

基于问题提出教学的高中数学建模活动课设计 ——以“荷载与挠度”为例

彭榕斐

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年8月2日; 录用日期: 2024年12月6日; 发布日期: 2024年12月13日

摘要

数学建模素养是高中数学六大核心素养之一, 同时数学建模是利用数学理论去解决现实问题的一座桥梁, 因此培养学生数学建模素养刻不容缓。学生问题提出能力的培养是世界各国都十分注重的话题, 问题提出能力是创新型人才必备的技能, 因此以“荷载与挠度”为例, 基于问题提出教学来设计一节数学建模活动课, 以期来培养学生的问题提出能力, 发展学生的数学建模素养。

关键词

问题提出教学, 数学建模, 教学设计, 荷载与挠度

The Design of High School Mathematics Modeling Activity Course Based on Problem-Posing Teaching

—Taking “Load and Deflection” as an Example

Rongfei Peng

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Aug. 2nd, 2024; accepted: Dec. 6th, 2024; published: Dec. 13th, 2024

Abstract

Mathematical modeling literacy is one of the six core literacies of high school mathematics, and mathematical modeling is a bridge to solve practical problems by using mathematical theories, so it is urgent to cultivate students' mathematical modeling literacy. The cultivation of students'

文章引用: 彭榕斐. 基于问题提出教学的高中数学建模活动课设计[J]. 创新教育研究, 2024, 12(12): 272-281.

DOI: 10.12677/ces.2024.1212891

problem-posing ability is a topic that all countries in the world pay great attention to, and problem-posing ability is a necessary skill for innovative talents. Therefore, taking “load and deflection” as an example, a mathematical modeling activity course is designed based on the problem-posing teaching, in order to cultivate students’ problem-posing ability and develop their mathematical modeling literacy.

Keywords

Problem-Posing Teaching, Mathematical Modeling, Teaching Design, Load and Deflection

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学是一门高度抽象的学科，同时也是各门自然科学的基石。数学要应用在现实当中，就一定要从数学理论和应用之间搭建一个桥梁，先把现实问题转变为数学问题，即数学模型，接着再对数学模型展开求解，最后运用求解结果去解决现实问题，而这个过程就叫做数学建模[1]。早在 2003 年，《普通高中数学课程标准》将“数学建模”新增入了高中数学课程内容之中，要求把数学建模的思想融入在各个版块内容之中，并要求在高中阶段至少安排一次数学建模活动[2]；2020 年，《普通高中数学课程标准(2017 版 2020 年修订)》将数学建模列为数学学科六大核心素养之一，并且有单独的数学建模活动主题[3]。可见，国家对于学生数学建模素养的培养一直处在重要地位。但目前国内数学建模教学存在一些实施问题，例如实施建模活动过程中对学生的指导不足，建模活动的实施效果达不到预期等[4]。问题提出教学作为培养学生问题提出能力的教学手段，其可以为学生提供更多的学习机会，促进学习机会公平化[5]。问题提出能力不仅与学生学业水平相关，还与学生的创造性思维有关[6]。因此，本文以“钢筋混凝土”为例，结合问题提出教学来设计一堂数学建模活动课，在培养学生数学问题提出能力的同时，发展学生的数学建模素养。

2. 问题提出教学理论基础

问题提出是指基于情境提出新的问题或者对已有的问题进行再阐述。下面从学生的学习个体与学习集体以及学习机会角度出发，分析问题提出教学的理论基础[7]。

(1) 建构主义学习理论

建构主义理论认为，学习是个体对知识进行建构的过程，强调学生在数学情境中的个体性和自我构建，因此教师要注重学生的学习主体性，为学生创设学习情境。

(2) 社会文化学习理论

社会文化学习理论强调，数学学习是一种根植于社会环境和文化背景中的集体活动。它认为，数学学习不仅受个体因素影响，更与外界环境紧密相关，呈现出社会性特征。学生在师生、同伴及社会文化网络的互动中，共同创造和分享数学知识。不同文化背景和社会规范影响学生的学习方式和经验，塑造其数学素养。因此，教师应营造开放、包容的学习环境，鼓励学生参与多样化数学活动，以促进学生全面发展，构建符合社会期望的数学教育体系。

