

基于工程应用的矩阵论课程教学改革与探讨

吴中成*, 王国强, 郑中团

上海工程技术大学数理与统计学院, 上海

收稿日期: 2022年10月25日; 录用日期: 2022年11月17日; 发布日期: 2022年11月25日

摘要

作为理论研究与工程实践必备的数学基础, 矩阵论在培养学生工程应用能力方面至关重要。本文基于工程应用, 围绕研究生矩阵论教学中存在的一些问题, 从教学内容的选定、特色教材的编写、师资队伍建设、教学方式方法、培养学生多种能力、线上课程资源建设、课程思政建设、课程考核方式等方面对矩阵论的教学改革进行了初步的研究与探讨。

关键词

教学改革, 矩阵论, 工程应用, 课程思政

Discussion on Teaching Reform of Matrix Theory Curriculum Based on Engineering Application

Zhongcheng Wu*, Guoqiang Wang, Zhongtuan Zheng

School of Mathematics, Physics & Statistics, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai

Received: Oct. 25th, 2022; accepted: Nov. 17th, 2022; published: Nov. 25th, 2022

Abstract

As a necessary mathematical foundation for theoretical research and engineering practice, matrix theory plays an important role in cultivating students' engineering application ability. Based on engineering application and around some problems existing in the teaching of matrix theory for graduate students, this paper makes a preliminary research and discussion on the teaching reform of matrix theory from the following aspects: the selection of teaching content, the prepara-

*通讯作者。

tion of characteristic textbooks, the construction of teaching staff, teaching methods, the cultivation of students' multiple abilities, the construction of online curriculum resources, the construction of ideological and political education and the methods of curriculum assessment.

Keywords

Teaching Reform, Matrix Theory, Engineering Application, Ideological and Political Education

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

矩阵自英国数学家凯莱率先将其作为一个独立的数学对象进行研究以来, 业已发展成为数学的一个重要分支——矩阵论。矩阵论具有一整套的理论、思想和方法, 内容非常丰富, 不仅是数学学科, 而且也是其他科学技术领域中的重要数学工具, 诸如物理、力学、信号与信息处理、无线通信、计算机视觉、机器学习、生物信息学、医学图像处理、系统工程、自动控制、模式识别、土木、电机、航空和航天等领域。许多新的理论、方法和技术的诞生与发展就是矩阵论的创造性应用与推广的结果[1] [2] [3]。特别是计算机软硬件技术的快速发展, 为矩阵论的应用开辟了更加广阔的前景。矩阵论及其方法对培养学生的科学素养、抽象概括能力、逻辑推理能力、数学思维能力、科学计算能力和数学应用能力等具有不可替代的作用。作为理论研究与工程实践必备的数学基础, 矩阵论课程于 20 世纪 80 年代, 在国内研究生课程中普遍开设, 目前已成为理工科硕士研究生和工程硕士研究生重要的学位课程。

上海工程技术大学(以下简称“我校”)是教育部“卓越工程师教育培养计划”首批试点高校、全国地方高校新工科建设牵头单位和上海市“高水平地方应用型高校”试点建设单位。学校致力于深化教育教学改革, 培养担当民族复兴大任的高素质工程应用型人才, 建设国内一流的高水平现代化工程应用型特色大学。作为培养学生工程应用能力至关重要的课程, 矩阵论在我校已开展多年。

我校研究生教育起步于 2004 年, 随着研究生招生规模逐年不断扩大, 选修矩阵论课程的研究生人数也不断增长, 从刚开始不到 10 人的一个班发展到目前 700 多人的多个班。修读专业也从个别专业发展至目前涵盖电子信息、控制科学与工程、机械工程、交通运输、材料科学与工程、化学工程与技术、统计学和工商管理等多个专业。而随着研究生教育的改革, 矩阵论的课时也在缩减。修读人数的增多、修读专业覆盖面的变广、课时的减少对矩阵论的教学提出了更高的挑战。如何在要求学时内让学生系统掌握矩阵论的基本知识与计算方法, 深刻理解矩阵论中的数学思想, 构筑矩阵论的知识体系, 又兼顾修读学科专业特点, 依据专业培养需求, 培养学生创新能力, 运用所学知识分析问题、解决实际工程问题, 开展工程应用和科学研究的能力, 值得深入思考与探究[4] [5] [6]。

2. 课程教学中的主要问题

地方高校工科研究生矩阵论课程教学中目前尚有些不足之处有待改进, 诸如:

随着修读人数的增多、修读专业覆盖面的变广, 原有教材, 教学内容不能满足部分专业的研究生培养需求。对部分学科专业的研究生培养需求的更新了解不够及时, 教学方案调整不同步, 相对滞后。

