

HPM融入初中数学教学的策略研究

周春梅, 钟海英, 董金辉

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年4月12日; 录用日期: 2023年6月12日; 发布日期: 2023年6月20日

摘要

《义务教育数学课程标准(2022版)》中提到, 数学教学内容设计要反映数学在自然与社会中的应用, 展现数学发展史中伟大的数学家以及他们的数学成果在人类文明发展中的作用, 来开阔学生的视野, 激发学生的学习兴趣, 从而促进学生的学习。初中数学教育中存在的主要问题是教学内容单一、缺乏趣味性和灵活性, 难以激发学生的学习兴趣 and 创造力。以数学史为教学资源, HPM融入初中教学是一种寓教于乐的教学方式, 可以促进初中数学教学的发展, 让数学课堂更具有生命力, 同时激发学生的学习兴趣, 提高学生的数学核心素养。因此, 如何将HPM融入初中数学教学中, 增强教学的趣味性和吸引力, 提高学生的学习兴趣 and 认知能力, 是当前数学教育研究中的热点问题。本文旨在探讨数学史融入初中数学教学的策略, 通过文献研究、实证研究等方法, 分析数学史教学的实际效果和存在的问题, 并提出相应的解决方案和建议, 为初中数学教师开展数学史教学提供参考。

关键词

HPM, 初中数学, 数学史, 策略研究

A Study on the Strategies of Incorporating HPM into Junior High School Mathematics Teaching

Chunmei Zhou, Haiying Zhong, Jinhui Dong

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Apr. 12th, 2023; accepted: Jun. 12th, 2023; published: Jun. 20th, 2023

Abstract

The "Mathematics Curriculum Standards for Compulsory Education (2022 Edition)" states that the

design of mathematics teaching content should reflect the application of mathematics in nature and society, demonstrate the great mathematicians and their mathematical achievements in the history of mathematics, and their role in the development of human civilization, in order to broaden students' horizons, stimulate their interest in learning, and promote their learning. The main problems in junior high school mathematics education are the single teaching content, lack of interest and flexibility, and difficulty in stimulating students' interest and creativity. Using the history of mathematics as a teaching resource, incorporating HPM into teaching is a fun and effective teaching method that can promote the development of junior high school mathematics teaching, make mathematics classrooms more vibrant, and stimulate students' interest in learning, while improving their core mathematical literacy. Therefore, how to incorporate HPM into junior high school mathematics teaching, enhance the interest and attractiveness of teaching, and improve students' interest and cognitive ability is a hot topic in current mathematics education research. This article aims to explore the strategies of incorporating mathematical history into junior high school mathematics teaching, analyze the actual effects and problems of mathematical history teaching through literature research, empirical research, and other methods, and propose corresponding solutions and suggestions to provide reference for junior high school mathematics teachers to carry out mathematical history teaching.

Keywords

HPM, Junior High School Mathematics, Mathematical History, Strategy Research

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

数学的发展离不开数学史，数学史是数学教育不可或缺的内容，必须融入数学教学，由此产生了一个新的研究领域——“数学史与数学教育”，即 HPM。自 1972 年初步组建数学史与数学教学关系国际研究小组以来，HPM 经过了萌芽阶段、初创阶段、发展阶段到今天的繁荣阶段[1]，将 HPM 融入数学教学，打造数学特色课堂，不仅可以帮助学生更好地了解数学的发展历程，而且能够帮助学生提升对数学本质的认识和理解。

HPM 是将数学史作为教学资源，用于帮助学生更好地理解数学概念和知识，开发学生的数学思维。因此在初中数学教学中融入 HPM，可以通过挖掘教材中存在的数学史元素，来帮助学生理解掌握知识。数学史中的历史故事和经验，不仅可以激发学生对数学的兴趣和热爱，更能够启迪他们在学习和研究数学时所需要的思维方法和技巧。《义务教育数学课程标准(2022 版)》中提到，数学教学内容设计要反映数学在自然与社会中的应用，展现数学发展史中伟大的数学家以及他们的数学成果在人类文明发展中的作用，增强学生的爱国情怀和民族自豪感[2]。人教版初中数学教材中数学史的内容如表 1~3。