(3) 学习机会理论

问题提出作为一种教学手段，不仅能够提升学生的数学成绩与促进学生的数学情感，还能为学生提供更多的学习机会，促进教育公平。在以问题提出作为教学手段的过程中，不仅能照顾“好生”，更能关注到“差生”，学生可以基于自身的知识水平和经验提出不同的问题，能很好地调动学生的学习积极性，给予学生更多的发展空间。

3. 高中数学建模活动课设计

学者吕传汉[8]对问题提出教学有过深入的研究，为了改变我国中小学创新意识薄弱、数学问题提出能力低这个现状，提出了“情境-问题”教学模式，以此来培养学生的创新意识与实践能力，如图1所示。

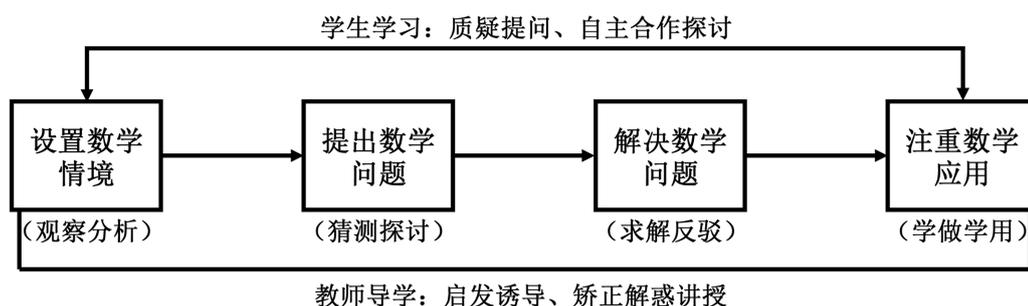


Figure 1. "Situation-problem" teaching model
图1. “情境-问题”教学模式

数学建模是将数学语言用于问题描述，运用数学方法构建模型以解决实际问题的实践活动。它锻炼了学生的应用能力、逻辑思维和創新思维，是理论与实践相结合的典范。其基本过程如图2所示。

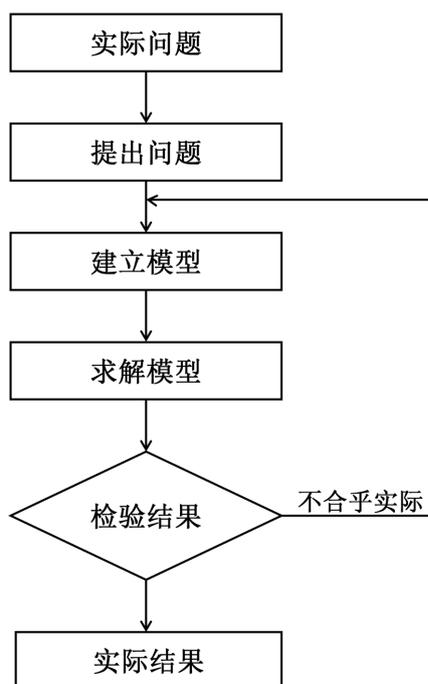


Figure 2. Flow chart of mathematical modeling activities
图2. 数学建模活动流程图

数学建模活动的评价要关注结果，更要关注过程。教学过程性评价是指对学生学习生活和教师教学活动的过程进行观察评价[9]。数学建模活动的评价要点主要是包括测量模型是否有效、计算过程是否清晰、学生在建模过程中的工作状态等。

应用吕传汉的“情境-问题”教学模式，在数学建模活动课中穿插问题提出活动，来培养学生的问题意识，提升学生的数学建模素养。

3.1. 发现问题，提出问题

情境创设是问题提出活动的第一个步骤，问题情境应该具有“召唤性”，能够引起学生思考，激发学生的学习兴趣[10]。因此尝试从学生的日常生活入手，利用生活问题激发学生的求知欲。

