

指向深度学习的高中数学支架式教学模式实践与探究

——以“椭圆及其标准方程”为例

张紫琼¹, 余鹏飞²

¹黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

²黄冈师范学院教育学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年5月13日; 录用日期: 2024年9月23日; 发布日期: 2024年10月10日

摘要

《普通高中数学课程标准(2017年版)》提出了以学生的发展为本, 培养和提高学生核心素养的要求, 同时国家要求尽快落实立德树人的根本任务, 发展素质教育。在素质教育理念的指导下, 高中数学教学模式发生了根本性的变化, 支架式教学成为课堂教学的一种重要模式, 基于此, 对我国高中数学教学现状进行分析, 以“椭圆及其标准方程”为例, 探讨支架式教学模式对实现学生深度学习的重要意义, 为数学学科核心素养落地课堂提供新思路。

关键词

高中数学, 深度学习, 支架式教学模式, 椭圆及其标准方程

Practice and Exploration of Scaffolding Teaching Mode of Mathematics in Senior High School Oriented to Deep Learning

—Taking “Ellipse and Its Standard Equation” as an Example

Ziqiong Zhang¹, Pengfei Yu²

¹School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

²College of Education, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: May 13th, 2024; accepted: Sep. 23rd, 2024; published: Oct. 10th, 2024

Abstract

The General High School Mathematics Curriculum Standard (2017 Edition) puts forward the requirements of taking the development of students as the basis and cultivating and improving the core qualities of students, and at the same time, the state requires the implementation of the fundamental task of establishing moral education as soon as possible and the development of quality education. Under the guidance of the concept of quality education, the teaching mode of high school mathematics has undergone fundamental changes, and scaffolding teaching has become an important mode of classroom teaching. Based on this, the current situation of high school mathematics teaching in China is analyzed, and “ellipse and its standard equations” is taken as an example to explore the significance of scaffolding mode of teaching in realizing the depth of student learning. Based on this, we analyze the current situation of high school mathematics teaching in China, and take “ellipse and its standard equation” as an example to discuss the importance of scaffolding teaching mode in realizing students’ deep learning, and to provide new ideas for the implementation of core literacy in the classroom of mathematics.

Keywords

High School Mathematics, Deep Learning, Scaffolding Teaching Mode, Ellipse and Its Standard Equation

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着社会不断发展进步, 我国的教育体制也在发生相应的变化, 尤其在新课改进程进一步加快的情形下, 我国高中数学教学模式发生了质的变化。在人本教育理念的指引下, 探索高中数学支架式教学模式, 是对传统教学模式的重构与革新, 能有效提高学生自主学习能力, 同时支架式教学也是促进学生深度学习的有效途径。数学核心素养的发展是高中数学教育目标和教学改革深化的新导向, 支架式教学模式为实现高中数学教学目标提供具体的手段和策略[1], 深度学习也是一种可以发展学生核心素养的学习方式, 合理的目标、课堂任务和结果评价的设计等是发展学生深度学习的有效策略。本文以人教 A 版高中数学教材“椭圆及其标准方程”为例, 研究旨在基于深度学习领域下展开支架式教学, 借用教学支架, 创设促进学生深度学习的课堂环境, 完成教学目标的同时有利于学生数学学科核心素养的发展, 真正做到以学生为本。

2. 深度学习的内涵与表征

2.1. 深度学习的内涵

深度学习关注个体经验与人类知识的相互转化。在学习过程中, 学生并非从零开始, 而是带着已有的经验参与。深度学习通过“联想与结构”的方式, 唤醒或改造学生的经验, 使片面的经验变得全面, 繁杂的经验变得简约, 错误的经验得以纠正。这种学习方式不仅强调个体经验的重要性, 还注重通过教学活动对经验和知识进行整合与结构化。深度学习是学习者能够保持高投入的学习状态(较好的学习动机和学习态度), 在教师引导下将已有知识和经验与新知识建立联系, 批判性的理解新知识, 实现对

新知识的意义建构, 并通过迁移应用、问题解决和反思学习实现同化知识和发展高阶思维目标的学习过程[2]。

2.2. 深度学习的表征

深度学习的表征主要体现在三个方面:

高投入: 深度学习是相对于浅层学习的一个概念, 这是指学生在学习过程中的高度参与。深入学习不是简单的知识灌输或者是学会一些固定的方法和技巧, 而是对信息进行整合, 对知识的构成进行内化[3]。学生需要全身心地投入到学习过程中, 才能有效地吸收和理解知识。

