

高中数学新旧教材内容对比分析

——以人教A版“立体几何初步”为例

王雪君, 戴阔斌, 杨玉梅, 冯亮

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年5月19日; 录用日期: 2024年9月23日; 发布日期: 2024年10月10日

摘要

人民教育出版社依据《普通高中数学课程标准(2017年版)》出版了2019年版普通高中数学教科书, 新、旧两版教材在内容结构和编排上必然会有差异, 这种差异不容忽视。本研究对人教版新、旧教材中立体几何初步的课标要求、内容设置、教材旁白、知识生成、栏目设置、例题与习题设置等方面进行了比较分析, 总结两版教材中在“立体几何初步”上编写的异同之处及新教材在该部分内容中的特点, 并为更好地落实教学提供一定的建议。

关键词

课程标准, 教材比较, 立体几何

A Comparative Analysis of the Old and New Mathematics Textbooks in High School

—Taking the “Solid Geometry” of Humanities A as an Example

Xuejun Wang, Kuobin Dai, Yumei Yang, Liang Feng

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: May 19th, 2024; accepted: Sep. 23rd, 2024; published: Oct. 10th, 2024

Abstract

The People's Education Publishing House published the 2019 edition of the general high school mathematics textbook based on the General High School Mathematics Curriculum Standards (2017), and there are bound to be differences in the content structure and arrangement of the new and old textbooks, which should not be ignored. This study compares and analyzes the requirements of the

Curriculum Standards, content settings, textbook narration, knowledge generation, column settings, examples and exercises, etc., to summarize the similarities and differences between the two versions of the textbook in this part, and provides some suggestions for better implementation of teaching.

Keywords

Curriculum Standards, Comparison of Teaching Materials, Solid Geometry

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

立体几何是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的数学分支，在高中数学中是提升学生逻辑推理、直观想象、数学抽象等能力的重要章节。但是一直以来，立体几何初步都是高中数学教学中的一个难点，故学生常感到学习起来困难重重，教师也因对教材缺乏理解而在教学过程中颇为困顿。本文选取 2004 年版高中数学必修 2 (以下简称“旧教材”)和 2019 年版高中数学必修第二册(以下简称“新教材”)两版教材(均为人教 A 版)中的“立体几何初步”章节，试对其结构及内容体系等进行比对分析，并基于《普通高中数学课程标准(2017 年版)》(简称《课标(2017 年版)》)对教学提出建议[1][2]。

2. 研究内容

2.1. 课标要求对比

在《普通高中数学课程标准(实验稿)》(简称《课标(实验)》)和《课标(2017 年版)》中，对“立体几何初步”的内容要求不同之处如下表 1:

Table 1. Differences of the requirements in “solid geometry” between the two curriculum standards

表 1. 两版课标对“立体几何初步”要求的差异

内容	《课标(实验)》	《课标(2017 年版)》
立体几何图形 (空间几何体)	② 能画出简单立体图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合)的视图，会用材料将上述的视图复原为立体模型，并会用斜二测法画它们的直观图。 ③ 通过观察用平行投影和中心投影这两种方法画出的视图和直观图，了解立体图形的不同表现形式。 ⑤ 了解球、棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积的计算公式(不要求记忆公式)	② 知道球、棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积的计算公式，能用公式解决简单的实际问题。 ③ 能用斜二测法画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱及其简单组合)的直观图。

2.2. 内容设置对比

从宏观上来看，两版教材都是从对基本立体图形的整体观察出发，研究其直观图，学习表面积与体积的计算方法，再进一步把握构成这些立体图形的基本元素：点、直线、平面，包括点、直线、平面的性质以及相互之间的位置关系及其判定方法。差异之处在于：(1) 新教材将“空间几何体”与“点、直线、平面之间的位置关系”这两章合并为一章“立体几何初步”，体现了新教材在知识处理上的连贯性；(2) 新教材删去了“空间几何体的三视图”，由于这部分内容在小学、初中教材中几何部分均已涉及，删掉

该部分内容以避免知识的重复学习,并在一定程度上起到了减轻学生的负担的作用;(3)新教材在保留了旧教材章小结和阅读与思考的基础上,增加了文献阅读与数学写作,既能提高学生的阅读能力和写作能力,也在一定程度上渗透了数学史及数学文化的学习[3],见表2。