情境创设：钢筋混凝土是我们日常生活中最常见的建筑材料，钢筋抗压能力弱，但抗拉能力强，而混凝土则恰恰相反，两者结合可以充分发挥各自的优点，弥补各自的缺点。钢筋在受到拉力时，其形变与力之间一开始是正比的关系，我们称这一阶段为弹性阶段，此时把力卸去，钢筋可以恢复原状，随着拉力增大，钢筋依次经历屈服阶段、强化阶段、颈缩阶段，直至断裂。混凝土在受到压力时，同样会经历压缩变形与剪切变形，混凝土受压变形的计算方法主要有两种，分别是弹性计算和塑性计算。当钢筋混凝土所受荷载超过了设计范围，其产生的形变是不可逆的，因此要在设计范围内合理使用建筑。在日常生活中，我们经常看到房屋坍塌事故，其中大部分房屋所用的材料就是钢筋混凝土，在房屋受到了超过自身所能承受的荷载时，房屋就会发生变形直至破坏，因此在建造房屋前，我们要考虑房屋用途，来选取相应强度的材料，在保证安全的前提下尽可能地节省费用，但很多房屋坍塌都不是自然灾害造成的，而是在日常使用中发生坍塌。

学生：房屋设计不是按使用目的提前设计好的吗？为什么在日常使用中会坍塌呢？

设计意图：利用钢筋混凝土的例子来让学生感受合作中发挥各自优势的重要性，同时引发学生思考为什么房屋日常使用会发生坍塌事故，引出问题。

教师：其实日常使用中房屋发生坍塌，很可能是由于设计不合理，使得房屋在使用过程中构件变形超出合理范围，导致坍塌。

学生：那我们该怎样合理设计房屋呢？

教师：因为房屋由许多构件组成，下面老师以钢筋混凝土简支梁为例。

设计意图：教师通过引导学生思考，让学生根据情境提出问题，保证课堂有序进行。

3.2. 分析问题，构建模型

教师：钢筋混凝土简支梁作为结构中的关键承载元素，其在承受荷载时展现出的形变特性尤为关键。挠度，作为衡量这一形变的关键指标，具体指的是梁截面形心在垂直于梁轴线方向上的位移量。适度的挠度是结构正常工作的体现，但过大的挠度不仅会削弱结构的使用效能，还可能对整体结构的安全性构成威胁，极端情况下甚至导致结构失效或破坏。因此请同学们以小组为单位课下搜集资料，了解钢筋混凝土简支梁在受到跨中集中荷载的作用下，跨中挠度随荷载大小的变化数据。

设计意图：让学生课下自己动手收集资料，锻炼学生自主学习能力。

师生活动：根据学生搜集的资料，教师选取搜集资料最详细的小组，让该小组来进行展示，小组展示完成后教师进行总结与补充。

教师：根据以上小组的分享我们知道，简支梁是指梁的两端搁置在支座上，支座仅约束梁的垂直位移，梁端可以自由转动的构建。因为梁有粗细与长度之分，所以刚分享的小组选取的钢筋混凝土简支梁截面尺寸为 300 mm × 150 mm，跨度为 2000 mm。图 3 和图 4 分别是简支梁跨中受集中荷载示意图和弯

矩图，弯矩是指弯曲所需要的力矩，由图 4 我们可以发现，跨中弯矩最大。表 1 钢筋混凝土简支梁跨中挠度试验数据表是刚分享小组搜集的某建筑设计机构的钢筋混凝土简支梁跨中挠度试验数据表。

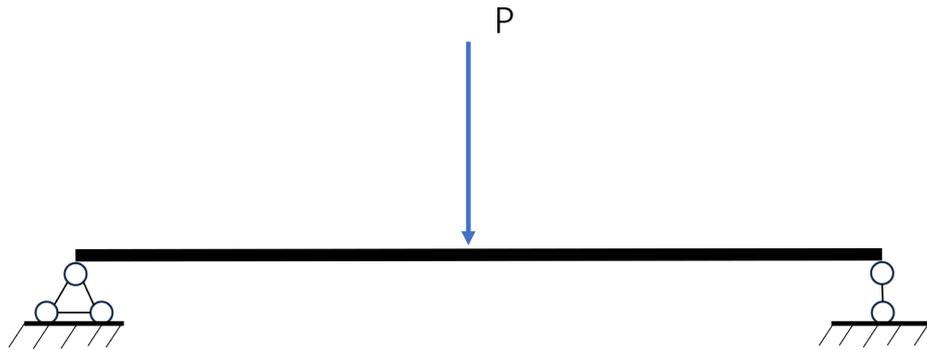


Figure 3. Schematic diagram of concentrated load in the span of a simply-supported beam
图 3. 简支梁跨中受集中荷载作用示意图

