

基于Matlab应力状态分析的教学实践

崔凯¹, 阮江涛², 肖霞^{2*}

¹天津工业大学机械工程学院, 天津

²天津工业大学航空航天学院, 天津

收稿日期: 2024年8月15日; 录用日期: 2024年10月9日; 发布日期: 2024年10月22日

摘要

文章基于Matlab GUI编程开发出应力状态分析平台, 并引入力学类课程课堂教学中, 通过交互方式, 将抽象的单元体模型和复杂繁琐的公式计算以图形直观动态表达出来。实践表明, 该平台解决了学生学习过程中的易错点和难点, 提高了教师课堂讲授和学生学习的效率; 同时, 通过实践大作业的方式, 帮助学生提升编程能力和计算机应用水平, 锻炼和培养学生动手和创新能力, 从而更好地达到复合型工科人才的需求。

关键词

材料力学, 应力状态, Matlab, 图形可视化, 教学实践

Teaching Practice of Stress State Based on Matlab GUI

Kai Cui¹, Jiangtao Ruan², Xia Xiao^{2*}

¹School of Mechanical Engineering, Tiangong University, Tianjin

²School of Aeronautics and Astronautics, Tiangong University, Tianjin

Received: Aug. 15th, 2024; accepted: Oct. 9th, 2024; published: Oct. 22nd, 2024

Abstract

Based on Matlab GUI programming, an interactional software platform for analyzing plane-stress state is developed. By applying it through the teaching practices of mechanics courses, abstract conceptions of elements and complex mechanical formula are displayed and illustrated by graphical visualization through the teaching practices of mechanics courses. It shows that the platform can help the

*通讯作者。

students understand the difficult knowledge and reduce the error-prone problems, and improves the efficiency of classroom teaching and student learning. At the same time, through the practice assignments, students' programming ability is improved and their creative ability is also inspired, so as to meet the needs of composite engineering talents better.

Keywords

Material Mechanics, Stress State, Matlab, Graphical Visualization, Teaching Practice

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 前言

随着高等教育的改革和发展,教育部推进了高等教育质量工程,开展了工程教育专业认证。工程教育专业认证是国际通行的工程教育质量保障制度,是实现工程教育国际互认和工程师资格国际互认的重要基础,其为工程师的交流、互认提供了条件,也为中国科技人才、中国工程建设、中国制造走向世界提供了新的契机。工程教育专业认证的核心是以学生为本、基于学生学习结果的评估,着重于教育过程中以及学生毕业后的学习结果,包括知识、能力、品德等各项素质结果[1][2]。因此,在力学课程的教学活动中,需要关注全体学生的综合素质,需要关注学生理论知识的学习、理论知识与实践实验操作相结合的教育,以及将理论知识在实际工程中的应用。

力学课程作为学科基础课,在工程类学科中具有承上启下的作用,需要学生具备高等数学、大学物理等前期课程基础,同时也为学生后续专业课程的学习奠定坚实基础。因此,力学课程的学习在工程教育专业认证和国际通行工程师培养中承担着举足轻重的角色。《材料力学》课程教学的主要任务是为工程构件设计的安全性和经济性提供必要的理论基础和计算方法[3][4],构件安全性包括强度、刚度和稳定性,应力状态分析是工程构件安全性的重要评价手段[5][6]。通过应力状态分析,可以了解结构在不同载荷条件下的响应,从而预测构件强度、防止构件失效、确保结构安全,基于应力状态分析也可以对结构设计进行改进,提高结构的性能和寿命[7][8]。可见,应力状态分析对于确保工程结构的安全性和可靠性至关重要。