高认知: 深度学习超越了浅层次的认知, 如了解、记住、复述和背诵等。它更强调深度理解、问题解决、创造性思维以及批判性思维等高阶认知。这意味着学生不仅要掌握知识, 还要能够运用知识进行思考和创新。

复杂环境: 深度学习的环境往往是复杂的。这主要表现在人际的合作性、问题的复杂性和工具的丰富性等方面。学生需要在这样的环境中进行学习, 通过与他人合作、解决复杂的问题以及利用多样的工具来提升自己的学习深度和广度。

综上, 深度学习的表征体现了学生在学习过程中的高度投入、高阶认知以及应对复杂环境的能力。这些特征共同构成了深度学习的独特内涵, 有助于学生在知识获取和问题解决等方面取得更好的效果。

2.3. 深度学习对学生的影响

深度学习对学生长期学习成果及个人发展的影响是深远的, 可以从以下几个方面分析并讨论。

2.3.1. 长期学习效果

(1) 知识理解与记忆:

深度学习鼓励学生主动探索和深入理解知识, 而非仅仅停留在表面记忆。这种学习方式使学生能够长期保持对知识的记忆, 并且在需要时能够迅速提取和应用。

(2) 批判性思维:

通过深度学习, 学生需要不断地分析、评估和反思所学知识, 这培养了他们的批判性思维能力。这种能力对于学生在未来的学习和生活中解决复杂问题至关重要。

(3) 跨学科整合:

深度学习鼓励学生将不同学科的知识进行整合, 形成综合性的解决方案。这种跨学科的学习模式有助于学生建立更加全面和系统的知识体系, 为未来的学习和职业发展打下坚实基础。

2.3.2. 个人发展

(1) 自主学习能力:

深度学习强调学生的自主性和主动性, 鼓励学生自主学习和探究。这种学习方式使学生逐渐培养了自主学习能力, 能够在未来的学习和生活中不断自我提升。

(2) 创新能力:

深度学习鼓励学生从不同的角度和层面思考问题, 提出创新的观点和解决方案。这种创新能力对于学生在未来的职业发展和社会竞争中具有重要意义。

(3) 终身学习态度:

通过深度学习, 学生不仅掌握了知识, 更培养了终身学习的态度和习惯。他们知道如何不断地学习新知识、掌握新技能, 以适应不断变化的社会环境。

2.3.3. 实践与情感发展

(1) 实践能力:

深度学习通常包括实践环节, 使学生能够将所学知识应用于实际问题中。这种实践机会有助于提升学生的动手能力和解决问题的能力。

(2) 情感与态度:

深度学习过程中的合作与交流有助于培养学生的团队合作精神和沟通能力。同时, 通过解决问题和克服困难, 学生还能够增强自信心和韧性。

综上所述, 深度学习对学生长期学习效果及个人发展的影响是多方面的。它不仅有助于学生在知识理解和记忆、批判性思维、跨学科整合等方面取得更好的学习效果, 还有助于培养学生的自主学习能力、创新能力、终身学习态度以及实践能力和情感态度。这些能力和素质对于学生未来的个人发展和职业成功具有重要意义。

3. 支架式教学的特征与类型

3.1. 支架式教学的概念特征

最开始, 人们逐渐将“支架”(脚手架)这一概念引用至心理学理论中, 后来, 布鲁纳将“支架”用于教育理论, 慢慢地“支架式教学”受到人们的关注, 随着建构主义理论热潮来袭, 许多教育教学研究者将支架式教学模式应用于教育教学改革, 许多学者开启了支架式教学与对话教学、同伴教学等其他教学模式结合的教学研究[4]。关于支架式教学的概念, 没有统一的定义, 可以理解为, 教师在这个过程中, 会为学生提供一些线索或提示, 让学生可以逐步攀升, 发现并解决学习中的问题, 最终掌握所要学习的知识。

支架式教学的特征主要体现在以下几个方面:

首先, 它以学生为中心, 鼓励学生以自己的方式对知识进行主动建构, 这与传统教学中教师作为知识的传授者和呈现者, 学生作为知识的被动接收者的模式形成鲜明对比。支架式教学重视学生的个体差异和潜能, 针对不同学生的需要和特点进行教学安排, 以提高学生的学习效果。

其次, 支架式教学具有前瞻性。教师基于学生的“最近发展区”理论, 了解学生的学习水平, 预测他们通过训练可能达到的水平, 并在学生需要帮助时给予恰当的指导, 灵活变化教学支架, 以提升学生的独立解决问题能力。

