Creative Education Studies 创新教育研究, 2024, 12(10), 191-198
Published Online October 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2024.1210697

基于OBE理念与问题驱动式的《高等数学》微分中值定理教学设计

李昊然，方晓峰，王　静

火箭军工程大学基础部，陕西　西安

收稿日期：2024年8月29日；录用日期：2024年10月7日；发布日期：2024年10月18日

摘　要

文章旨在探讨如何将基于成果的教育(Outcome-Based Education, OBE)理念与问题驱动式学习(Problem-Based Learning, PBL)方法融入《高等数学》微分中值定理的教学设计中。通过明确学习成果、设计贴近实际的问题情境、采用多样化的教学方法与活动，以及实施全面的评估与反馈机制，旨在提升学生对微分中值定理的深刻理解与灵活应用能力，同时培养其批判性思维、团队合作和解决问题的能力，进而实现教学效果的显著提升。

关键词

OBE理念，问题驱动式学习，高等数学，微分中值定理，教学设计

Teaching Design of Differential Mean Value Theorem in Advanced Mathematics Based on OBE Concept and Problem-Driven Learning

Haoran Li, Xiaofeng Fang, Jing Wang

Department of Foundation, Rocket Force Engineering University, Xi'an Shaanxi

Received: Aug. 29th, 2024; accepted: Oct. 7th, 2024; published: Oct. 18th, 2024

Abstract

This paper aims to explore how to integrate the Outcome-Based Education (OBE) concept and Problem-Based Learning (PBL) method into the teaching design of the Differential Mean Value Theorem

文章引用: 李昊然, 方晓峰, 王静. 基于 OBE 理念与问题驱动式的《高等数学》微分中值定理教学设计[J]. 创新教育研究, 2024, 12(10): 191-198. DOI: 10.12677/ces.2024.1210697

in Advanced Mathematics. By clarifying learning outcomes, designing practical problem situations, adopting diversified teaching methods and activities, and implementing a comprehensive evaluation and feedback mechanism, the paper aims to enhance students' profound understanding and flexible application of the Differential Mean Value Theorem, while cultivating their critical thinking, teamwork, and problem-solving abilities, thereby achieving a significant improvement in teaching effectiveness.

Keywords

OBE Concept, Problem-Based Learning, Advanced Mathematics, Differential Mean Value Theorem, Teaching Design

1. 引言

《高等数学》作为理工科各专业学生的基础必修课程，对培养学生抽象思维、逻辑思维以及利用数学知识解决实际问题的能力具有重要作用。但传统大学数学教学存在教学模式缺乏创新性、教学内容经典缺乏特色、教学过程重知识传授，轻学习构建、教学资源和评价模式单一等问题与新时代背景下数学素养需求不相适应。

在高等数学教学中，微分中值定理是连接函数与其导数性质的重要桥梁，对学生理解函数的局部与整体性态至关重要。然而，传统的教学方法往往侧重于定理的证明和计算，忽视了学生在实际应用中的能力培养。近年来，一些学者开始探讨将 OBE 理念和 PBL 方法应用于高等数学教学中，以期提高学生的学习效果和实际应用能力[1] [2]。本研究在此基础上，进一步将这两种教学方法融合到微分中值定理的教学设计中，以期实现教学效果的显著提升。

2. OBE 理念与 PBL 方法概述

2.1. OBE 理念

OBE (Outcome based Education, OBE)教育理念，又称为成果导向教育、能力导向教育、目标导向教育或需求导向教育。OBE 教育理念是 20 世纪 80 年代在北美首先发展起来，随后得到教育学界的高度重视和普遍认同，美国学者 Spady 在《以结果为基础的教育：重要的争议和答案》一书中曾对其定义及组成元素进行了清晰描绘[3]。OBE 理念是一种以学生为中心、以成果为目标导向的先进教育理念。这意味着教育活动开始之前教师就应该对学生能够获得的预期学习结果有清晰的构想，在后续设计课程、组织教学和实施评价中确保这个学习结果得以实现。相对于传统教学，该模式在教学目标、教学内容、教学过程和教学评价等方面具有如下特点[4]：