在力学类课程教学中,应力状态分析的学习是难点之一,本章节涉及危险截面和危险点的确定,以及主单元体的最大应力及其所在截面方位的数学推导过程。教学中发现,大多数学生对较为抽象的应力状态和单元体的概念感到困惑;同时,在习题作业中通过繁琐的数学计算却无法得出正确的结果,导致了学生学习兴趣下降。为解决教学中难点和遇到的问题,研究者们从不同角度进行教学改革和实践,探讨了不同教学方法对学生知识点的掌握和学习效率的提高。许杨剑等[9]利用 Excel 中的 VBA 语言围绕应力状态这一知识点进行材料力学教学中的编程实践,制作交互式的动画,让抽象的概念和枯燥的理论知识变得形象和生动化;探讨如何利用该画帮助学生更易理解应力状态分析这一知识难点,并且展示其在实际工程问题中的应用。马驰骋等[10]将材料力学理论与线性代数课程进行交叉教学,以应力分析章节为具体依托,将主应力的方位联系线性代数中的特征值和特征向量,并利用线性代数中的坐标变换解释了任意方向上的应力计算。有效地提高学生的学习兴趣,锻炼了学生利用材料力学和线性代数解决工程问题的能力。弓满锋等[11]利用 VB 技术开发出可实现应力单元体中平面应力状态分析的软件,增强了学生学好力学知识的信心和提高了学习兴趣。

为使学生从复杂的代数运算和三角函数计算中摆脱出来，计算机代数系统如 Matlab、Maple、Mathematica 等广泛应用于力学教学中，通过计算机语言编制程序来解决繁琐的计算问题[12][13]。其中，Matlab 是一种工程上非常高效的数值计算软件，它不仅具有强大的数值运算功能；同时，也有图形用户界面开发环境(即 Graphical User Interface，称为 GUI)。通过 GUI 用户可与 Matlab 以交互方式，由键盘和鼠标对图形进行操作，能够直观对问题实现求解，且能对结果进行动态显示。

本文正是基于 Matlab GUI 编程简单、界面友好等特点，开发出应力状态分析教学实践平台。学生借助平台易于理解正应力切应力方向和方位角符号的规定，掌握主应力求解和主单元体画法，使学生能完成应力状态的正确分析，降低了学生对应力状态分析的学习难度，激发了学生学习兴趣，从而提高课堂教学效果。同时，通过将高效且简单的 Matlab 数值计算软件与抽象的力学理论知识相结合应用，不仅帮助学生深入理解抽象的理论，也提升了学生的计算机应用和编程能力。

2. 应力状态分析理论

根据《材料力学》课程知识可知，当取出危险截面上的危险点单元体后，点的应力状态分析通常采用两种方法：解析法和图解法。

图 1(a) 是一点平面应力状态，其中 σ_x , σ_y 和 τ_{xy} 为已知量，分别表示法线为 x 方向截面上的正应力 σ_x 、法线为 y 方向截面上的正应力 σ_y 、法线为 x 方向的截面上且指向 y 方向的切应力 τ_{xy} 。由截面法可求得任意斜截面 ef 上的正应力 σ_α 和切应力 τ_α ，见图 1(b) 所示。解析法是通过力的平衡关系推导出如下任意方向斜截面上的应力表达式。其计算公式为：

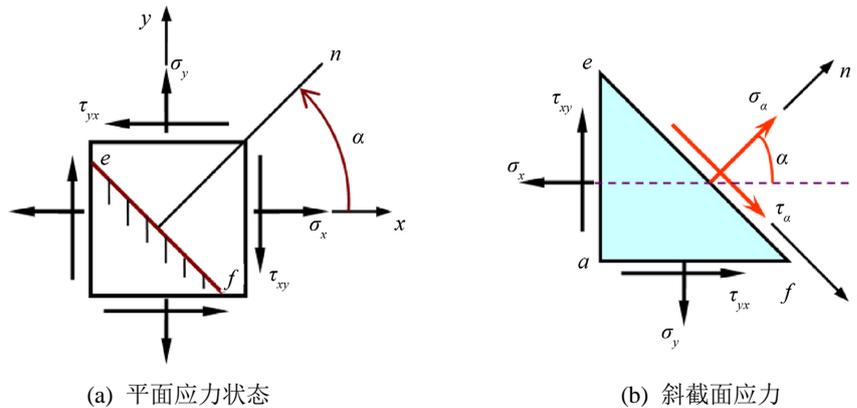


Figure 1. Stress state of a point and oblique section stress solution
图 1. 某点应力状态及斜截面应力求解

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \tag{1}$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \tag{2}$$

其中， α 为任意斜截面 ef 的倾角，即斜截面法线相对横截面倾斜的夹角，如图 1 中所示。

对于平面应力状态，极值应力即为主应力，由(3)式求得：

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \end{cases} \tag{3}$$

求出 σ_{\max} 和 σ_{\min} 与 0 比较, 确定三个主应力 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 的大小即 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 。对应的主方向关系式为:

$$\tan 2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (4)$$

由三角函数关系可求出 α_{01} 、 α_{02} , 得到主单元体, 到底是哪个角度对应的平面上的正应力为 σ_{\max} , 有下列四种方法:

① 代入正应力公式即知。

② 若 $\sigma_x \geq \sigma_y$, 则截面法线与 x 轴正向夹角绝对值较小的主平面上的主应力大; 若 $\sigma_x < \sigma_y$, 则截面法线与 y 轴正向夹角绝对值较小的主平面上的主应力大[1]。

③ σ_{\max} 在切应力相对的象限内。

④ σ_{\max} 的方位也可由下式确定[2]:

$$\alpha = \arctan\left(-\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{\min}}\right) = \arctan\left(-\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{\max} - \sigma_y}\right) \quad (5)$$

最大切应力 τ_{\max} 可由下式确定:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (6)$$

为避开解析法复杂的代数和三角函数运算, 在工程上通常采用较为直观的图解法即应力圆法。由(1)、(2)式消去角度 α , 可得

$$\left(\sigma_\alpha - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_\alpha^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \quad (7)$$

上式即表示为 σ_α 、 τ_α 以为坐标轴的应力圆, 其与单元体之间对应的关系为:

① 应力圆上点的坐标对应于斜截面上的应力 σ_α 和 τ_α 。

② 任意斜截面的法线转过 α 角, 对应应力圆从基准点同方向转 2α 角。

基于(1)~(7)式, 便可实现对平面应力状态的解析法和图解法的分析, 开发出应力状态分析程序。

3. 基于 Matlab GUI 应力状态平台实现及应用

3.1. 应力状态分析平台设计

采用 Matlab GUI 编程设计出应力状态分析平台, 使学生注重模型的建立和抽象概念的理解, 而抛除繁琐的数学求解过程, 其流程图如图 2 所示。

本平台针对平面应力状态分析, 输入参数包括正应力 σ_x 和 σ_y , 以及切应力 τ_{xy} , 如图 3 所示平台开发界面参数输入区域中的文本框控件。完成参数输入后, 点击“画单元体”按钮即可以图形方式绘制出单元体, 可以直观使学生自行判断正应力和切应力符号的正确性, 能够加深和巩固学生对应力符号的规定。点击“画应力圆”按钮, 可以画出该单元体的应力圆。其中, 对应横截面和纵向截面上应力坐标点在图中以圆圈显示, 并以 x 、 y 表示; 同时, 在结果显示区域求解出三个主应力和最大切应力的大小, 以及主平面的方向, 并绘制出主单元体。

在图 3 界面中, 若输入斜截面的角度, 则平台可实现对任意斜截面的计算, 结果以文本形式和图形方式相结合显示, 以红色方格标出斜截面对应的应力坐标点。斜截面角度发生变化时, 能看到红色方格随之变化, 由图形的动态显示, 学生能观察到单元体斜截面的方位与应力圆对应的应力坐标点之间的关

系，以动释义，使学生易于掌握抽象的概念。

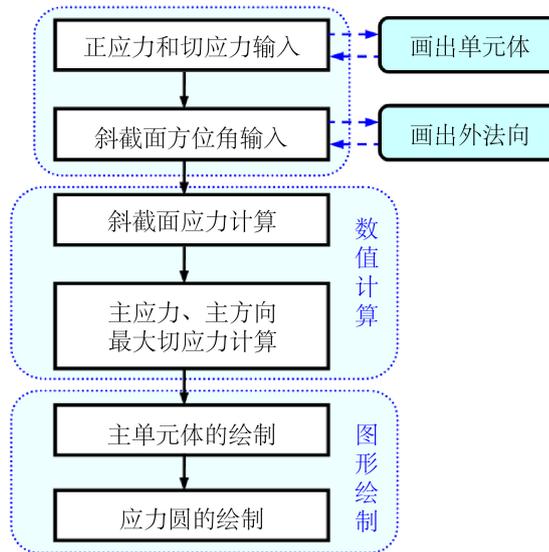


Figure 2. Flow chart of stress state analysis
图 2. 应力状态分析流程图

完成应力状态分析后，平台建立了 Matlab 和 Word 字处理软件的链接，生成一份该单元体应力分析的计算报告，使学生掌握这类问题的解题规范，有助于作业的规范化，以及课程学习的考核。