此外, 支架式教学还具有暂时性。随着学生能力的逐渐增强, 教师会逐渐减少支架的提供, 直到学生最终能够独立完成任务或掌握概念。

支架式教学还强调温暖性和兴趣性。教师在教学过程中适时鼓励和肯定学生, 使他们保持学习兴趣, 体验到成功的快乐。

互动性也是支架式教学的一个重要特征。它要求教师和学生共同合作完成教学任务, 通过提问、讨论等方式激发学生的思考和参与, 建立起对知识的认知。

最后, 支架式教学注重在教师的指导下, 学生进行自主学习。教师根据学生的最近发展区, 为学生提供必要但不过多的教学支架, 平衡教师的指导和学生的自主学习能力。

3.2. 支架式教学的类型框架

由于教学内容、学生特点等的不同, 国内外对支架类型并没有统一的分类标准, 本文将常用到的几种类型支架做一些说明如图 1 所示。

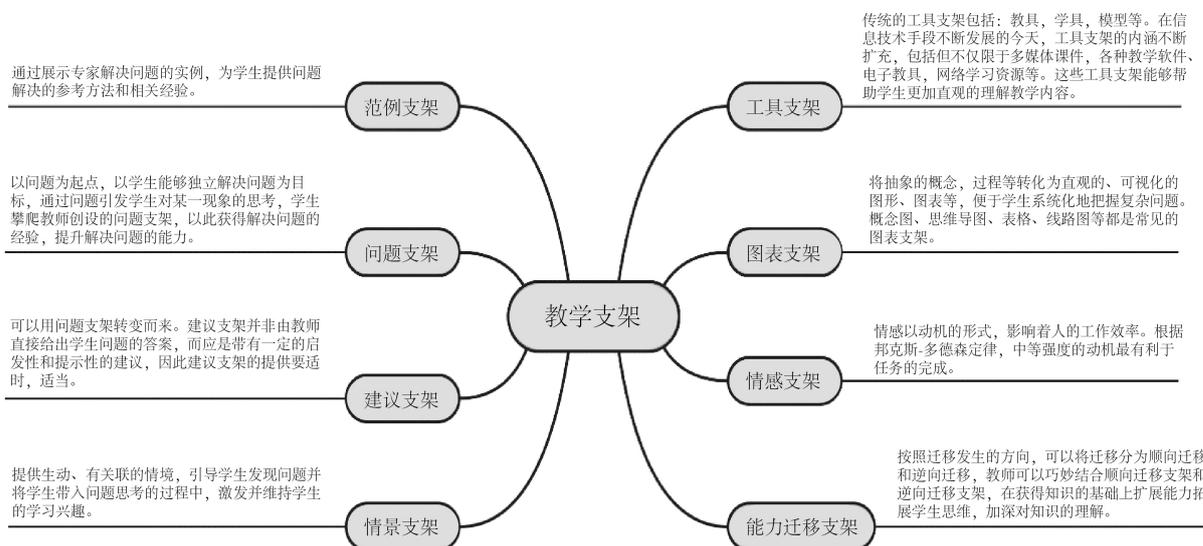


Figure 1. Types of teaching scaffolds
图 1. 教学支架的类型

4. 基于深度学习的支架式教学模式的实施路径

4.1. 设计思路

本节课选自 2019 年人教 A 版高中数学选修第一册第三章《圆锥曲线的方程》第一节第一个课时, 教学素材丰富, 可以很好地利用情景支架、问题支架、图表支架、工具支架等多个支架层层递进地进行教学设计[5], 结合本节课的教学内容设计教学思路如图 2 所示。



Figure 2. Steps to build a scaffold
图 2. 搭建支架的步骤

4.2. 搭建支架

4.2.1. 准备阶段

(1) 明确教学目标: ① 通过探究椭圆, 掌握椭圆的定义以及方程中 a , b , c 的几何意义, 会根据定义判断动点运动轨迹是否为椭圆, 提高学生动手操作、类比能力;

② 通过感受建立椭圆方程的基本过程, 会根据定义和待定系数法求椭圆的标准方程, 培养学生数学运算、数学抽象、逻辑推理等核心素养;

(2) 预评估: 根据教学目标, 设计几道简单题目测验学生, 测验时间安排在新课不久之前。

以“椭圆及其标准方程”为例, 设计了如下预评估试题:

满足 $a = 4, b = 1$, 焦点在 x 轴的椭圆的标准方程

满足 $a + b = 10, c = 2\sqrt{5}$ 的椭圆的标准方程

设计意图: 通过以上两道题的测试很容易检验出学生的预习情况。

4.2.2. 预热阶段

(1) 创设情境, 布疑激趣(情景支架, 问题支架)

教师活动: 视频演示水杯倾斜 45° 立于桌面不倒实验: 即在圆柱体的玻璃杯装半杯水, 适度倾斜立于桌面不倒, 组织学生观察水面的形状是怎么变化的呢?