① 在教学目标上要求教师明确学生完成教育后应达到的能力和成果，并以此为基础开展教学。

② 在教学内容上聚焦学生学习成果，采用反向设计的原则构建教学内容，确保所有的教学活动都能指向学习成果的实现。

③ 在教学过程上更加注重以学生为中心，相对于传统教学中“教师怎么教”转向为“学生怎么学”，采用多样化的教学方法，激发学生学习兴趣和学习积极性。

④ 在教学评价上注重过程性、多元性评价，关注学生在学习过程中的表现和发展。将评价焦点放在学生的“能力指标”上，通过多元性评价确保学生达成预期学习目标。

2.2. PBL 方法

问题驱动式教学方法(Problem-Based Learning, PBL)是一种以学生为主体、以专业领域内的各种问题为核心的教学方法。它强调通过教师提前设计的问题为牵引启发学生开展自主探究，通过师生互动加深学生对知识的了解，激发学生学习的兴趣和主动性，从而培养学生自主学习能力、创新能力、发现问题和解决问题的能力。

问题驱动式教学模式可追溯到古希腊时期苏格拉底的“问答法”[5]，即通过提问和回答的方式引导学生思考。18 世纪法国教育家卢俊提出重视学生通过解决问题来发现学问的思想，19 世纪末美国教育家杜威提出了“思维五步法”为问题驱动式教学提供了心理学基础，到 1969 年，神经生物学家 Barrows 将问题驱动法引入医学教育，此后该法取得了丰富的研究成果并得到广泛应用，涌现出大量成功的教学案例。

在我国古代教育中也早已蕴含了 PBL 的思想，例如孔子提出“不愤不启、不悱不发”的教育理念是我国最早以问题为导向的教育方法。近代教育家陶行知也曾说“教育就是培养有思考有能力的建设的人”。随着教育技术的不断发展和教学资源的日益完善，PBL 在我国也开始受到广泛关注并应用到基础教育、职业教育和高等教育的各个学科，例如朱少民的“软件测试课程的问题驱动教学模式探索”[6]、陈立梅的“基于问题驱动式教学的电子商务实践应用探索”[7]等。

3. 学情分析与教学目标

3.1. 学情分析

通过前面课程的学习，学生已经掌握了函数的极限以及导数的概念和计算方法，这为学习微分中值定理提供了必要的数学知识。大多数学生具备了一定的数学思想和逻辑推理能力，能够理解和运用数学概念。但本节课理论性和应用性较强，部分学生在面对实际问题时，缺乏运用数学知识进行建模和解决的能力。

为确保教学效果，开课前对授课对象进行了调查研究，结果显示学生生源上呈现多元化，在知识基础、学习能力等方面均存在一定的差异(见图 1)；大部分学生的数学学习兴趣较为浓厚(见图 2)，但在学习过程中仍然面临一些困难(见图 3)，主要表现在学生普遍认为高等数学课程抽象难懂，学习动力不足等；同时授课对象处于大一转变阶段，更偏向于中学时期的灌输式听讲，习惯刷题式学习，存在重技巧轻思维，重做题轻概念等问题。

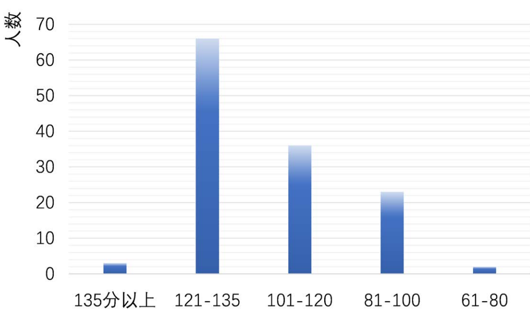

Figure 1. Mathematics score distribution map of the college entrance examination
图 1. 高考数学成绩分布图