师资方面, 没有形成稳定的教学团队, 教师梯队不够合理, 青年教师的比例较大, 中年骨干教师比

例偏小, 高职称教师比例偏低, 教学方法主要采取课堂讲授, 板书与电子课件相结合的方式, 教学偏重基础理论, 应用案例教学和科学计算涉及较少。

注重线下课程的建设, 线上课程资源相对薄弱, 课程思政建设有待进一步加强。考核模式比较单一, 注重基础知识考核。

由于大部分学校矩阵论开课时间是研究生第一学期, 学生仍然会保留本科生阶段的思维方式, 批判能力、创新能力、应用能力和科学计算能力等仍需要老师积极引导至研究生阶段水平。

笔者结合多年的矩阵论课程教学工作, 针对上述问题, 分享一些对本课程的教学改革与实践的思考, 以进一步提高该课程的教学质量。

3. 课程教学研究与探索

3.1. 挖掘专业特点, 强化工程应用, 精选教学内容, 编写适合学校专业特色教材

我校曾经选用的教材有科学出版社出版的《矩阵理论》[7]和《矩阵分析简明教程》[8]。这两本教材在一定时期内为我校研究生矩阵论的教学提供了很好的支撑, 但随着研究生教育的不断深化改革及新工科对人才培养理念的要求, 编写一本适合我校学科专业特点, 具有我校特色的矩阵论教材成为首当其冲要解决的问题。

矩阵论的内容非常丰富, 通过分析修读学科专业的特点及培养目标, 与修读专业研究生导师的研讨, 和往届研究生的座谈及结合学生依托专业撰写的课程报告, 在参阅了国内外矩阵论教材及相关资料的基础上, 选取了线性空间与线性变换、内积空间、范数理论、矩阵的标准形、矩阵分析、矩阵分解、矩阵的广义逆、非负矩阵及矩阵的特殊积等内容。

为了使研究生更好的掌握本课程的基本理论及应用, 教材在理论介绍方面力求简单明了, 略去部分内容的复杂证明过程, 突出应用。每章配备至少一个应用案例, 通过有代表性的应用案例, 揭示矩阵论的思想和方法, 案例针对性强, 能够充分展示矩阵论的实际应用, 满足不同专业研究生的需要, 部分案例选自研究生数学建模的赛题, 不仅能强化研究生对矩阵理论课程体系的掌握, 也能培养研究生的创新能力和应用能力[9]。此外教材还注重 Matlab 软件的使用, 绝大部分章节提供了 Matlab 函数命令, 部分应用案例辅以 Matlab 编程实现, 进一步提高学生的科学计算能力。

3.2. 依据学科专业需要, 打造教学团队

教师的主导作用在课程教学中举足轻重, 教师的业务水平高低直接影响研究生的培养质量和科研水平。一支稳定有力的教学团队, 是提高教学质量的基石。

师资队伍建设方面, 我们不仅注重不同修读学科专业的需求, 还注重教学团队的梯队建设。为了及时掌握修读专业培养研究生的最新需求, 在打造教师团队时, 将选修矩阵论研究生的导师纳入课程智囊团队, 通过不定时的沟通, 研讨, 及时掌握专业培养相关信息, 根据专业不断的发展及时调整教学内容, 教学方案, 加强矩阵论与研究生各专业课程的密切联系。授课教师的梯队建设方面, 在年龄结构上, 注重老中青的传帮带; 在职称结构上, 注重教授、副教授和讲师的比例协调; 在教师研究方向上, 注重多方向的融合, 培养学生的交叉视野。目前本课程教学团队的教授、副教授和讲师比例稳定在 1:1:1, 且均具有博士学位。教学团队教师的研究方向涵盖矩阵理论及其应用、数值分析、代数学、优化、统计和控制理论等。同时多名教师在讲授数学建模课程及参与研究生数学建模赛前指导工作, 为学生利用数学软件解决实际问题提供坚实保障。教学团队不定时组织教学研讨会, 参加相关教学培训, 邀请专家讲座, 提升教学质量。

3.3. 尝试灵活多样的教学方法，培养学生多种意识与能力

教学中，依据教学内容的不同，采取启发式、研讨式、引导式、对比式、翻转课堂和线上线下相结合等灵活多样的教学方法，激发学生学习兴趣，增强学习的主动性，培养学生多种意识与能力。

