

高中数学与大学数学衔接问题的分析及对策研究

杨惠沙, 孙庆有

杭州师范大学数学学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2023年10月18日; 录用日期: 2023年12月4日; 发布日期: 2023年12月14日

摘要

随着中学教育改革的推进, 高中数学与大学数学的衔接问题日益突出, 许多大学生在学习数学的过程中遇到了障碍, 无法很好地应对这类问题。文章通过分析大学与中学数学在衔接问题上的表现以及原因, 给出相关建议和策略。旨在为学生提供更好的教学模式, 培养具有创新应用能力的学生, 为社会提供全能型人才。

关键词

数学衔接, 高中数学, 大学数学, 数字教材

Analysis and Countermeasure Research on the Connection between High School Mathematics and College Mathematics

Huisha Yang, Qingyou Sun

School of Mathematics, Hangzhou Normal University, Hangzhou Zhejiang

Received: Oct. 18th, 2023; accepted: Dec. 4th, 2023; published: Dec. 14th, 2023

Abstract

With the advancement of middle school education reform, the connection between high school mathematics and university mathematics has become increasingly prominent. Many college students have encountered obstacles in the process of learning mathematics and are unable to effectively cope with such problems. This article analyzes the performance and reasons of the connection between university and high school mathematics, and provides relevant suggestions

and strategies. The aim is to provide students with better teaching models, cultivate students with innovative application abilities, and provide all-round talents for society.

Keywords

Mathematical Connection, High School Mathematics, College Mathematics, Digital Textbooks

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学这门学科贯穿了我们的整个学习生涯。它不仅仅是一门学科,更是我们生活中解决问题的工具,同时也为锻炼了我们的思维与思考问题的逻辑能力。由此可见数学学习的重要性。中小学与大学阶段的数学学习,有着紧密的联系,却也有很大的不同。因此,许多同学在学习大学高等数学的过程中面临了一系列心理、学习方法、知识内容上的挑战。处理好高中数学与大学数学的衔接问题,一方面有利于完善教育体系,解决出现的相关问题,促进教学改革创新,提高学校的办学水平;另一方面有利于学生更好地学习丰富的数学知识,提高创新能力,培养思考意识,提升综合素质,为社会提供更优质的人才资源,促进国家在科技等领域的发展。由此可见,解决好中学阶段与大学阶段的数学衔接问题尤为重要。这就需要中学与大学老师齐心协力,老师与学生互相配合。本文从教学目标、教学内容、教学方式、学习方法、教材改革、心理调整等方面进行分析,并制定相应的解决策略,旨在促进师生共同进步,搭建更加完善的数学教学体系,培养全面的“应用型”人才。

2. 中学数学与大学数学衔接上存在的问题及原因分析

2.1. 教学内容上出现断层与重叠

遵照国家最新发布的《普通高中数学课程标准》(以下简称《标准》),中学数学教材面临着较为频繁的变动。其中,例如正割、余割、反三角函数、极坐标、积化和差、和差化积等内容被删减,然而这部分内容在大学课堂上被认作是中学阶段的已学知识,这便造成了知识的断层[1]。三角函数的知识对大学数学里积分的计算有比较大的作用,而这部分内容的断层可能会造成学生的心理挫败,从而产生厌学心理,甚至由于跟不上这一节的进度进而耽误整章的知识学习。

此外,在数学语言的表述上,也存在着断层现象。例如,中学阶段引入某一概念时,多采用描述的语言,学生往往停留在较为浅的理解层面。而在大学阶段,老师多采用“ $\varepsilon-N$ ”、“ $\varepsilon-\delta$ ”等具体的语言来表述,这些陌生的符号会使得学生有些不适应,从而对概念的理解产生排斥性或畏惧心理,造成学生对知识、概念理解不透彻的问题,在后续应用概念或是题目难度加大的时候,学生便很难顺利解决。这从另一个层面来看,其实是思维上的差异:高中数学讲的是一种模型,把具体的一个知识点与题型连接起来;而大学数学对思维的理解要求更高,不仅仅涉及解析几何的球体、曲面,还包括高等代数的欧氏空间这类抽象概念[2]。