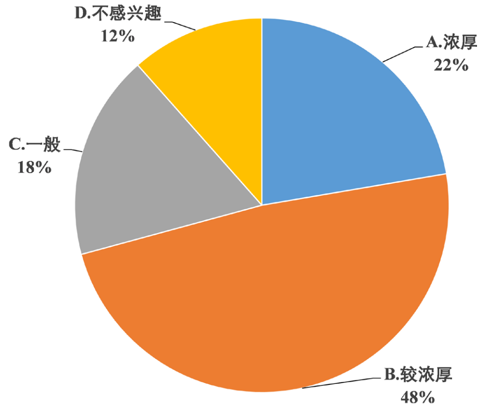

Figure 2. Survey of interest in course learning
图 2. 课程学习兴趣调查

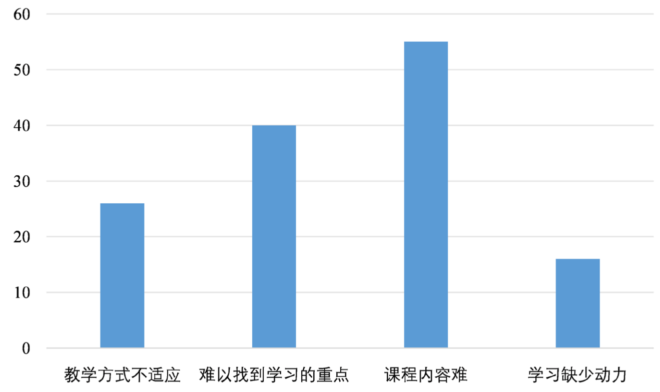

Figure 3. There are mainly difficulties in learning
图 3. 学习主要存在困难

3.2. 教学目标

- **知识目标**：理解并能准确表述罗尔定理、拉格朗日中值定理的内容。
- **技能目标**：能够运用微分中值定理解决函数极值、不等式证明等问题。
- **态度与价值观**：培养严谨的数学思维，增强解决问题的兴趣与信心。

3.3. 教学重难点

- **重点**：微分中值定理的证明及应用。
- **难点**：逆向分析法构造辅助函数。

4. 教学设计

4.1. 课前准备

- 教师发布预习材料，包括微分中值定理的基本概念、历史背景和应用实例等。
- 学生预习并尝试总结微分中值定理的核心内容。
- **发布课前自主学习任务**：

任何一个定理知识的形成，都与其相关产生的背景或先验知识有关。为了研究导数应用的理论基础，仍然回到研究导数概念的两个基本问题中去：直线运动的瞬时速度、曲线的斜率。

问题一：某物体变速直线运动，位移函数为$s(t)$，速度函数为$v(t)$，请分析$[a,b]$上平均速度和瞬时速度的联系。

问题二：平面坐标系中有一条连续、且除端点外其他点均有切线的曲线弧，其方程为$f(x)(a \le x \le b)$，请分析两端点连线的弦的斜率和切线斜率的联系。

问题三：通过对以上两个问题的探讨会有什么发现呢？共性是什么？

4.2. 课中教学

- **确定学习成果：**通过本节课学习，学生能复述罗尔定理和拉格朗日中值定理并掌握及其几何意义；能说明罗尔定理与拉格朗日中值定理的区别与联系；会用逆向分析法构造辅助函数；会用中值定理证明恒等式、不等式等有关命题；能掌握相关的重要数学思想和数学方法。
- **设计问题情境**

问题四：“高速公路罚单是否合理？”这部分通过播放视频，图形演示等方法，调动学生的好奇心和学习积极性。从具体实例出发，借助于导数的物理背景，由“已知”探求“未知”，结合几何图示，启发学生用数学语言描述几何直观，锻炼学生的归纳总结能力，从而得到拉格朗日中值定理的结论，使学生对拉格朗日中值定理内容有直观的把握。

问题五：“若问题一中物体在时刻$t=b$和$t=a$的位置相同，问题二中曲线弧的两端点高度相等，请分析平均速度和瞬时速度、弦的斜率和切线斜率的联系”。引导学生推导出当端点处的函数值相等，即$f(a)=f(b)$时，得到罗尔定理。

问题六：“罗尔定理的条件可以减弱吗？”引导学生观察图4中三条曲线，每一条曲线都不满足罗尔定理三个条件中的某个条件，引导学生找出不满足的条件，并从几何直观上观察出三条曲线均无法得到罗尔定理的结论。通过一组特殊曲线的分析，促进学生之间的讨论，最终得出结论：罗尔定理三个条件不全具备，结论可能不成立。