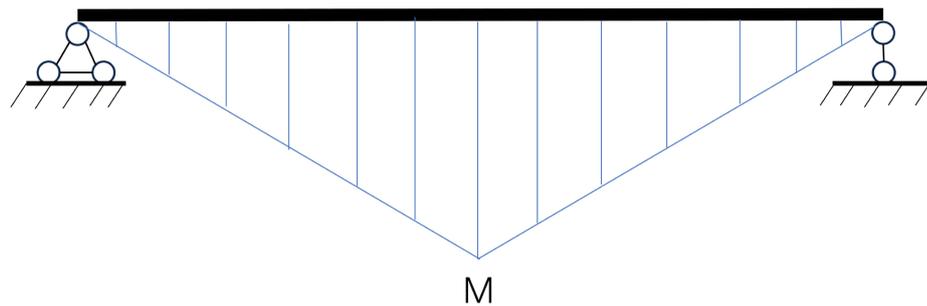


Figure 4. Bending moment diagram of simple supported beam under concentrated load
图 4. 简支梁跨中受集中荷载作用弯矩图

Table 1. Data table of mid-span deflection test of reinforced concrete simple supported beams

表 1. 钢筋混凝土简支梁跨中挠度试验数据表

集中荷载(kN)	跨中挠度(mm)
3	0.07
6	0.13
9	0.17
12	0.19
15	0.22
18	0.26
20	0.30
21.6	0.33
22.1	0.36
22.5	0.39

师生活动：现在我们已经得到了钢筋混凝土简支梁所受跨中集中荷载与跨中挠度的数据，那我们如何利用这些数据来帮助设计师设计钢筋混凝土简支梁呢？

教师：我们是否可以通过寻找集中荷载的大小与跨中挠度的关系，帮助设计师快速分析任意集中荷载下跨中挠度的大小，那我们该怎样找到两者之间的关系呢？

设计意图：教师通过提示，让学生回忆起曾经学过什么知识是分析两组数据之间的关系，以此来巩固旧知识。

学生：通过描点作图，观察数据之间的关系。

师生活动：教师让学生动手描点作图，尝试找出集中荷载与跨中挠度的关系。如图 5 所示，此时根据散点图，教师引导学生根据之前学过的一元线性回归模型参数的最小二乘估计来求出一次函数关系式。

设计意图：让学生动手作图，观察数据对应的图像，培养学生数据分析能力。

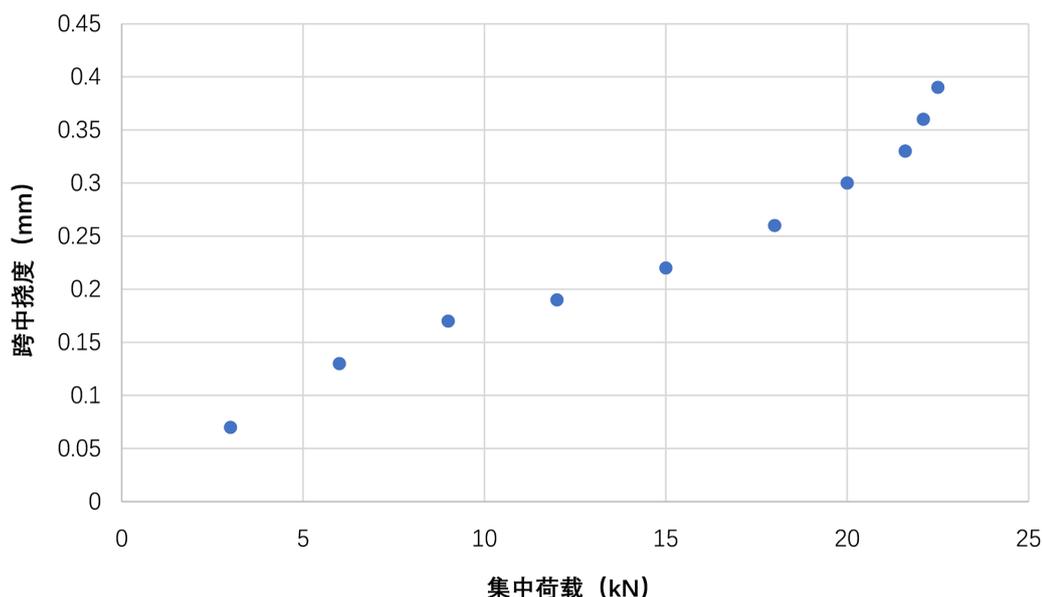


Figure 5. Scatter diagram of concentrated load and mid-span deflection

图 5. 集中荷载与跨中挠度散点图

3.3. 分析数据，求解模型

师生活动：假设跨中集中荷载为 x ，跨中挠度为 y ，利用公式，

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \end{array} \right.$$

将数据代入即可求得 $\hat{a} = 0.03, \hat{b} = 0.014$ ，于是得到 $\hat{y} = 0.014x + 0.03$ ，如图 6 所示。