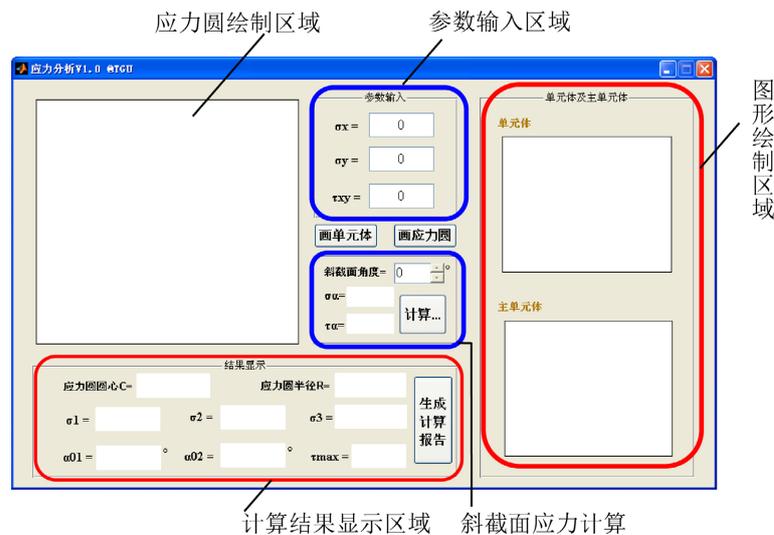


Figure 3. Interface of stress state analysis platform
图 3. 应力状态分析平台开发界面

3.2. 典型例题分析

例题：平面应力状态的单元体各面上的应力如图 4 所示，试确定主应力大小及主平面的方位。(教材 [4] p. 283 例 13.2)

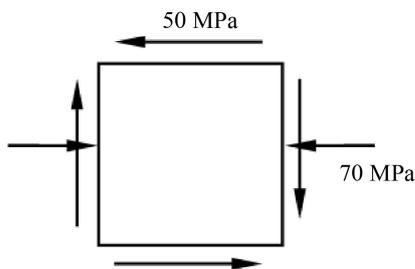


Figure 4. An example of stress state analysis
图 4. 应力状态分析例题

在平台上操作过程如下：① 输入参数，如图 5(a)；② 点击“画单元体”按钮，显示单元体的图形，检查参数的正负号和大小是否输入正确，如图 5(b)；③ 点击“画应力圆”按钮，画出应力圆和主单元体，并给出了三个主应力的大小，分别见图 5(c)~(e)所示。由图 5(c)可以看出，第一主应力 σ_1 方向即 σ_{max} 在切应力相对的第四象限内，与 x 轴正方向顺时针旋转 62.5° 。④ 点击“生成计算报告”按钮，输出一份例题详细解答过程的 Word 文档。