从微观上来看,(1)在空间几何体的结构特征的观察中,旧教材使用实物图和已经抽象出来的几何体让学生观察,新教材中全部使用生活中的实物图来让学生观察,让学生根据观察自己将现实物体抽象成空间几何体,再观察其结构特征。新教材在该处的更新使知识更贴近现实生活,能使学生的学习积极性得到一定程度的提高。(2)旧教材在柱、锥的结构特征中只介绍了棱柱和棱锥的立体图形及其定义,但学生在实际生活和解决问题过程中往往会遇到正棱柱和正棱锥,旧教材在此处没有给出相关的介绍,会导致学生对概念理解的缺失,而新教材该知识点上做出了相应的补充,准确地描述了直棱柱、斜棱柱、正棱柱、平行六面体和正棱锥的定义及三维立体图形,这一改进使得教材的知识体系更加完整、系统化。(3)在空间几何体的表面积和体积的编排结构上,旧版教材按照表面积、体积、球三个模块展开,新教材按照棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积、圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积两个模块展开,这样的编排方式尊重知识的完整性,更符合学生的认知特点。(4)在点、直、平面的位置关系中的平面内容中,新教材将旧教材中的公理重新命名为基本事实,并将旧教材中公理1和公理2的前后顺序进行了对调,公理2基本事实1,公理1为基本事实2。

Table 2. Comparison of the chapter contents between the new and old textbook

表 2. 新、旧教材章节目录对比

旧教材(必修2)	《课标(2017年版)》
第一章 空间几何体	第八章 立体几何初步
1.1 空间几何体的结构	8.1 基本立体图形
1.2 空间几何体的三视图和直观图	8.2 立体图形的直观图
阅读与思考 画法几何与蒙日	阅读与思考 画法几何与蒙日
1.3 空间几何体的表面积与体积	8.3 简单几何体的表面积与体积
阅读与思考 画法几何与蒙日	探究与发现祖暅原理与柱体、锥体的体积
实习作业	
小结	8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系
复习参考题	8.5 空间直线、平面的平行
第二章 点、直线、平面之间的位置关系	8.6 空间直线、平面的垂直
2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系	
2.2 直线、平面平行的判定及其性质	阅读与思考 欧几里得《原本》与公理化方法
2.3 直线、平面垂直的判定及其性质	文献阅读与数学写作* 几何学的发展
阅读与思考 欧几里得《原本》与公理化方法	
小结	小结
复习与参考	复习参考题 8

2.3. 栏目对比

栏目类型及数量是反映教材编写特点的一个重要参考依据,栏目的设置既能对教师的教学工作起到一定的引导作用,也可以为学生的自主学习提供足够的支持,促进学生学会学习,提升自我学习的能力。两版教材在“立体几何初步”中的栏目设置统计如下表3:

由上表可以看出,相较于旧教材,新教材在栏目数量的设置上明显减少。旧教材中探究与思考栏目占主要部分,新教材将观察、探究、思考、阅读与思考四类栏目在数量设置上较为均衡。此外,新教材中的栏目设置形式相较于旧教材增添了归纳、探究与发现、文献阅读与数学写作三种类型,有利于培养学生收集整理信息,撰写并归纳结论的能力。

Table 3. The columns and quantitative statistics between the new and old textbook**表 3.** 新、旧教材栏目设置及数量统计

栏目	旧教材		新教材	
	数量	比例%	数量	比例%
观察	8	13.79	10	28.95
探究	21	36.21	7	18.42
思考	26	44.83	11	28.95
阅读与思考	2	4.45	7	18.42
实习作业	1	1.72	0	0
归纳	0	0	1	2.63
探究与发现	0	0	1	2.63
文献阅读与数学写作	0	0	1	2.63
合计	58	100	38	100

2.4. 教材旁白对比

教材旁白是指位于教材中正文内容旁边的以文字框形式体现的非正文内容，是对正文内容的补充、解释或对问题思考的提示，通常位于正文内容的左右两侧[4]。教材旁白凝聚了教材编者的编写意图以及对教学内容的思考，它们不仅对教师在理解教材过程中有着重要的意义，也是学生学习过程中很好的辅助资源，成为了学生在学习过程中的思维向导，还一定程度上成为数学思想方法、数学文化的渗透途径。新旧教材中关于“立体几何初步”的旁白对比体现在下表 4 中：

Table 4. Comparison of the background narrator between the new and old textbook**表 4.** 新、旧教材旁白对比