HPM 融入初中数学课堂的方法有附加式、复制式、顺应式和重构式[3]，但如何在课堂中有效地运用这几个方法，存在以下问题：一是背景知识不足，学生对于数学史的了解可能比较有限，如果不在教学中给予必要的背景知识，可能会导致学生无法理解数学史与数学概念之间的联系。二是严谨性问题，数学史中可能存在一些不够严谨的证明和解释，如果不加以说明，可能会给学生的数学思维造成困扰。三是时空背景差异，数学史中的一些概念和方法可能存在时空背景的差异，可能会给学生的学习造成困扰。四是学生兴趣问题，有些学生可能对数学史不太感兴趣，如果在教学中过多地强调数学史，可能会影响

学生的学习积极性。因此在实际课堂教学中要注意做到强调数学史对数学概念和理论的影响,利用数学史中的问题和应用来引导学生学习,帮助学生认识数学史的时代背景和社会环境以及组织有关数学史的阅读和研究活动,从而将 HPM 高效地融入初中数学教学,使学生更好地理解知识背后的历史,加强对知识的掌握程度。

Table 1. History of mathematics in Grade 7 of PEP

表 1. 人教版七年级数学涉及的数学史内容

年级	章节	数学史内容	运用方法
七年级上	1.1 正数与负数	古代计算方法算筹	重构式
	1.3 有理数的加法	《九章算术》	重构式
	2.1 整式	数字 1 与字母 X 的对话	重构式
	3.1 一元一次方程	笛卡尔,“天元、地元、人元” 《对消与还原》、《九章算术》	附加式 重构式
	3.3 解一元一次方程	古代问题	顺应式
	第三章 复习巩固	《算学启蒙》、古代问题	顺应式
	4.1 几何图形	《题西林壁》古代问题	复制式
七年级下	4.3 角	角度值起源	附加式
	6.3 实数	“为什么说 $\sqrt{2}$ 不是有理数”	重构式
	第六章 数学活动	华罗庚	重构式
	7.1 平面直角坐标系	笛卡尔	附加式
	8.1 二元一次方程组 习题	《孙子算法》、“鸡兔同笼”	顺应式 复制式
	8.4 三元一次方程组的解法	《九章算术》、古代问题	顺应式 复制式

Table 2. History of mathematics in Grade 8 of PEP

表 2. 人教版八年级数学涉及的数学史内容

年级	章节	数学史内容	运用方法
八年级上	14.1 整式的乘法	“天河一号”电子计算机	附加式
	14.2 乘法公式	杨辉三角、“帕斯卡三角”	重构式 点缀式
八年级下	16.2 二次根式的加减	海伦—秦九韶公式	重构式
	17.1 勾股定理	毕达哥拉斯、赵爽弦图 毕达哥拉斯证法、《原本》	附加式 重构式
	17.2 勾股定理的逆定理	古代确定直角的方法 费马大定理的介绍及证明	重构式
	第十七章 复习题	柏拉图提出勾股数的规律	顺应式
	第十八章 数学活动	黄金矩形的设计及黄金比	重构式
	19.1 函数	科学家如何策略岩石的年龄	重构式