3.3.1. 培养研究生的思维意识与思维能力

讲解定理成立的条件时，对于充要条件，引导学生从充分条件和必要条件两个方面理解，对于充分条件或必要条件，着重启发学生思考，为什么不是充要条件，是什么困难导致只有一方面成立，另一方面不成立，能否举出反例或对条件加以限制给出有意义的充要条件，从而培养学生的逆向思维。在讲解证明方法或练习习题时，通过引导学生思考不同的证明方式和解题方法来发现所学知识的内在联系，培养学生的发散思维。对于抽象的概念，例如线性空间和范数的引入等，结合线性代数相关概念，从不同具体实例出发，引导学生通过分析，对比实例之间的共性，去除实例的背景，总结抽象概念，培养学生的抽象思维，求同思维。对于同一个问题，通过从不同角度进行讲解，引导学生从不同角度深刻认识概念的本质，培养学生的求异思维。在课程的讲解中，可以充分利用数形结合思想，培养学生的思维能力，有助于学生对抽象概念的理解。如在讲解范数时，可以向学生展示不同范数意义下的单位圆，打破学生的常规思维。在讲解施密特正交化过程时，可通过几何直观向学生展示正交向量构造过程等。

3.3.2. 培养研究生的创新意识与创新能力

作为高层次人才，研究生的培养质量，既是国家所需，也是时代所需。研究生的创新意识，创新能力的培养是研究生教育的核心内容。问题是创新的起点，爱因斯坦曾说：“提出一个问题往往比解决一个问题更为重要”，陈献章说：“前辈谓学者有疑，小疑则小进，大疑则大进。疑者，觉悟之机也”。学习是从疑问开始，没有疑问，就不会思考。教师要启发学生的好奇心，鼓励引导学生提出各种各样的问题，培养学生的问问题的意识与能力。通过引导式教学，启发学生敢于质疑，培养批判意识，思辨能力。质疑，敢于批判才能创新。对于一些结论，在未给出前，引导学生大胆猜想，细心求证。如在讲解复内积空间时，通过问题驱动，启发学生根据实内积空间的概念猜想复内积空间的概念，并由此产生讨论复内积与实内积的差别，在讨论中产生分歧，最后通过解决分歧引入新概念。在讲解约当标准型时，根据不是所有的矩阵都可对角化，引导学生退而求其次，猜想并寻找几乎可对角化的矩阵。在讲解矩阵范数时，引导学生结合向量和矩阵的关系，猜想如何由向量范数定义矩阵范数。诸如此类问题，可通过“如果是你，你感觉应该怎么样”的提问，引导学生猜想，从而激发学生分析问题、解决问题的潜能。同时可以通过利用新方法解决新问题，新方法解决旧问题，旧方法解决新问题来培养学生的探究精神。在教学中挖掘专业特点，引入相应案例讨论，数学建模，编程实现等教学手段也是增强学生创新意识、提升创新能力的一种有效途径。

3.3.3. 培养研究生的应用意识与应用能力

数学家华罗庚曾经说过：宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，日用之繁，无处不用数学。马克思曾指出：“一门科学只有成功地应用了数学时，才算真正达到了完善的地步。”数学来源于生活，又用于生活。对于工科专业而言，学会矩阵理论还远远不够，会在解决专业问题的过程中，灵活应用理论知识才是重中之重。在课程的教学过程中，采用逐步引导的方式，以知识的背景应用案例引入，不仅会让学生感觉不到概念的陌生和横空出世的感觉，更提升了学生对数学的兴趣，潜移默化的培养学生的应用意识。为了更好地锻炼学生的应用能力，教学中还应渗透数学建模思维，如讲解正交变换时，可介绍正交变换在无人机等航空器姿态控制中的应用。讲解范数理论部分，可选取研究生数学建模竞赛赛题基于监控视频的前景目标提取作为案例，将前景目标信息转化为视频图像帧与帧之间的矩阵

范数问题。也可介绍范数在人脸识别的稀疏表示中的应用。在讲解矩阵标准型与非负矩阵时,可介绍预测模型,随机矩阵在 Markov 链中的应用。在讲解矩阵函数与微分方程时,可对虫子运行轨迹建模,将实际问题转化为微分方程进行求解。在讲解矩阵广义逆时,可介绍广义逆在功率放大器非线性特征及预失真建模中的应用。在讲解矩阵的 Kronecker 积时,可介绍对原始图像矩阵,构造反应细节的图像矩阵,利用 Kronecker 积生成高分辨率图像以实现图像放大的应用等[9]。在求解模型的过程中,注重培养学生应用 Matlab 和 Python 等软件解决实际问题的能力。