类型	位置	陈述旁白		疑问旁白	
		概念、定义旁边		定理、例题旁边	
教材	章节	旧教材	新教材	旧教材	新教材
数量	1.1/8.1	0	4	0	0
	1.2/8.2	0	2	1	1
	1.3/8.3	3	3	0	0
	2.1/8.4	3	5	1	1
	2.2/8.5	2	2	2	2
	2.3/8.6	3	6	4	4
合计		11	22	5	8

从上关于表旁白数量的统计结果可以看出，不论是陈述旁白还是疑问旁白，新旧教材都较明显地集中在点、直线、平面的位置关系这部分内容上。区别之处在于(1) 相较于旧教材，新教材的旁白在总数量上明显增加；(2) 新教材中陈述旁白数量增长率近 50%，不仅说明新教材更加注重旁白的使用，也更注重旁白对知识引导及拓展的重要性。

2.5. 例题与习题对比

例题与习题对比主要从题目数量与题型分布两方面进行，统计结果体现在表 5、表 6 中。

Table 5. The number and the type of the exercise in the new and old textbook

表 5. 新、旧教材习题类型及数量统计

	章节	例题		练习与习题			
		旧教材	新教材	旧教材		新教材	
				练习	节末习题	练习	节末习题
数量	1.1/8.1	0	2		6	8	10
	1.2/8.2	4	4	7	10	5	8
	1.3/8.3	5	4	6	9	8	9
	2.1/8.4	4	2	6	12	8	10
	2.2/8.5	5	5	6	12	12	15
	2.3/8.6	5	10	7	12	16	21
	复习参考题				21		16
合计		23	27	32	82	57	89

Table 6. Comparison of exercise types between the new and old textbook

表 6. 新、旧教材习题类型对比

题型	旧教材		新教材	
	数量	比例%	数量	比例%
选择	11	9.91	16	13.2
判断	7	6.31	14	11.6
填空	8	7.21	11	9.9
计算	30	27.0	20	16.5
作图	20	18.0	15	15.7
证明	35	31.5	51	42.1
合计	111	100	116	100

从表 5 可以看出，两版教材中例题数量没有明显变化，练习与习题的区别主要体现在点、直线、平面之间的位置关系这类知识点上，强调了学习的重难点，体现了不同知识内容的差异性。选择、填空和判断是考试中常见的题型，这三类题型对学生掌握基础知识有着显著效果。从表 6 中可以看出，新教材对这三类题型做了适当的增加，体现了对于基础知识训练的重视。新教材删去了三视图和投影这部分知识，所以相应减少了作图题的题量对于“立体几何初步”的计算，由于新课标仅要求了解一些简易几何体的表面积和体积的计算方法及用公式解决简单的实际问题，因此，新教材对计算题也做了相应的删减。此外，新课标对平行、垂直的性质与判定定理的论证提出了更为具体的要求，还要求学生能运用直观感知、推理论证等认识和探索空间图形的性质并创建空间观念，因此，新教材增加了简答和证明的题量来对应新课标提出的要求。

3. 研究结论

上面主要从课标要求、内容设置、栏目设置、教材旁白、例题与习题设置几个方面对新旧两版教材进行对比分析，下面重点分析两版教材在立体几何初步这部分内容上的结构体系和逻辑体系。

3.1. 结构体系

在结构体系上，旧教材将该部分内容以两个章节的方式呈现出来，体现了其模块化的特点，与新教材主体化的编排风格稍有差异。但其实看教材内容本身，两版教材都是将立体几何初步分为两个大的结构，即空间几何体和点、直线、平面的位置关系两部分，在这两部分内容之下的结构体系存在以下差异：就空间几何体来看，旧教材分为三个部分：结构、三视图和直观图、表面积和体积，新教材分为三部分：结构特征、直观图、表面积和体积，另外在这之前添加了现实世界中的物体；就点、直线、平面的位置关系来看：旧教材分为三个部分：(1) 平面公理 1、2、3、4；(2) 空间直线、平面的位置关系；(3) 直线与直线的位置关系、直线与平面的位置关系、平面与平面的位置关系，新教材分为四个部分：(1) 平面的基本性质；(2) 空间中直线与直线的位置关系；(3) 空间中直线与平面的位置关系；(4) 空间中平面与平面的位置关系。可以看出，两版教材最大的区别在于空间点、直线、平面的位置关系这部分内容上，新版教材更加注重直线与直线、平面的平行和垂直关系的论证，凸显了逻辑推理在学习立体几何知识中的重要性，也使得知识的呈现更加符合学生的认知结构。