Table 3. History of mathematics in Grade 9 of PEP
表 3. 人教版九年级数学涉及的数学史内容

年级	章节	数学史内容	运用方法
九年级上	20.2 解一元二次方程	黄金分割数	重构式
	24.1 圆的有关性质	《墨经》“圆，一中同长也” 赵州桥	重构式 顺应式
	24.3 正多边形和圆	《周髀算经》、阿基米德、 刘徽割圆术、祖冲之	重构式 附加式
	25.3 用频率估计概率	雅各布、伯努利	附加式
九年级下	26.2 实际问题与反比例函数	阿基米德“杠杆原理”	重构式
	27.2 相似三角形	泰勒斯利用相似三角形测量金字塔高度 谢尔宾斯基地毯与雪花曲线	重构式
	28.1 锐角三角函数	一张古老的“三角函数表” 托勒密《天文学大成》	重构式
	28.2 解直角三角形及其应用	比萨斜塔的倾斜程度	重构式
	29.2 三视图	视图的产生与应用	重构式

2. HPM 在初中数学教学中的应用价值

数学文化是指与数学有关的文化现象和文化遗产，包括数学史、数学思想和数学方法等方面的内容。数学史是人类文化的重要组成部分，与数学学科的发展密切相关。在数学教学中，学习数学史的重要性不容忽视。HPM 在初中数学教学中的应用价值有以下几点：

2.1. 增强数学学科的吸引力和趣味性

数学史是数学学科的重要组成部分，它可以帮助学生更好地了解数学的发展历程和基本概念，增强学生的学习兴趣 and 创造力。数学史中包含了许多有趣的故事和实例，这些故事和实例可以激发学生的好奇心和探索欲望，提高他们对数学学科的认识和理解。数学课堂有效渗透数学史能够使学生了解数学的来源及应用，激发学生对数学学习的兴趣，从而提高数学学习的长久效益[4]。例如，学生可以通过学习古希腊数学家毕达哥拉斯的发现，了解勾股定理的由来和应用，从而增强对数学几何的兴趣和理解。

2.2. 培养学生的历史意识和人文素养

数学史不仅是数学发展历程的记录，也是人类文明历史的重要组成部分。数学史中包含了许多关于人类文明、社会历史和文化遗产的故事和实例，这些故事和实例可以帮助学生更好地了解人类历史和文化遗产的重要性和意义，培养学生的历史意识和人文素养。初中数学课堂与数 HPM 的融合不仅可以增强学生对数学的理解和认识，使学生了解数学的发展历程，认识到数学的普遍适用性和深刻内涵，还可以提高他们的数学文化素养。具体可以通过培养学生对数学历史的认知和鼓励探究数学问题来实现。通过培养学生对数学历史的认知，让他们了解数学的发展历程，认识到数学的普遍适用性和深刻内涵，提高他们的数学文化素养。同时，数学史文化也可以帮助学生更好地了解人类文化史的发展过程，增强学生的文化自信和历史感。通过鼓励学生探究数学问题，在初中数学特色课堂中，可以引导学生了解数学问题背后的历史，对知识进行深度思考，从而培养学生的数学文化素养。

2.3. 帮助学生理解数学概念及其应用

与数学史相关的特色课堂是指以历史事件、数学定理和数学家为主题，通过讲解、引导学生探究、

模拟等方式,让学生更好地、更加全面地理解数学概念及其应用。例如,可以结合《数学史故事》、《数学天才的故事》等绘本或电影,讲述一些著名数学家如祖冲之、刘徽欧几里得、阿基米德等人的故事,介绍他们的重要贡献,并让学生思考这些数学家为什么会有如此卓越的成就。教师可以带领学生通过数学实验和探究,发现数学结论和规律,比如介绍欧几里得的几何公理和证明过程,让学生尝试证明其正确性,并思考几何公理为什么不能被否定。又如,在介绍二次函数时,可以引导学生探究阿拉比亚的开平方法,让学生亲自体验求解二次方程的过程,从而深入理解二次函数的性质。