教师：观察图像可以发现，散点分布在经验回归直线的上下两侧，并没有充分集中在经验回归直线上，我们能否对函数模型进行修改，以使其更好地反映散点的分布特征。

学生 1：可以构建三次函数模型。

学生 2：可以构建指数函数模型。

师生活动：教师询问学生如何求解三次函数模型与指数函数模型，学生无人能解答，因此教师利用软件 SPSS 来辅助学生进行解答。

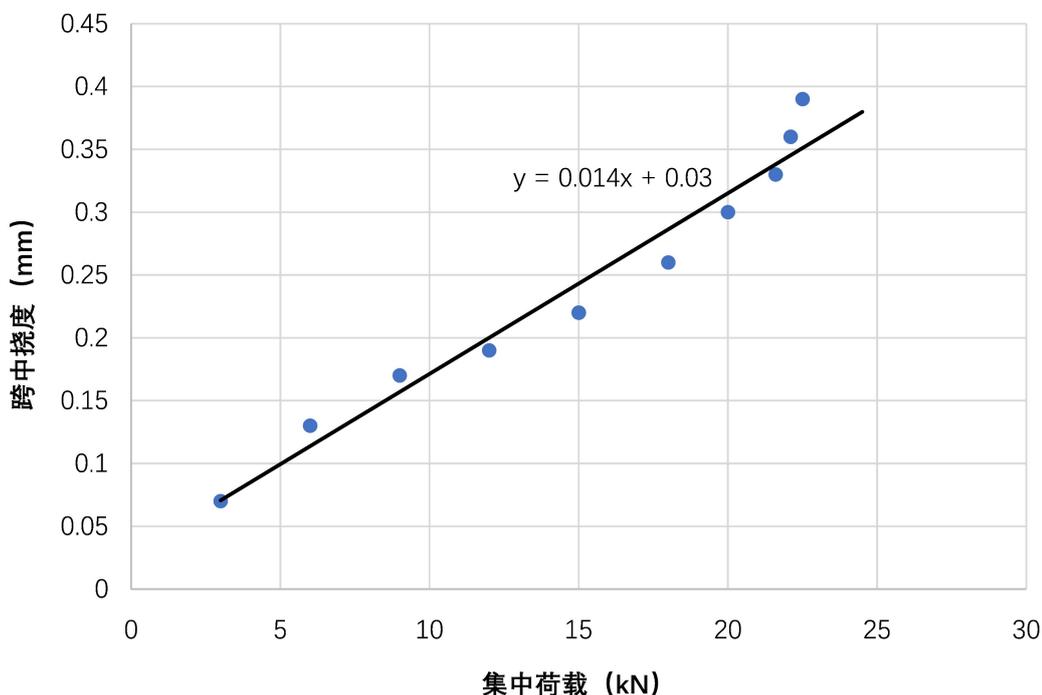


Figure 6. Empirical regression curve of concentrated load and mid-span deflection
图 6. 集中荷载与跨中挠度的经验回归曲线

设计意图：让学生回顾以前学过的统计学知识，思考如何求解参数，以此来锻炼学生的数学运算能力，通过观察发现所求得的函数模型并不能很好反映散点的分布情况，因此鼓励学生优化模型，但学生对其它函数模型的求解不太了解，教师利用软件来辅助学生解答，以此来丰富学生的统计学知识。

3.4. 结合软件，优化模型

师生活动：我们可以借助 SPSS 软件对数据进行回归分析，观察数据与哪个函数模型最拟合。首先我们将数据导入 SPSS 软件，将挠度设置为因变量 Y ，集中荷载设置为自变量 P ，点击【分析】——【回归】——【曲线估算】，将数据导入相应的位置，然后勾选我们想要预测的模型，线性、二次、三次、指数，得到表 2 和图 7。