3.2. 逻辑体系

按照数学惯有的逻辑体系，研究立体几何的顺序一般是从定性到定量，从基本元素到组合图形，即从构成空间几何体的基本元素(点、直线、平面)出发，探究它们的概念、性质及相互之间的位置关系，根据不同的位置关系研究所组成的不同的立体图形，在研究这些立体图形的结构特点、直观图、表面积与体积等[5]。这样的研究方法符合数学极强的严谨性和逻辑性，但在学生的学习过程中会与学生的生活经验、认知规律产生矛盾，增加了学习的困难程度。因此，两版教材在知识逻辑关系的处理和呈现上都尊重了学生已有的认知规律和思维习惯，从实物模型抽象出简单的空间几何体 - 观察其结构特征、平面表示 - 计算表面积和体积 - 认识构成三要素(点、直线、平面) - 位置关系(平行与垂直) - 研究性质及判定。这样的处理方式是知识在展开过程中遵循从整体到局部，从特殊到一般的原则，在符合数学本身的逻辑关系的条件下充分考虑了学生的认知规律，从具体到抽象，由易到难循序渐进，即降低了学生学习这部分内容的难度，也增强了学生对知识内容的理解。

4. 教学建议

4.1. 整体把握教材，实施教学设计

教材是教师在教学过程中与学生进行交流互动的桥梁，能够从整体上把握教材的结构，领会编者意图、教材重点及难点，系统的厘清教材各知识点前后之间的逻辑联系，并能将之在教学过程中呈现出来。在具体教学实施过程中可以按照以下顺序进行：(1) 分析章前引言内容，从整体上把握本章学习内容，明确总的目标；(2) 研究各小结节前引言，明确学生已有知识结构及每节具体学习内容及目标；(3) 从切合学生现实生活的情景或案例出发，激发学生的学习情趣，通过具体实物模型引发学生直观感知，进而抽象形成所学概念、定义等内容(如基本立体图形，点、线、面之间的位置关系)；(4) 以逻辑推理证明作为手段方法，实现从直观感知到理性认识的跃迁(如线面平行、垂直的性质、判定等)；(5) 选择适合学生发展情况的例习题对学生的学习成果进行考察并给予及时反馈；(6) 借助单元小结实现知识发生过程的回顾与思想方法的提炼，让知识经验增长顺其自然的发生，在循序渐进中提升学生能力素养，实现高效学

习。

4.2. 灵活变通素材, 突破教学难点

为使学生更好地受到数学教育, 具备数学思维方法, 使其核心素养和关键能力得到提升, 教师应能够掌握灵活变通教材已有素材并创造性地将之使用在真实教学过程中的方法。第一, 要灵活使用章首语和章小结, 从中总结本章内容所涉及到的重点、难点、重要思想方法及观点[6]。正所谓“授人以鱼, 不如授人以渔”, 在教学过程中, 教师不仅自身要学会从章首语和章小结中概括重点, 也要让学生学会在章首语和章小结中明确学习任务和目标, 总结学习过程及学习结果。第二, 要灵活运用教材实例, 对教材实例的运用可以和学生的现实生活经验进行一定程度的结合, 激发学生兴趣, 比如在学习直线与平面、平面与平面的位置关系时, 可以直接利用教室场景(门窗、墙壁与地面等)让学生产生直观感受, 而不是去观看图片或课件上的动画。第三, 要灵活变通文字语言、符号语言、图形语言三种语言。学好并理解三种语言是学好数学尤其是几何的关键, 只有认识并能够灵活转换三种语言, 才能够深刻地掌握数学知识, 突破疑难重点, 解决数学问题。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2018.
- [2] 中华人民共和国教育部. 《普通高中数学课程标准(实验稿)》 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [3] 章建跃. 在一般观念引领下探索空间几何图形的性质——“立体几何初步”内容分析与教学思考[J]. 数学通报, 2021, 60(2): 11-15+48.
- [4] 黄永明, 叶丹, 何恩荣. 高中数学人教 A 版新旧教材中教材旁白的比较研究——以“三角函数”为例[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2021(4): 22-24.
- [5] 高维宗. 立体几何新旧两种教材的教学比较[J]. 数学通报, 2006(5): 8-10+14.
- [6] 章建跃. 在一般观念引领下探索空间几何图形的性质(续)——“立体几何初步”内容分析与教学思考[J]. 数学通报, 2021, 60(3): 11-15+48.