3.3.4. 培养研究生的科研意识与科研能力

我校矩阵论是在研究生入学第一学期开设,为了让研究生迈出研究性学习的第一步,在矩阵论课程的讲授中,注重对科研思维及科研前沿内容的介绍,培养学生的科研意识。如在学习线性空间,范数理论等相关内容时,介绍数学推广在数学发展的重要作用。数学推广是发展和构造新的理论的重要手段之一,没有推广就没有数学的发展。由此培养学生的科研思维和科研素养。学习正交变换中的旋转变换时,可介绍四元数的相关概念及其在旋转变换中的应用,学习非负矩阵时,可介绍一些非负矩阵分解的优化理论,在学习矩阵相关概念时,可介绍在张量中它们是怎么定义的,不仅拓宽了学生的知识面,也提升了学生对学科前沿的认识。在课程研讨教学过程中,就所学知识点,布置学生结合自己的专业特点,查找相关文献,撰写相关文献综述报告,在课堂交流学习,逐步培养学生相关科研能力。

3.4. 优化线上课程资源建设

教育部《第二批新工科研究与实践项目指南》要求教学工作者从学习者的“学”出发,探究智慧环境下新工科专业的课堂教学模式改革;推进新兴技术在新工科教育教学中的深度融合性应用,探索“互联网+教育”教学模式,研究新兴技术促进工程教育实验教学、实践教学的方法与路径[10]。新冠疫情的出现,对于传统的线下教学提出了巨大挑战,倒逼教学改革重视线上教学的实践。通过互联网+教育的方式开展教学工作,可以解决传统线下课堂教学时间与空间的局限问题,为师生搭建随时随地方便互动沟通的网络平台。因此,依托网络平台探索混合式教学模式,推进线上、线下课程同步建设,可以充分发挥线上和线下两种教学模式的优势,提高授课效率,提升教学效果。

线上课程资源,教学团队主要依托超星学习通平台,分模块建设。主要包括:教学文件模块(教学大纲、课程简介、教学方案、教学进度、课程考核办法和多媒体课件等)、知识衔接模块(线性代数和高等数学课件)、习题模块、章节测试模块、历年考试试题模块、数学建模模块(数学建模大讲堂和数学建模优秀论文等)、基于数学软件的矩阵论应用案例模块、数学大师模块、课程思政案例模块、学生课程报告模块和优质在线资源链接模块等。

借助网络平台资源,可以将各种能力的培养教学从课堂延伸到线上,不仅可以实现理论基础的应用实践,也可增强研究生自主学习的能力。

3.5. 课程思政建设

2016年,在全国高校思想政治工作会议上,习近平总书记强调:“要坚持把立德树人作为中心环节,把思想政治工作贯穿教育教学全过程,实现全程育人、全方位育人,努力开创我国高等教育事业发展新局面。”2020年,教育部印发《高等学校课程思政建设指导纲要》,指出:“培养什么人、怎样培养人、为谁培养人是教育的根本问题,立德树人成效是检验高校一切工作的根本标准。”

研究生教育是实施创新驱动发展战略和建设创新型国家的重要基石。作为理工科硕士研究生和工程硕士研究生的重要学位课程,矩阵论影响大,覆盖面广,除培养研究生扎实的数学基础外,本课程有必要围绕“知识传授与价值引领相结合”的课程目标,将课程思政写入教学大纲,通过挖掘课程中的哲学

思想, 数学文化, 数学应用等思政元素, 扎实推进研究生课程思政建设, 构建全课程育人格局。比如:

案例 1: 在线性空间与线性变换的讲解中, 贯穿“变与不变”、“现象与本质”和“对立统一”等哲学思想, 培养学生的辩证思维和马克思主义的辩证唯物主义世界观。在学习线性空间, 范数理论等相关内容时, 介绍数学推广是发展和构造新的理论的重要手段之一, 没有推广就没有数学的发展, 培养学生利用发展的眼光看问题。

案例 2: 通过讲解正交变换在航天器姿态控制方面的应用, 引出我国航天人特别能吃苦、特别能战斗、特别能攻关、特别能奉献的载人航天精神, 培养学生热爱祖国、为国争光的坚定信念, 勇于登攀、敢于超越的进取意识, 同舟共济、团结协作的大局观念, 淡泊名利、默默奉献的崇高品质以及时代使命感、社会责任感、民族自豪感, 坚定实现中华民族伟大复兴的理想和责任。