在中学阶段和大学阶段的数学学习中,也存在知识重叠的现象。像导数的四则运算、函数极大极小值、最大最小值、奇偶性等性质,在高中与大学教学内容中均有所涉及[3]。部分内容中学阶段讲的较为完善,概念本身比较容易理解,在大学数学中再次进行教学,可能会使得学生放松懈怠,从而不认真对

待其后凹凸性、渐近线等知识点的学习。另一部分, 如导数, 中学阶段只是提及其四则运算公式的套用及简单介绍, 而大学需要培养学生的创新意识, 提高逻辑思维能力, 更注重对其原理的深入讲解, 并拓展到无限项的四则运算。此外, 在中学阶段的“填鸭式”训练下, 很多学生虽然会运用, 但并不明白为什么导数可以用来解决极大极小值问题[3]。比如, 高中阶段学生对于极限的理解可能仅仅停留在字面理解的层面, 而大学阶段, 需要理解: 当 $\forall \varepsilon > 0$, $a - \varepsilon < f(x) < a + \varepsilon$ 时, $f(x)$ 的极限是 a 。甚至一些中学阶段学习的内容并不完全严谨, 例如: 学生在中学阶段会运用洛必达法则, 但是在大学阶段会了解到其推演证明, 并对此产生全新的思考。由于学生先前已经接受其定理和公式结果, 很难认真思考其背后的原理, 这也使得大学数学的教学效果不理想。而这些原理探究是解决往后更多问题的基础, 也是学生学会问题分析的基础。

2.2. 教学方式与学习方法上的差异

中学阶段, 学生大多依赖于老师的知识灌输, 较为被动地吸收知识, 通常依照老师给予的知识框架与知识体系进行解题。考试题型较为固定, 解题方式也被限定, 学生接受“保姆式教学”, 很难有所创新, 加以思考。例如, 学生知道原命题与逆否命题等价, 却不知道否命题与逆命题也等价[4]。由于课程多、时间紧, 不具备充分思考的时间, 追求在最短的时间内解决问题, 学生很少有自我发挥的空间。

大学阶段, 老师并不过多或重复讲解一个知识点, 部分内容点到为止。课余时间充裕, 学习资源广、平台多, 给学生充足的机会自主学习、总结归纳。然而部分学生难以在短时间内适应这种新的学习方式, 不会自主支配时间, 甚至可能会因此心理受挫。另外, 在可支配时间多的情况下, 学生也不免出现压力下降的现象, 导致放松懈怠后, 学习效果不佳。

从中学数学到大学数学, 新方法的引入使得复杂的问题有了更快的解决方式, 如: 为了避免多次使用洛必达造成不必要的麻烦, 在分子分母次数过高时, 可以用泰勒展开式来简化式子。

3. 解决衔接问题的理论依据及相关策略

3.1. 策略的理论依据

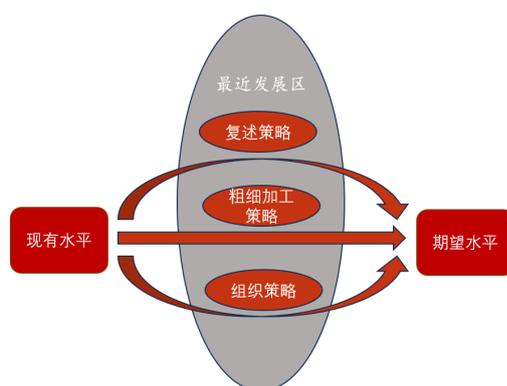


Figure 1. Diagram of the zone of proximal development

图 1. 最近发展区理论结构图

依据最近发展区理论(最近发展区理论结构图见图 1), 教学应当注重学生的最近发展区, 把潜在的发展水平变为现实的发展水平, 维果茨基特别提出, 教学应当走在发展的前面。为创造新的最近发展区, 教师的教学应当符合学生的认知策略, 即复述策略、精细加工策略和组织策略, 其中, 为使学生在记忆中保持所学信息, 需要通过反复识记的方式, 并将新学的材料与头脑中已有知识联系起来, 从而赋予新

信息意义, 形成深层加工策略; 最后根据需要整合所学新知识之间、新旧知识之间的内在联系, 从而形成全新的知识结构。此外, 在具体的教学过程中, 教师应采用循序渐进的教学原则, 使教学具有系统性, 同时注意好主要矛盾, 解决好重点与难点的教学, 按学生的认知顺序, 由浅入深、由易到难地进行教学; 根据启发式教学原则, 教师应充分调动学生的学习主动性, 引导他们自主探索、独立思考, 以提高分析和解决问题的能力, 发扬教学民主。