2.4. 促进数学学科与其他学科的融合

数学学科是各学科中应用最广泛、最基础的学科之一,它与其他学科的关系密切。数学史中包含了许多与物理、化学、天文学等学科相关的故事和实例,这些故事和实例可以帮助学生更好地理解数学与其他学科的关系和应用,促进各学科之间的融合和交叉。例如,了解古希腊数学的发展历程可以帮助理解欧几里得几何学的基本原理,同时也可以探究古希腊文化对数学的影响;学习牛顿和莱布尼茨的微积分理论可以理解微积分的演变过程,并探究微积分对物理学、工程学等学科的重要性;学习费马大定理的历史可以启发学生思考数学与密码学、信息安全等学科的联系,从而促进数学学科的发展。HPM融入数学教学中帮助学生更好地理解数学学科的发展过程和数学知识的演变,同时也可以促进数学学科与其他学科的融合,探索数学在各个领域的应用。

3. HPM融入初中数学教学的策略研究

通过上述分析,HPM与初中数学课堂相结合,不仅激发学生兴趣,提高学生数学水平,还能够引领初中数学教学不断进步。因此,我们应该在数学教学中更加注重数学史的融入,不断挖掘丰富的数学史资源,倡导通过数学史相关的特色课堂来促进初中数学教学的发展。数学史融入课堂的四种基本方式,能够将知识所蕴含的数学思想、数学方法、数学精神等融入课堂实践,引导学生对数学知识进行更深度学习,从而促进学生的整体发展[5]。如何有效地将HPM融入初中数学教学,要注意以下几点:

3.1. 教学内容的选取

数学史中包含了许多有趣的故事和实例,但并不是所有故事和实例都适合初中数学教学。在将HPM融入初中数学教学中,需要选取合适的数学史材料,符合学生的认知水平和兴趣爱好,具有启发性和趣味性。同时,也可以将一些数学概念和方法的历史背景融入到教学中,比如勾股定理、三线定位法等。在课堂上,教师可以从某个数学概念或理论的历史开始讲起,展示它的产生背景、发展过程、重要人物及其贡献等,有助于学生更好地理解数学概念和理论的发展过程。通过这种方式,可以让学生对数学概念和理论的本质有更深刻的认识,启发学生对问题的思考和探索,也可以激发学生的兴趣和求知欲。

3.2. 教学方法的改变

将HPM融入初中数学教学中,需要采用多种教学方法,以适应不同学生的学习需求和兴趣爱好。在教学方法的改变上,可以采用讲解、讨论、体验等多种方式,让学生更好地体验数学思想的演变过程,了解数学的发展历程和数学家的创新思想。同时,也可以通过课外阅读、网上搜索等方式,让学生更全面地了解数学史的发展。借此使学生理解数学思想的演变和数学理论的应用,从而更好地掌握所学知识的概念及应用,也帮助学生更好地认识到数学与历史、社会和文化的密切联系。教师可以设计一些富有趣味性的教学活动,让学生通过游戏、比赛等形式了解数学史知识,从而提高学生的学习兴趣。鼓励学生进行探究性学习,引导学生通过阅读、观察、实验等方式进行探究性学习,让学生自己发现数学知识的本质和规律,从而提高学生的思考能力和创造性思维能力。

3.3. 教学资源的利用

在教学资源的利用上,可以利用数学馆、博物馆等场所,让学生亲身体验数学史的魅力。组织一些数学史的阅读和研究活动,例如,可以让学生阅读一些数学史的文章或书籍,并写出自己的感想和理解;还可以让学生团队合作,研究某个数学概念或理论的发展史,展示他们的研究成果。这样可以让学生更深入地了解数学史,提高他们的学习兴趣和研究能力。同时,也可以利用多媒体课件、网络资源等,让学生更好地了解和掌握数学史的相关知识。

4. 实证研究分析

通过对实际教学中的数学史融入情况进行调查和分析,可以更加深入地了解数学史融入初中数学教学的实际效果和存在的问题。

4.1. 实证研究对象和方法

本研究以黄冈市明珠学校的数学教师和学生为研究对象,采用问卷调查、访谈等方法进行数据收集和分析,以了解数学史融入初中数学教学的实际情况和效果。

4.2. 调查问卷设计

以下是针对上述问题制作的调查问卷:

- 1) 您认为数学史融入初中数学教学对于提高学生的数学兴趣和认知能力是否有效? a. 是 b. 否 c. 不确定
 - 2) 您认为数学史融入初中数学教学需要选取哪些类型的数学史材料? a. 数学发展历程 b. 数学应用案例 c. 数学名人故事 d. 其他(请注明)
 - 3) 您认为数学史融入初中数学教学需要指定哪些教学目标? a. 提高学生的数学基础知识 b. 培养学生的数学思维能力 c. 增强学生的数学实际应用能力 d. 其他(请注明)
 - 4) 您认为数学史融入初中数学教学需要采用哪些教学方法? a. 讲解与演示 b. 互动讨论 c. 小组合作 d. 课外拓展 e. 其他(请注明)
 - 5) 您认为数学史融入初中数学教学存在哪些问题? a. 教师教学方法单一 b. 教学材料不够充分 c. 学生兴趣参差不齐 d. 其他(请注明)
 - 6) 您认为应该如何进一步加强数学史融入初中数学教学的效果? a. 加强教师培训和教学改革 b. 丰富教学材料和教学手段 c. 提高学生参与度和兴趣 d. 其他(请注明)
- 请您根据自己的实际情况回答以上问题,谢谢!

4.3. 数据分析

问卷有效数共 100 份,有效回收率为 82%,有效回收率较高,样本数量较为充足,数据具有一定的可信度。根据问卷调查,得出以下数据分析:

对于问题一,大部分受访者认为数学史融入初中数学教学对于提高学生的数学兴趣和认知能力是有效的,但仍有少部分人持否定或不确定的态度,需要进一步探究原因(图 1)。

对于问题二,数学发展历程是最受欢迎的数学史材料类型,需要注意其他类型的材料的选取和使用(图 2)。

对于问题三,大部分教师认为学生的数学思维能力培养是数学史融入初中数学教学的重要目标,需要在教学中注重培养学生的思维能力,同时也要注重学生数学基础知识的培养(图 3)。

对于问题四,大部分教师认为课堂上的互动讨论和小组合作是能够有效地将数学史融入初中数学教学的方法,能使学生在交流互动中掌握知识(图 4)。

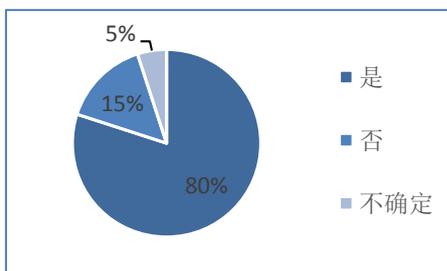


Figure 1. Whether the integration of history of mathematics into junior high school mathematics teaching is effective in improving students' mathematical interest and cognitive ability

图 1. 数学史融入初中数学教学对于提高学生的数学兴趣和认知能力是否有效

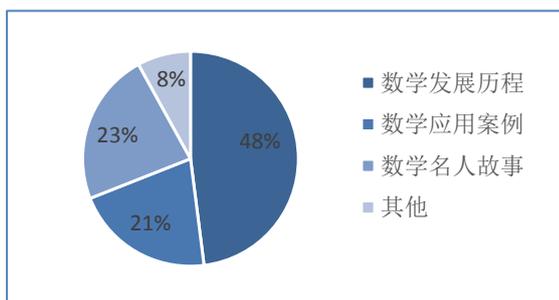


Figure 2. What types of history of mathematics materials should be selected when history of mathematics is integrated into junior middle school mathematics teaching