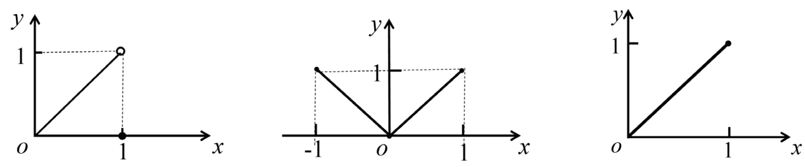

Figure 4. Any situation that does not satisfy Rolle’s theorem
图 4. 不满足罗尔定理的各种情况

问题七：“罗尔定理的条件是充要条件吗？”基于雨课堂设计问题，雨课堂：“函数$y=f(x)$在$[a,b]$上可导，且$\exists\,\xi \in (a,b)$，$f'(\xi)=0$，则$f(a)=f(b)$。正确请说明理由，错误请举出反例。”学生通过分组讨论后，从几何图像(见图5)中可以得出以上命题错误，也说明了罗尔定理的第三个条件是充分非必要的。同理引导学生思考前两个条件是否也是充分非必要的。

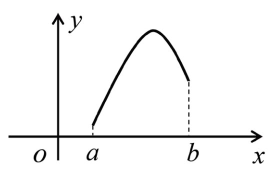

Figure 5. A counterexample image
图 5. 一个反例图像

问题八：“拉格朗日中值定理证明中的辅助条件是否唯一？”学生通过几何分析发现辅助函数 $F(x)=f(x)-\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}x$ 为曲线 $y=f(x)$ 与过原点的直线 $y=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}x$ 的纵坐标之差，启发学生得到任意一条与割线 AB 平行的直线与曲线 $y=f(x)$ 结合都可作为辅助函数，即辅助函数的构造是不唯一的并且有无穷多种(见图 6)。教师从两个角度出发证明了拉格朗日中值定理，一种是代数分析的角度，一种是几何直观的角度，面对一个问题从不同的角度考虑，往往是培养学生发散思维的有效方法。此时教师可以融入思政元素介绍著名数学家拉格朗日的生平，激发学习学习积极性。

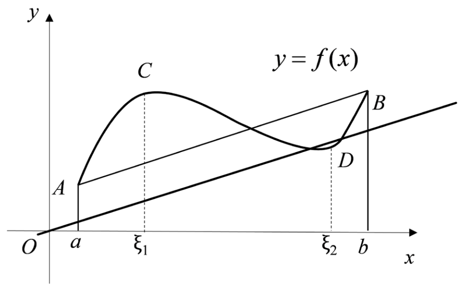

Figure 6. Construxtion of auxiliary functions
图 6. 辅助函数的构造

问题九：“拉格朗日中值定理与罗尔定理有怎样的区别与联系？”拉格朗日中值定理与罗尔定理在表述上具有一定的相似性，这往往导致学生在学习过程中产生混淆。通过问题九，使学生主动思考归纳总结出两个定理之间区别与联系。不仅有利于帮助学生掌握知识，也有利于学生进一步理解中值定理，加深对新学知识的印象。

问题十：“拉格朗日中值定理的几何意义和物理意义分别是什么？”鼓励学生不仅从几何视角审视定理，还要进一步从变化率角度理解定理，与课前导学的前三个问题形成了紧密呼应。从几何与物理两个维度全面剖析拉格朗日中值定理，再过渡到函数值增量与自变量增量之间关系，加深学生对抽象概念的掌握。

问题十一：“两个增量公式 $\Delta y=f'(x_0+\theta\Delta x)\Delta x\ \ (0<\theta<1)$ 与 $\Delta y\approx \mathrm{d}y=f'(x_0)\Delta x$ 有什么联系与区别？”两个增量公式类似，很多学生容易混淆概念，学生不太容易能准确说出它们的区别与联系，需要建立在学生对拉格朗日中值定理与函数的微分概念的理解之上。学生需要掌握 $\Delta y\approx \mathrm{d}y=f'(x_0)\Delta x$ 表示函数值增量与已知点处导数和自变量增量之间的近似关系，并且要求自变量增量 Δx 很小。而 $\Delta y=f'(x_0+\theta\Delta x)\Delta x\ \ (0<\theta<1)$ 表示函数值增量与一点处导数和自变量增量之间的精确关系，但是公式中的 θ 只是它的存在性无法确定具体的值。