案例 3: 在引入条件数时, 讲解微小的扰动会给方程组求解与矩阵求逆带来的巨大误差, 结合“太空穿针”——神舟十二号与天和核心舱精准对接事件, “深海之吻”——港珠澳跨海大桥沉管对接, “纵长千里, 平滑如一”——高铁立硬币事件, 通过“失之毫厘、谬以千里”的简单道理, 培养研究生严谨治学, 科学求实的科研精神及精益求精的“工匠精神”。培养研究生诚实正直的人格品质, 引导学生树立正确的世界观、人生观和价值观。

案例 4: 通过讲解 Jordan 标准形及 Hamilton-Cayley 定理, 培养学生化繁为简的数学思想。启发学生发现数学中的诸如简洁美的各种美, 引导学生发现生活中的各种美好, 培养学生积极向上的生活态度。

案例 5: 在讲解广义逆矩阵时, 介绍 2020 年的诺贝尔物理学奖获得者, “广义逆矩阵”的奠基人 Roger · Penrose 在数学物理方面的突出贡献, 培养学生的学科交叉意识, 复合型人才意识。

案例 6: 在讲解广义逆时, 通过介绍数学家曾远荣的爱国事迹和数学成就, 激发学生的爱国热情, 民族自豪感, 引导学生自发学习我国数学家献身祖国、献身科学的崇高精神。曾远荣, 数学家, 在广义逆等研究领域成就卓著。他热爱祖国、热爱科学事业, 治学严谨, 在南京大学数学系任教期间, 最早提出建立计算数学专业, 是我国泛函分析的鼻祖、举世公认的逼真解与广义逆的奠基人。

案例 7: 通过讲解应用案例, 让学生感觉到数学教学不应该只是一些刻板的知识传授, 而应该遵循数学源于生活、寓于生活、用于生活的理念, 引导学生运用所学知识和方法解决生活中的实际问题, 培养学生创新意识和解决实际问题的能力, 从而真正体现“数学来源于生活, 服务于生活”的课程理念。

案例 8: 通过线上数学大师模块, 引导学生自主学习有突出贡献的数学大师的生平与贡献, 培养学生见贤思齐意识。

3.6. 变革考核评价方式, 注重考核综合能力

考核评价是教学活动的一个重要环节。以往书面笔试的成绩评定模式单一, 不利于研究生的全面发展。改进课程成绩的考核模式, 适当调整考试成绩与平时成绩比例, 兼顾理论、应用和运用计算机进行科学计算的能力, 自主学习能力。强化学习过程、综合能力的评价, 有助于学生在学好课本知识的同时加强理论联系实际, 提升解决实际问题的应用能力和创新能力。可将考核分为五个主要部分, 理论考核 60% + 网上自主学习(含网上测试等) 10% + 平时作业 10% + 课堂表现(课堂研讨等) 10% + 科学计算(应用矩阵论知识和数学软件求解工程应用问题) 10%。

4. 结语

经过多年的探索与实践, 我校矩阵论课程教学改革取得一些初步成效, 比如激发了学生学习的积极性, 主动性; 学生的思辨能力、创新能力、应用能力和科研能力等有了显著提升; 学生能将矩阵论知识体系与专业研究有机结合起来, 运用于解决实际工程问题以及开展工程和科学研究。近年来, 我校研究

生参与全国研究生建模竞赛成绩稳居全国前八。但是随着研究生教育改革的不断深入,学科专业的不断发展,矩阵论课程教学改革也要“水涨船高”,与时俱进。

基金项目

上海工程技术大学 2022 年度研究生优质教学资源建设项目(0244-A1-5300-22-030501080, 0244-A1-5300-22-030501058)。

参考文献

- [1] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [2] 张贤达, 周杰. 矩阵论及其工程应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015.
- [3] 方保镕, 周继东, 李医民. 矩阵论[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [4] 毛立新. 面向工程应用的“矩阵论”课程教学改革与实践[J]. 科技文汇, 2016, 351(2): 57-58.
- [5] 谢挺, 钟坚敏. 以应用为导向的研究生矩阵论公共课程教学改革的探索[J]. 教育教学论坛, 2018(9): 125-126.
- [6] 王晓静, 于健, 张艳, 何强. 面向工程应用的矩阵论课程教学改革探究[J]. 创新教育研究, 2021, 9(4): 838-842. <https://doi.org/10.12677/CES.2021.94138>
- [7] 苏育才, 姜翠波, 张跃辉. 矩阵理论[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [8] 曾祥金, 张亮. 矩阵分析简明教程[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [9] 李路, 王国强, 吴中成. 矩阵论及其应用[M]. 上海: 东华大学出版社, 2019.
- [10] 教育部. 第二批新工科研究与实践项目指南[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/202003/t20200313_430668.html, 2020-03-03.