图 2. 数学史融入初中数学教学需要选取哪些类型的数学史材料

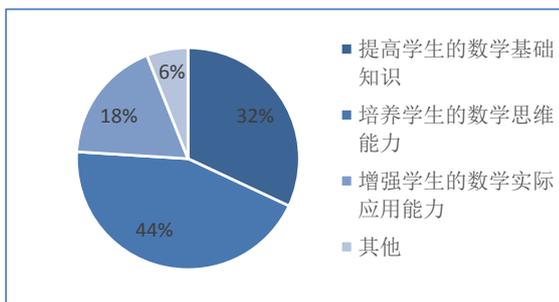


Figure 3. What teaching goals should be specified when history of mathematics is integrated into junior middle school mathematics teaching

图 3. 数学史融入初中数学教学需要指定哪些教学目标

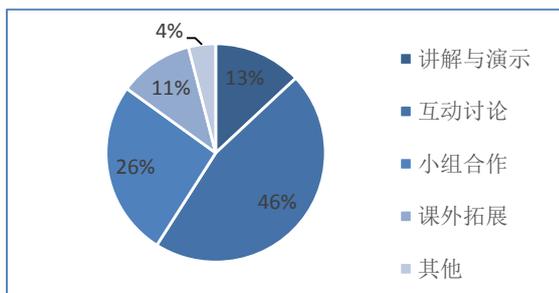


Figure 4. What teaching methods should be used to integrate history of mathematics into junior middle school mathematics teaching

图 4. 数学史融入初中数学教学需要采用哪些教学方法

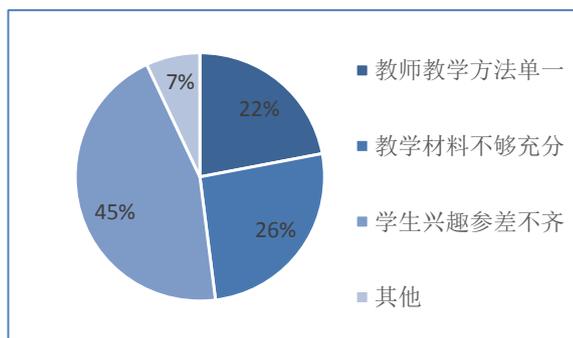


Figure 5. What problems exist in integrating history of mathematics into junior middle school mathematics teaching
图 5. 数学史融入初中数学教学存在哪些问题

对于问题五，学生兴趣参差不齐是最大的问题，需要教师在教学中采用多种方法激发学生的兴趣，提高学生的参与度(图 5)。

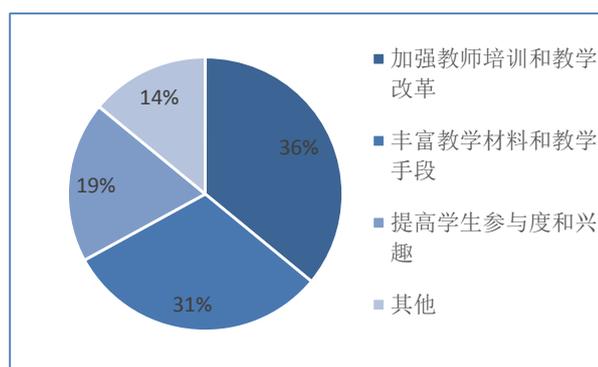


Figure 6. How to further strengthen the effect of integrating history of mathematics into junior middle school mathematics teaching
图 6. 如何进一步加强数学史融入初中数学教学的效果

对于问题六，加强教师培训和教学改革是最受教师认同的措施，有必要设计加强有关数学史的教师教育课程，以培养教师的数学史的知识、信念及教学能力，以支持学生的数学发展，使学生具备多元文化时代所要求的数学核心素养[6]。此外，还需要丰富教学材料和教学手段，从而进一步加强 HPM 融入初中数学教学(图 6)。

4.4. 实证研究结果

通过数据分析，得出以下结论：

1) 数学史融入初中数学教学可以有效提高学生的数学兴趣和认知能力，使学生更加关注数学学科的发展历程和实际应用，对学生的数学兴趣和认知能力的培养有积极的影响，同时也促进了教师的专业发展[7]。