问题十二：“既然无法确定 θ 的值，公式有什么意义呢”教师和学生一起探讨积分学中一个很重要的结论。推论：“若函数 $f(x)$ 在区间 I 上连续，在区间 I 内可导，且满足 $f'(x)\equiv 0$，则 $f(x)$ 在 I 上必为常数。”通过上述推论，使学生明白虽然无法确定 θ 的确切值，但如果知道函数在区间上的整体性质仍然可以运用有限增量公式解决问题，帮助学生进一步深刻理解拉格朗日中值定理。

问题十三：“在拉格朗日中值定理中，将曲线用参数方程表示，会出现什么结论？”该问题为本节课中最后的思考题，一方面帮助学生复习本节课知识，另一方面为下节课柯西中值定理做好铺垫。

- **教学方法与活动：**

问题驱动法：以问题为导向，引导学生主动思考、积极探索，通过解决问题来掌握知识和技能。通过提前设计的问题链条，从易到难，层层递进，逐步引导学生深入理解和掌握微分中值定理。

启发式讲授法：采用启发式讲授方式，通过提问、引导、讨论等方式，激发学生的学习兴趣和求知欲。鼓励学生积极参与课堂讨论，并在思维碰撞中培养批判性思维与创新意识。

多媒体辅助教学法：利用多媒体教学手段，如 PPT、雨课堂、教学视频等，直观展示微分中值定理的几何意义和应用实例，使抽象的数学概念变得生动具体，易于学生吸收与内化。

4.3. 课后延伸

- 学生撰写学习日志，反思学习过程中的收获和挑战。
- 教师提供或学生自行查找实例，鼓励学生进行课外拓展学习，如阅读相关文献等，提高学生数学素养和应用能力。
- 布置课后作业和练习题，巩固学生所学知识和技能，强化教学重点。
- 安排下次课的预习任务，为新知识的学习做准备。

5. 评估与反馈

- **过程评价：**评估学生在小组讨论中的活跃度、协作表现及解决策略的运用，特别强调对核心教学内容的理解与掌握(见图 7)。

Figure 7. Classroom activity analysis
图 7. 课堂活跃度分析

- **成果展示：**每组提交一份报告或进行口头汇报，展示问题解决方案及定理应用分析。
- **自我反思：**要求学生撰写学习日志，反思学习过程中的收获、挑战及改进措施，尤其关注对教学重点的领悟程度。
- **同伴评价：**促进学生间的相互审阅与反馈，以增强学习互动与成长，同时留意同伴如何理解和应用教学重点。

6. 结论

通过将 OBE 理念与 PBL 方法融入《高等数学》微分中值定理的教学设计中，不仅能够有效提升学生对定理的深刻理解与灵活应用能力，还能激发其探索精神与创新意识。此教学设计强调理论与实践的结合，鼓励学生在解决实际问题的过程中体验到数学的魅力与价值，为其后续的学习与职业生涯奠定坚实的基础。

致　谢

本篇论文的完成离不开教学团队的帮助和支持。在此，向所有提供帮助的老师表示衷心感谢。

基金项目

陕西省高等教育教学改革项目：智慧环境下“谱数双驱”的精准教学模式设计与实践(项目编号：23BY211)；

火箭军工程大学教育教学研究重点课题：基于大概念的高等数学课程知识图谱的构建研究与实践(项目编号：HJJKT-A2024008)。

参考文献

[1] 陈溟. 基于 OBE 理念的高等数学教学改革与探索[J]. 科技风, 2024(19): 108-110.

[2] 代丽芳, 梁茂林, 高忠社. 基于问题驱动教学模式的高等数学教学方法研究[J]. 科教文汇, 2023(9): 63-65.

[3] 姜波. OBE: 以结果为基础的教育[J]. 外国教育研究, 2003(3): 35-37.

[4] 王金旭, 朱正伟, 李茂国. 成果导向: 从认证理念到教学模式[J]. 中国大学教学, 2017(6): 77-82.

[5] 滕吉红, 黄晓英, 袁博. 问题驱动式教学模式在高等数学教学中的探索[J]. 高等教育研究学报, 2012, 35(4): 89-90.

[6] 朱少民. 软件测试课程的问题驱动教学模式探索[J]. 中国大学教学, 2018(10): 32-36.

[7] 陈立梅, 王露露, 杨子婧. 基于问题驱动式教学的电子商务实践应用探索[J]. 物流工程与管理, 2017, 39(7): 210-212.