Table 2. Model case
表 2. 模型情况

模型摘要和参数估算值									
因变量: Y									
方程	模型摘要					参数估算值			
	R 方	F	自由度 1	自由度 2	显著性	常量	b_1	b_2	b_3
线性	0.961	198.093	1	8	0.000	0.027	0.014		
二次	0.972	123.425	2	7	0.000	0.068	0.006	0.000	
三次	0.995	438.571	3	6	0.000	-0.036	0.043	-0.003	8.724E-5
指数	0.945	137.234	1	8	0.000	0.074	0.073		

自变量为 P

表 2 是对模型情况的概述，可以看出线性曲线模型 R 方为 0.961，二次曲线模型、三次曲线模型、指数曲线模型 R 方依次为 0.972、0.995、0.945， R 方就是我们在书上学习的 R^2 ，其中 $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$ ，

R 方越高，说明拟合的曲线与实际曲线越趋近，说明三次曲线模型与实际曲线最趋近，并且显著性远小于 0.05，说明其模型也是很显著的。

根据表 2 的数据，我们可以写出三次函数模型，其中 b_1, b_2, b_3 分别代表三次项、二次项、一次项前面的系数，于是可以得出：

$$y = 0.043x^3 - 0.003x^2 + 8.724 \times 10^{-5}x - 0.036$$

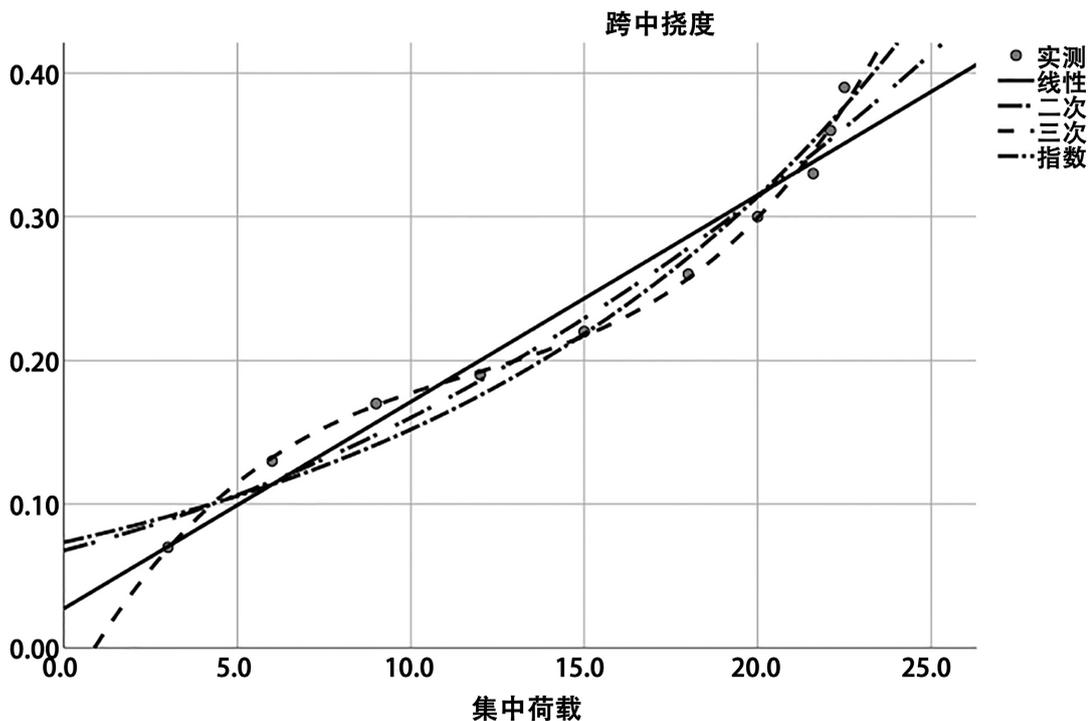


Figure 7. Fitting curve
图 7. 拟合曲线

图 7 是四条曲线的拟合情况，图中的圆点表示实际值，可以发现三次曲线的拟合效果是最好的，其经过的散点是最多的。

3.5. 利用模型，解决问题

教师：根据我们刚才得到的函数模型，你能提出什么问题，并且解决它。

学生：

- (1) 当集中荷载为 13 kN 时，跨中挠度为多少？
- (2) 当跨中挠度为 0.25 mm 时，集中荷载为多少？

……

设计意图：利用所得到的集中荷载与跨中挠度的函数模型关系，构建问题提出活动，让学生提出问

题，培养学生的问题提出能力。

3.6. 总结归纳，课后作业

教师：刚我们探索了钢筋混凝土简支梁跨中荷载与挠度的函数关系，我们经历了哪些过程？