3.2. 调整教学目标及教学方法

中学阶段应当培养学生的创新性思考及探究精神, 以培养全方位人才为目标, 让学生减少对老师的依赖, 学会独立自主地解决问题。教师需要在教学过程中尝试主体互换, 推荐课外学习资料, 让学生做章节小结, 培养他们主动学习的动力, 也可以适当用一些机制激发学生对数学的热情。此外, 在课堂结束前, 可以留一些开放性的问题, 鼓励学生积极思考, 锻炼其思维。

大学阶段首先应当帮助学生解决难以适应的问题, 其次鼓励学生自主查阅资料, 利用网络学习资源和学习平台, 培养独立思考能力、实践能力和创造能力。在课余时间多参加实践活动, 提高应用能力。此外, 老师可丰富教学手段, 利用 MATLAB 等数学软件, 把建模融入数学教学, 提高学生的思维认知和应用能力。同时, 对于空间想象能力较弱的学生, 在介绍用多项式逼近曲线等内容时, 老师可以应用几何画板、Mathematics 等软件使得讲述的内容更加直观。

3.3. 完善教学内容

《标准》明确指出: 数学素养是现代社会每一个人应该具备的基本素养。教师要将数学核心素养贯穿于整个教学活动之中[5]。

通过对衔接问题的原因进行分析, 我们建议高中老师多利用数学符号讲解概念, 在解题过程中注重数学思想的渗透, 培养数学逻辑, 适当以高观点开展教学活动, 便于学生更快地适应与大学数学的衔接。在拓展部分新知识时, 可以运用类比推理的方法, 引导学生自主发现知识点之间的互通性[6]。同时, 中学学校可以划分数学课程为必修、选修课, 提供不同难度的课程以供不同程度的同学需要。

大学老师可在开学前熟悉高中基础内容, 大致了解高中阶段的数学学习内容。在开学时可对学生做一次问卷调查、加试或者进行座谈, 更加全面地了解高中数学的教学进程以及学生掌握程度。此外, 学校也可以尽量安排双方老师的交流会议, 进一步了解学生在两个阶段的数学学习状况。

在了解完学生的情况后, 针对学生在两个阶段所造成的断层知识, 学校可编写此类衔接课程的教材, 秉持以学定教的原则, 开设先修课程或者部分课时进行强化训练。这样可以程度较差的学生与掌握较好的学生缩小差距, 拥有一个良好的学习心态。

此外, 在教学过程中大学老师, 需要针对初高中部分符号不统一的问题以及相似的数学概念, 如微分与导数的区别, 做出明确的解释。对于比较抽象的知识, 老师可以利用搭桥演变法引入实际问题将抽象的概念简单化, 例如, 讲到定积分的时候, 可以利用小矩形面积叠加无限接近曲边图形面积的方法来便于学生理解[7]。必要时大学老师可以从较为简单的知识入手, 适当选择利用中学的方法暂时降低难度。考虑到大学课程时间较长, 内容较为复杂, 老师可以在课堂上穿插数学家的故事, 活跃课堂氛围, 激发学生的探讨兴趣。

由于大学数学内容难度大且结构复杂, 大学老师可以对各章节的内容进行串联, 形成思维链, 让学生对整个学期的内容能够前后连接。考虑到学生刚刚步入大学数学的学习阶段, 老师可以和学生一同归纳相关内容, 慢慢引导学生学会自主归纳学习。此外, 老师也需要培养终身学习的意识, 在这个信息高速发展变化的时代, 需要不断学习新的知识, 丰富教学手段, 跟进教学进程, 提高教学技能。