学生活动: 从圆形变化成椭圆。

(2) 探究问题, 抽象概念(问题支架, 能力迁移支架)

教师活动: 我们知道圆的定义是: 平面上到定点的距离等于定长的点的集合叫圆, 那到两个定点距离之和等于定长的点的轨迹是什么?

学生活动: 对教师提出的问题进行猜测并回答。

4.2.3. 主体阶段

(1) 类比联系, 拓展新知(工具支架, 问题支架, 图表支架)

教师活动: 教师用几何画板演示准备好定长的细绳, 把细绳的两端拉开一段距离, 分别固定在图板的两点处, 套上铅笔, 拉紧绳子, 移动笔尖, 画出的轨迹是什么曲线?

学生活动: 学生动手实践并回答——椭圆。

教师活动: 继续提问, 如果该定长等于这两定点间的距离, 能得到什么曲线, 小于又能够得到什么曲线?

学生活动: 等于时能得到一条线段, 小于时不能形成图形。

教师活动: 那我们就可以得到椭圆的定义: 平面上到两个定点 F_1, F_2 的距离之和等于常数(大于 $|F_1F_2|$) 的点的轨迹叫做椭圆. 这两个定点 F_1, F_2 称为椭圆的焦点, 两焦点间距离称为椭圆的焦距, 焦距的一半称为半焦距. 既然知道椭圆的定义, 还需要研究什么, 类比我们以前所学圆的知识, 现在就应该去推导椭圆的标准方程了, 回顾一下以前用坐标法求动点轨迹的一般步骤是什么?

学生活动: 建系 - 设点 - 列式 - 化简。

小组讨论, 尝试推导椭圆的标准方程: 以 F_1F_2 所在直线为 x 轴, 线段 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴建立直角坐标系;

教师活动: (1) 建系: 在圆中, 最简单的圆的方程是以圆心为原点建系所得, 利用椭圆的对称性建系也能使得曲线方程更简洁, 如图 3 所示;

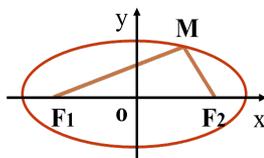


Figure 3. An image of an ellipse
图 3. 椭圆的图像

(2) 设点: 设 $P(x, y)$ 是椭圆上任意一点, $F_1F_2 = 2c$, 则有 $F_1(-c, 0)$

$F_2(c, 0)$; 椭圆上的点满足 $PF_1 + PF_2$ 为定值 $2a$, 且有 $2a > 2c$;

列式: 由椭圆定义可知动点 M 满足什么条件?

学生活动: $|MF_1| + |MF_2| = 2a$, 列式为 $\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$

教师活动: 最后一步化简, 如图 4

化为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$; 数学讲究对称性, 再通过设出 $b^2 = a^2 - c^2$ 的值, 得到椭圆的标准方程:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0);$$

$$\therefore \sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

移项, 再平方

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$\text{即: } a^2 - cx = a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

两边再平方, 得

$$a^4 - 2a^2cx + c^2x^2 = a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2$$

$$\text{整理得: } (a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

Figure 4. Derivation process of elliptic standard equation

图 4. 椭圆标准方程的推导过程

试想: 焦点在 y 轴上, 以 F_1F_2 所在直线为 y 轴, 线段 F_1F_2 的垂直平分线为 x 轴建立直角坐标系, 那此时椭圆的标准方程是怎样的呢? (组织学生自主化简探究)

学生活动: 通过上述计算可得 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 也是椭圆的标准方程;

(2) 例题讲解, 应用新知(问题支架, 范例支架)

教师活动: 下列方程哪些表示椭圆? 若是, 则判定其焦点在何轴? 并指明 a 、 b , 写出焦点坐标。(请学生上台演示)

$$(1) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 1; (2) 9x^2 - 25y^2 - 225 = 0; (3) \frac{x^2}{25} + y^2 = 1;$$