2) 数学史融入初中数学教学需要选取合适的数学史材料、指定适宜的教学目标和采用多种教学方法，以适应不同学生的学习需求和兴趣爱好。

3) 数学史融入初中数学教学存在的问题包括教师教学方法单一、教学材料不够充分、学生兴趣参差不齐等问题，需要进一步加强教学改革和优化。虽然一线教师认可数学史的教育价值，但许多因素都制约着教师在课堂上运用数学史，如课时、考试、可用于教学的史料的缺乏以及教师本身等[8]。

在具体的教学实践中，HPM 融入初中数学教学的效果是显著的。通过数学史的教学，不仅可以提高学生的兴趣，还可以加深学生对数学概念的理解，提高学生的数学思维能力和创造性思维能力。但是，HPM 融入初中数学教学也存在一些问题，如教师对数学史知识的了解不足、教材和教学资源的匮乏等。因此，需要进一步完善数学史融入初中数学教学的方案，提高教师对数学史的认识和理解，开发更多的优质教材和教学资源。

5. 总结与实施建议

HPM 是数学教育中不可或缺的一部分，不仅能够让教师保持对数学的热爱，还能够让学生维持对数学的兴趣和学习动力[9]。HPM 可以帮助学生更好地了解数学的发展历程和基本概念，增强学生的学习兴趣和创造力。将 HPM 融入初中数学教学中，可以提高学生的数学兴趣、认知能力和创新能力，同时也有利于培养学生的历史意识和人文素养。在具体实施过程中，需要选取合适的数学史材料、采用多种教学方法以及合理利用教学资源，以适应不同学生的学习需求和兴趣爱好。

从教师的角度来说，HPM 融入初中数学教学对教师有以下几点要求：第一，教师要具有扎实的数学基础和渊博的数学知识，能够深入了解数学史的知识 and 内容。第二，教师要具有较强的教学能力和组织能力，能够将数学史内容有机地融入到数学教学中。第三，教师要注重培养学生的数学文化素养和数学思想，能够引导学生深入思考数学问题和现象。第四，教师要注重对学生的激发和引导，让学生在学习过程中产生兴趣和动力，从而提高数学学习的效果和质量[10]。

未来，应进一步深化 HPM 融入初中数学教学的研究和实践，为数学教育的改进和优化提供更多的思路和方法。

基金项目

黄冈师范学院教研项目——HPM 在高中数学课堂中的实施效果研究(2022CE78)。

参考文献

- [1] 岳增成, 汪晓勤. 国际数学史与数学教育(HPM)发展历程及启示[J]. 上海教育科研, 2022(4): 84-92.
- [2] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [3] 余庆纯, 汪晓勤. 中国 HPM 研究内容与方法[J]. 数学教育学报, 2022, 31(4): 49-55.
- [4] 曾峥, 杨豫晖, 李学良. 数学史融入初中课堂的案例研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(1): 12-18.
- [5] 于勇. 数学史融入课堂: 高品质教学的实践路径[J]. 江苏教育研究, 2022(Z5): 71-76.
- [6] 张维忠, 马俊海. 我国初中数学教科书中的数学史及其启示[J]. 当代教育与文化, 2018, 10(6): 56-60.
- [7] 吴骏, 汪晓勤. 初中数学教师 HPM 教学的个案研究[J]. 数学教育学报, 2016, 25(1): 67-71.
- [8] 覃淋, 姚芳. 数学史与数学教育研究现状及展望[J]. 首都师范大学学报(自然科学版), 2018, 39(3): 9-15.
- [9] 王宁. 浅谈数学史与初中数学教学[J]. 才智, 2017(30): 111.
- [10] Zhang, Z.G., Zhu, H.J., Dai, X.L. and Wang, C.R. (2022) An Analysis of Effective Ways to Integrate the History of Mathematics into Higher Mathematics Teaching. *Curriculum and Teaching Methodology*, 5, 19-22.