3.4. 学生改变学习方法

除了提前进入大学校园进行参观, 感受大学氛围, 减小心理压力之外, 学生需要提高学习的自主性, 在课前利用网络平台课程或者图书馆资源做好预习工作, 减少课堂上知识学习的障碍。课堂上需要对听到的内容做好提纲、层次整理归类, 切忌全程抄板书而忽视讲课的内容, 要注重理解并尽量第一遍将它记在脑子里, 课后再自己回忆, 试着讲给自己听, 这样更容易吃透内容, 也更清楚哪些是没有掌握的点。当然, 我们也需要自己拓展学习课外的内容, 如: 直线方程的表示除了上课讲的点位式、一般式之外, 还有 $l(x) = (x_0, y_0, z_0) + t(u, v, w)$ 此类用点结合直线方向向量的形式, 它可以从不同的角度思考得到。从坐标角度理解, 其与点向式直线方程求解中的等式

$$\frac{x-x_0}{u} = \frac{y-y_0}{v} = \frac{z-z_0}{w} = t$$

有着密切联系, 可联立得:

$$\begin{cases} x = x_0 + tu \\ y = y_0 + tv \\ z = z_0 + tw \end{cases}$$

从向量角度理解, $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$, A 点为直线上一点 (x_0, y_0, z_0) , P 为直线上任意一点, 由 \overrightarrow{AP} 与直线方向向量共线得到 $\overrightarrow{AP} = t(u, v, w)$, 同样也能解释 P 点的坐标, 从而得到直线方程 $l(x) = (x_0, y_0, z_0) + t(u, v, w)$ 。因此, 积极拓展数学知识, 并从不同的角度理解同一个问题也是大学应当具备的能力。学生在课外也可以通过网站搜索课程拓展学习重要知识点, 例如, “Jordan 块” 未在课堂上涉及, 却在矩阵解题上有巨大的作用。学生可以通过参加社会实践、学科竞赛等活动, 锻炼自己的应用能力和创造能力, 也可以利用信息化工具, 线上交流学术问题。

3.5. 教材的变更

首先, 两个阶段的数学教材需要尽量做到数学符号一致, 此外, 及时更新并丰富内容, 避免内容的单一与样式固化, 使得框架清晰、层次分明, 激发学生学习兴趣, 同时让教材更加具有实用性。

由于大学教材的内容改版频率较低, 为了更好地与高中数学教材进行衔接, 大学与高中学校可以积极组织建立大学老师与高中老师的交流, 共同编撰衔接教材。另外, 也可以重新编写大学数学教材, 根据专业大纲要求, 关注内容断层、重叠的问题, 由专家学者与老师共同制定新的教材内容。

针对纸质教材变更过程繁杂、速度慢的问题, 数字教材的出现无疑不是一缕曙光。数字教材更迭速度快、使用便利、过程高效、实时动态更新内容, 更好地解除了出版、更版的障碍。为了更好地规范数字教材的内容, 国家可以出台相关政策, 规范统一标准, 行业内秉承资源共享的理念, 合作发展。

作为一种多媒体形式的教材, 数字教材将抽象的概念直观化, 展示多维空间图的演变, 动画呈现切线、割线逼近的过程, 使得备课省时, 学生理解难度降低。通过数字教材, 教师可以访问真实数据、测试模型, 减小了老师的认知壁垒, 同时减轻了部分机械工作的负担。教师可以更好地担负人文教育、心理辅导、道德濡染的责任, 这样采取与数字教材互相取长补短的方式, 可以更有效地培养出一批有使命感的社会建设者[8]。

为了满足用户需求, 数字教材不仅需要在内容上具备教师学生分版用书、课程资源配套、作业整理巩固、习题测试系统、师生交流渠道、学习成果分析、平台评价反馈等功能, 引入内容丰富、具有应用性、思维提高性的高质量国内外课程资源, 还要利用先进的技术手段, 改善画面呈现效果, 重视互动功能模块, 针对习题的解答过程, 设置选择性隐藏的模式, 让学生根据自身情况选择。在高效学习知识的

同时, 提升用户体验感和舒适度。

3.6. 学校完善工作改革

除了让学生掌握数学知识以外, 调整学生的心态也极为重要。学生在中学阶段有家长安排一切学习以外的事项, 到了大学可能无法适应独立的生活, 处理错综复杂的人际关系。面对陌生的环境以及生活方式, 采取与学长学姐进行交流的方式往往可以更好地化解学生的畏惧心理, 在必要时进行心理疏导, 帮助学生尽快适应新环境。

学校可以安排新生导学课程, 让学生更全面地了解专业的就业前景以及升学方向, 以明确阶段目标, 充实自己的大学生活。当然, 更重要的是培养学生的责任意识、社会责任感, 让其成为一个热衷于奉献社会的人。