学生活动: (1) 不是; (2) 不是; (3) 是, 焦点在 x 轴上, $a = 5$, $b = 1$, $c = 2\sqrt{6}$; (学生黑板板演)

(3) 归纳概括, 优化新知(垂直学习支架)

1. 椭圆的定义: 在平面内, 与两定点 F_1 、 F_2 的距离的和等于常数(大于 $|F_1F_2|$) 的点的轨迹叫做椭圆。

(1) 常数 $> |F_1F_2|$ 时, 椭圆;

(2) 常数 $= |F_1F_2|$ 时, 线段;

常数 $< |F_1F_2|$ 时, 无轨迹。

2. 椭圆的标准方程:

焦点在 x 轴上: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$; 焦点在 y 轴上: $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 。

4.2.4. 评价阶段

(1) 教师评价

① 评价方式多元化: 教师应该注重学生的心理发展, 不能单单采用考试的方式去评价学生, 这种一刀切的方式会伤害学生的学习积极性。

② 注重形成性评价：在教学过程中，采用提问或者练习题的方式，能够快速反应学生对当前学习的理解或掌握情况。

(2) 学生自评

① 学生自我评价是促进深度学习的有效途径：学生在自我评价时，可以根据自己对数学概念或定理的理解程度、小组讨论活动的参与度和应用知识解决问题的状况等方面，判断自己是否达到了本节课学习目标的要求，如果学生达到学习目标的要求，会提升学生的自我效能感，如果学生未能达到目标的要求，可以及时发现自己存在的问题与不足，在教师的引导下“对症下药”，进而帮助学生调整学习的方法，培养学生的元认知能力，促进深度学习[2]。

② 学生自我评价能帮助教师全面了解学生：学生自我评价体现学生的自我意识，学生哪里理解的充分，哪里没有掌握都可以主动的表达出来，能够充分反映出学生在学习过程中的内部发展情况，可以使教师获取更多的反馈，全面了解学生的学习状况，同时对自己此前针对学生做出的评价进行再认识，从而更好地进行教学活动，促进学生深度学习。

5. 总结

支架式教学在深度学习中具有多重具体作用，这些作用共同促进了学生对知识的深入理解和应用能力的提升。

首先，支架式教学为深度学习提供了有效的学习路径。支架式教学通过搭建适合学生认知水平的概念框架，帮助学生逐步理解并掌握新知识。这一过程中，学生不仅获得了知识本身，还学会了如何学习，为深度学习奠定了坚实的基础。

其次，支架式教学能够增强学生的主动学习意识。在支架式教学中，教师引导学生主动探索、发现和学习，使学生在过程中逐渐增强学习主动性。这种主动学习的方式有助于学生在深度学习中更加深入地思考和探索问题，提升学习效果。

此外，支架式教学有助于提升学生的问题解决能力。支架式教学强调对学生知识结构和技能运用的建构和分解，帮助学生理解和掌握所学知识和技能。在深度学习过程中，学生需要运用这些知识和技能解决实际问题，因此支架式教学为学生提供了有效的工具和方法。

最后，支架式教学能够促进学生的知识迁移和思维深化。深度学习的特征之一是知识的迁移性，即学生能够将所学知识应用到新的情境中。支架式教学通过引导学生对知识进行深入理解和应用，帮助学生形成知识之间的联系，从而提高学生的知识迁移能力。同时，支架式教学还注重培养学生的思维深刻性，使学生在深度学习中能够更深入地思考和解决问题。

综上所述，支架式教学在深度学习中具有多方面的积极作用，包括提供学习路径、增强主动学习意识、提升问题解决能力以及促进知识迁移和思维深化等。这些作用共同推动了深度学习在高中数学教学中的有效实施。

参考文献

- [1] 冯文楨. 高中数学支架式教学模式的构建与实践——以“数列的概念”为例[J]. 福建基础教育研究, 2024(1): 58-62.
- [2] 张开松. 基于学生深度学习提升的高中数学教学模式探究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 济南大学, 2020.
- [3] 徐科. “深度学习”理念下高中数学教学模式初探[J]. 中学数学, 2023(15): 91-92.
- [4] 曹越. 基于支架式教学的高中数学翻转课堂教学研究[D]: [硕士学位论文]. 大连: 辽宁师范大学, 2023.
- [5] 袁美玉, 房维维. 支架式教学在高中数学教学中的应用——以人教A版“正态分布”为例[J]. 中学数学, 2023(21): 19-20+28.