣言而做出失信的行为。在讲解公式的应用过程中，让学生联系到与实际生活密切联系的诚信问题。告诫学生不能抱有失信而不被他人发现的侥幸心理，提示学生诚实、诚信是一个人的非常重要的品德，对于个人的意义和重要性都是不言而喻的。

举例 3：(事件独立性)若干个人独立地向一架飞机射击，假设每个人命中目标的概率都是 0.1，问至少需要多少人，才能以 0.99 以上的概率命中目标？

设 A 表示命中目标， A_i 表示“第 i 人命中目标”，

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = 1 - P(\overline{A_1}) P(\overline{A_2}) \dots P(\overline{A_n}) = 1 - (1 - 0.1)^n = 1 - 0.1^n > 0.99，$$

可得 $n > 44$ 。

此例中每个人命中目标的概率都很小(仅为 0.1)，但 44 人同时射击就会以 99% 概率击中目标。通过这个例子告诉学生不要忽视平日一点一滴的努力，即使每天前进很小的一步，积少成多也会前进一大步。从另一个角度，虽然绝大多数人的智商平平，但是众人的智慧可能会产生奇迹，在学习和一些实践活动中，可以通过团队的形式积累智慧和经验，可能会得到意想不到的效果。通过这个例子，让学生学会在学习、工作和生活中，面对困难不要孤军奋战，要学会与集体中的伙伴团结合作，群策群力共同攻坚[4]。

举例 4：(假设检验)假设检验是统计色彩很浓厚的一种方法，授课过程中对于假设检验的思想和检验逻辑的介绍可以让学生体会到这种方法的巧妙和魅力所在。针对具体、通俗的例子，让学生切身体会到假设检验的步骤和推断原理，可以结合参数估计中置信区间的构造，对比假设检验和置信区间的对偶关系。提示学生对于同一个问题既可以通过假设检验的方式也可以通过构造置信区间的方式，两者是统一的。通过这种对比，可以让学生更深入的理解统计检验的思想，增强学生寻求不同知识点的衔接以及综合应用的兴趣和能力。此外，还可以通过简单的文献阅读，让学生直观看到科研工作中使用假设检验的实例，通过文献中具体统计量含义的解读，加深知识的理解，让学生从课本的知识过渡到实际应用场合的接触，增强解决实际问题的能力，做到学以致用。

举例 5：(统计抽样)对于不同的抽样方式，做一些统计软件的演示，让学生直观看到抽样的特点和具体步骤。让学生了解统计数据的收集以及应用是有规范的，事物的本质可以通过图、表等具体方式表现出来，但如果选择不恰当的图、表，则很有可能产生误导和错误的信息。借此培养学生严谨的治学态度以及对规范处理数据的重要意义的认识。鼓励学生参与一些数据收集和调查，培养动手能力。同时要告知学生，统计检验需要有基本的学术道德约束，需要尊重客观事实，不能人为的篡改数据，必须保障学术研究规范。

2.3. 教育路径引入要注重线下与线上两个课堂，实现“从知识到价值”的全面贯通

随着教学手段的先进化和线上教学平台的搭建，教学方式从传统的课堂延伸为线下和线上两个课堂，线上教学成为重要一环^[5]。拓宽“课程空间”，就是拓宽“育人空间”。让内容与方式相得益彰，做到线下有深度，线上有广度。

从2020年新冠疫情开始，线上教学方式变得更加重要，线上课堂已经成为教学过程中的一个重要场所。线上课堂具有线下课堂所不具备的优势：课容量限制少，网络教学资源丰富，更容易实现小组讨论，更方便通过各种问卷调查方式获取学生的反馈。习近平总书记的指示精神中强调育人方式要“全员、全程、全方位”，因此授课教师需要格外重视线上课堂的建设，只有充分运用两个课堂的互补育人功能，才能将课程做到全方位和全过程。沈阳航空航天大学理学院对于概率论与数理统计课程的线上教学平台建设非常重视，已经形成比较完善的超星学习通课程体系，采用微课、视频、学习资料、讨论小组等方式进行，使得线下课堂中没有完善的环节在线上得到延伸，实现从知识到价值的全程贯通。

3. 教学效果检验设计与实践

在线上的超星学习通课堂中，设置课程文化章节，包括概率论的起源、数理统计的起源，数学家事迹介绍等学习视频和学习材料。可以将视频观看设置为闯关模式，让学生在达到累计学习时长后才可以进行相应的后续学习，教师也可以通过平台数据实时了解学生学习进度。此外，在各种学习视频的观看过程中均设置问题回答环节，保证学生视频学习环节的有效性和高质量。充分利用线下和线上课堂的讨论功能及小组功能，利用“翻转课堂”激发学生学习的兴趣，实时检验课程学习效果以便及时获取“从知识到价值”教学模式的实施反馈。在培养学生实际应用环节，线上课堂增设了软件体验，例如，随机数发生器、二项分布与正态分布、抽样分布分位点、假设检验和方差分析等内容，通过给学生布置数据采集、数据整理以及数学分析的任务，让学生学以致用，在动手实践中体会数学的用途进而获得价值感。采用课堂小论文的形式，及时收集学生对课程内容的反馈，做到“以学生为本”。通过课上和课下沟通，适时、按需调整布置和实施，采取定期随机抽取学生群体，例如利用问卷调查方式，从学生的知识面、创造力、逻辑思维、实践能力及综合素质等方面进行分析，测评改革效果。最后，在教学探索与改进中，对授课教师也提出了更高的要求，需要教师培养与强化育人意识，提高科学思维、系统思维、创新思维和实践思维的能力。

4. 结语

在理工类院校，概率论与数理统计课程主要面对工程专业的学生，而工程科技凝聚了文化、科技和社会创新，在中国崛起中发挥关键作用。在提高课程质量和课程内涵的前提下，需要协同专业课程，共同培育具有责任精神、敬业精神、求实创新精神的工程类合格人才，做到“在价值传播中凝聚知识底蕴，在知识传播中强调价值引领”。“经师易得，人师难求”，授课教师更要提升课程育人的理念和意识，不能只做传授书本知识的教书匠，要当作一门学问、一种价值、一种信仰，成为塑造学生品格、品行、品味的“大先生”，做有情怀之人。

参考文献

- [1] 高彦伟. 数学“课程思政”的源与行——以“概率论与数理统计”教学为例[J]. 吉林师范大学学报(人文社会科学版), 2021, 49(4): 111-118.
- [2] 彭丹, 刘东海. 关于概率论与数理统计课程思政的探索——基于数学文化的角度[J]. 当代教育理论与实践, 2021, 13(5): 7-12.

-
- [3] 马昕. 《概率论与数理统计》课程思政教学改革的实践与探索[J]. 高教学刊, 2021(3): 135-138.
 - [4] 李晨, 陈丽萍. 概率论与数理统计课程教学中思政元素的挖掘与实践[J]. 大学教育, 2021(9): 104-106.
 - [5] 陈学慧, 李娜, 赵鲁涛. 将思政元素融入概率论与数理统计“金课”建设与实践[J]. 大学数学, 2021, 37(3): 30-35.