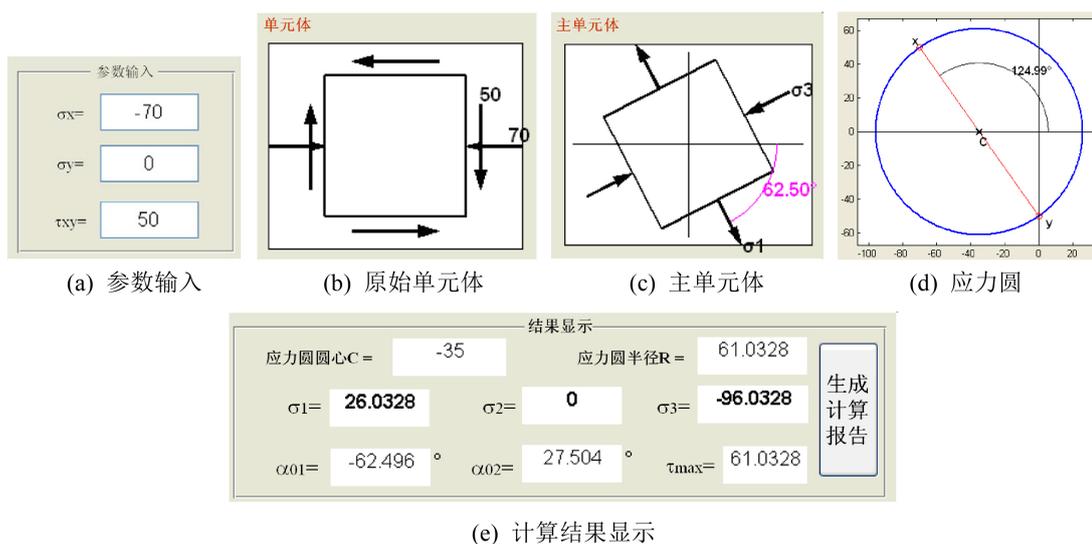


Figure 5. Analysis results of the example
图 5. 典型例题分析结果

4. 结论

工程教育专业认证对基础力学课程的教学提出了新的要求，促使课程与时俱进地进行符合标准和满足要求的教学改革，本文围绕应力状态这一知识点的学习难点和相应对策进行了分析和探究，重点总结如下：

1) 基于 Matlab GUI 编程以图形方式显示，易于学生自行判断应力符号的正负。而图形动态变化，使学生能够直观理解抽象概念，课堂中学生主动积极学习的气氛浓厚。同时，部分学生提出围绕材料力学课程中其它章节内容也开展交互式平台教学，比如，不同外载条件下杆件发生的不同变形、危险截面应力分布的动态展示等。可见此项教学改革实践调动了学生的学习积极性。

2) 应力状态分析平台建立，学生可以从繁琐复杂的数学计算推导过程中解脱出来，侧重于模型正确

性的判断和难以理解知识点的掌握,而在教学中发现,在侧重模型正确性的判断时,学生反倒增加了对于公式含义及其推导过程的学习兴趣。

3) 学生可通过平台自主学习,激发学习兴趣,在较大程度上提高学习效率和动手实践能力;实现课时量减少的情况下,学生对知识点的深入掌握,期末卷面考试中学生在主单元体应力状态题目的得分率提高。而且,在教学实践和期末考试中发现,对于应力状态知识的深入理解和掌握,为学生在后续章节比如组合变形危险点分析的学习奠定基础,帮助学生透彻理解和灵活应用课程知识。

项目资助

教育部产学合作协同育人项目(No.201901274014)。天津工业大学高等教育教学改革研究资助项目(2019-02-17)。

参考文献

- [1] 余寿文. 工程教育评估与认证及其思考[J]. 高等工程教育研究, 2015(3): 1-6.
- [2] 范钦珊, 殷雅俊, 等. 改革教学, 创新教学——“材料力学”课程教学改革实践与体会[J]. 力学与实践, 2018, 40(5): 543-549.
- [3] 刘鸿文. 材料力学 I [M]. 北京: 高等教育出版社, 2017.
- [4] 单辉祖, 谢传锋. 工程力学(静力学与材料力学) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [5] 李颖, 冯立富, 郭书详. 《材料力学》教学中的一些生活和工程实例[J]. 力学与实践, 2005, 27(2): 79-80.
- [6] 姚玉东, 艾延廷, 宋春. 热障涂层二向应力状态分析与危险点预测[J]. 航空学报, 2022, 43(1): 566-577.
- [7] 汪劲丰, 项贻强. 独塔单索面斜拉桥空间应力状态分析[J]. 铁道标准设计, 2005(3): 35-38.
- [8] 万云杰, 郭旭阳, 周帼彦. 应力状态对三点弯小试样蠕变性能评价的影响[J]. 压力容器, 2024, 41(4): 34-42.
- [9] 许杨剑, 阮洪势, 沈倩倩, 等. 材料力学教学中的编程实践——应力状态分析[J]. 力学与实践, 2018, 40(4): 446-450.
- [10] 马驰骋, 周继磊, 许英姿, 等. 材料力学应力状态与线性代数知识点的交叉教学研究[J]. 科教导刊, 2021, 10(4): 107-109.
- [11] 弓满锋, 连海山, 甘金凤, 等. 基于 VB 技术实现平面应力状态分析及其应力求解[J]. 岭南师范学院学报, 2018, 39(3): 46-53.
- [12] 叶志明, 刘红欣. Matlab 和 Maple 系统在力学教学中的应用[J]. 力学与实践, 2006, 28(2): 76-79.
- [13] 邢静忠. 代数系统 Maple 在力学教学中的应用探讨[J]. 力学与实践, 2010, 32(4): 96-101.