不仅如此, 学校在期末测评时, 可适当减少期末占比, 多注重平时的学习, 让学生打消“临时抱佛脚”的心理, 踏实学习。采取线上线下综合评价的方式, 全面地结合学生的数学思想、学习成绩、逻辑思维能力等多方面素质给出总评, 引起学生对各方面能力培养的重视[9]。

4. 对策具体实施效果

多所高校已针对此问题进行策略实施, 以杭州师范大学为例, 《数学分析》任课教师在数字化平台上发布了相关预备课程视频, 讲解内容包括反三角函数、极坐标等衔接内容, 为学生提供了更全面的课程体系, 弥补了衔接问题造成的影响; 出版了数字教材《大学数学预备基础》, 配有课程视频及自测练习题库等, 让大一新生在入校前就进行了高中数学与大学数学的提前接轨, 为其开学之后适应新的高等数学内容打下了坚实的基础。学生在学习过程中, 明显感觉到此类措施有助于自身跟上课程进度, 并能够拥有一个较为良好、自信的心态学习数学, 形成良性循环。在丰富知识面的同时, 提高了自主学习的能力和思考的积极性。同时, 教师在授课过程中能够做到统一上课进度, 提高教学效率, 顺利开展课堂教学。

5. 总结

高中数学与大学数学之间的衔接问题是当前需要引起我们高度重视的一个关键问题。由于高中数学和大学数学在内容、难度和应用方面存在较大差异, 许多学生在升入大学后会面临不适应的情况。因此, 我们需要采取措施来有效解决这一问题。一方面, 教师应该加强对高中数学与大学数学知识的衔接教学, 帮助学生更好地过渡。这可以通过设计更贴近大学数学的高中数学课程、加强高中数学与大学数学知识的联系等方式来实现。另一方面, 学校和教育机构应该提供更多的资源和支持, 例如开设数学预备课程、提供数学辅导等, 帮助学生在升入大学后尽快适应新的学习环境。

除了高中数学与大学数学之间的衔接问题, 我们还需要关注整个数学教育体系的建设。在信息化教育时代, 我们可以运用各种教育技术和工具来丰富教学内容和方法, 提高学生的学习效果和兴趣。例如, 我们可以利用计算机模拟实验、在线学习平台和教学游戏等方式来激发学生的学习兴趣和创新思维。此外, 教育机构和研究学者也应该加强对教学模式和教育方法的研究, 为师生的发展提供更广阔的平台。通过深入的教育改革创新, 我们可以助推数学教育事业的发展, 为培养更多优秀的数学人才做出贡献。

基金项目

浙江省高等教育学会 2023 年度高等教育研究课题: 数字教材在大学高等数学与高中数学衔接中的探索与应用。

参考文献

- [1] 刘国清, 张玲, 李唐海, 等. 大学数学与中学数学衔接问题的几点思考[J]. 科教导刊(上旬刊), 2020(1): 17-18.
<https://doi.org/10.16400/j.cnki.kjyks.2020.01.008>
- [2] 陈博照. 基于中学数学与大学数学衔接的思考[J]. 产业与科技论坛, 2020, 19(16): 157-158.
- [3] 刘国清, 张玲, 李唐海. 大学数学与中学数学衔接的新思考与对策研究[J]. 创新创业理论研究与实践, 2021, 4(14): 146-148.
- [4] 赵杰. 高中数学与大学数学教学衔接存在的问题与改进建议[J]. 新课程研究, 2021(17): 68-69.
- [5] 金晶. 大学数学与高中数学教学衔接问题的探讨[J]. 高考, 2018(21): 20.
- [6] 林海峰. 探究类比推理在高中数学教学实践中的应用[J]. 文理导航(中旬), 2019(11): 17.
- [7] 丁晗. 高等数学教学中高中与大学衔接问题的探讨[J]. 吉林省教育学院学报, 2022, 38(11): 110-113.
<https://doi.org/10.16083/j.cnki.1671-1580.2022.11.026>
- [8] 马艳, 李学斌. 数字教材应用中教师角色转变的困境与策略[J]. 电化教育研究, 2022, 43(10): 116-121+128.
<https://doi.org/10.13811/j.cnki.eer.2022.10.016>
- [9] 刘国清, 张玲, 李唐海. 大学数学与中学数学衔接的新思考与对策研究[J]. 创新创业理论研究与实践, 2021, 4(14): 146-148.