学生：首先我们先对分析进行了分析，根据数据尝试找到集中荷载与跨中挠度的关系，然后利用软件 SPSS 找到了最趋近的拟合曲线，最后我们还进行了问题提出活动。

设计意图：带领学生回顾课堂知识、总结知识有助于加强学生对于知识的理解。

教师：其实在我们日常生活中，钢筋混凝土简支梁除了受到集中荷载的作用，还会受到均布荷载的作用，如图 8，其弯矩分布情况如图 9。

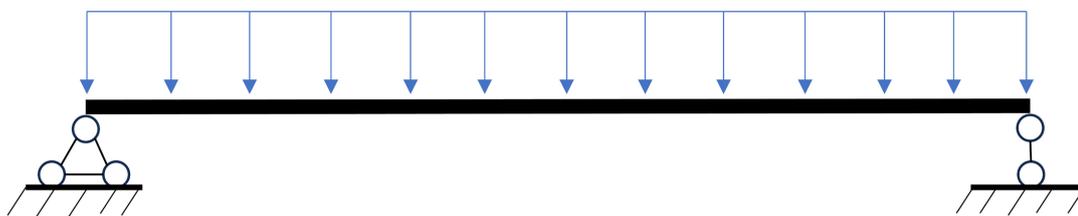


Figure 8. Schematic diagram of reinforced concrete simply supported beams subjected to uniform load

图 8. 钢筋混凝土简支梁受均布荷载作用示意图

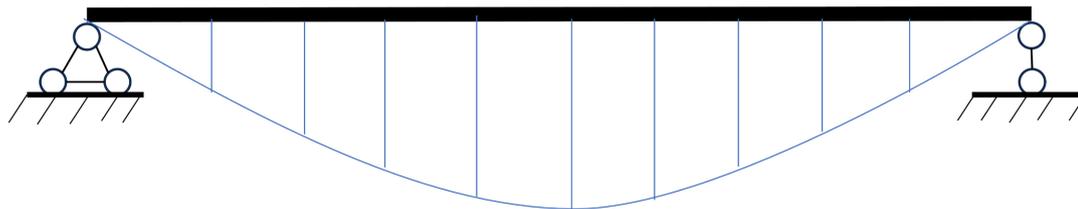


Figure 9. Bending moment diagram of a simple reinforced concrete beam subjected to uniform load

图 9. 钢筋混凝土简支梁受均布荷载作用弯矩图

我们可以参考求解集中荷载与跨中挠度的关系，找出均布荷载与跨中挠度的关系。课后如果有同学感兴趣可以自己尝试找出钢筋混凝土简支梁受均布荷载作用下，均布荷载与跨中挠度的关系。

4. 教学反思与建议

“中学数学建模活动”旨在帮助学习者更好地掌握数学概念，通过将复杂的概念转换成简单的表达式，来帮助学习者更好地掌握相关的概念，从而更好地应用到日常的学习当中[11]。问题提出教学是一种以学生为主体的教学方法，强调学生学习的主动性，本节课在问题提出活动的设计上比较简单，对学生吸引力不足，同时教师缺乏对学生的引导，根据以上问题，提出了以下建议。

4.1. 基于现实生活创设问题情境

问题提出教学其中一个重要的环节就是创设问题情境，从生活当中寻找问题，不仅可以吸引学生的注意力，而且还能解决实际问题，同时教师在创设情境时要注重知识的生成过程，让学生体会知识的形成过程。本研究以房屋建筑的知识为背景来设计课程，能使学生切身体会到所学知识与实际生活的联系，激发学生求学的热情。学生提出问题的过程，是学生原有的知识结构 with 问题情境所提供的信息进行加工的过程，因此在创设问题情境时，还要考虑学生原有的知识水平，遵循学生的认知规律，重视学生的知识建构过程。

4.2. 重视数学建模素养的评价

教学评价是检验教学效果好与否的关键,实施数学建模活动课的目的就是培养学生的数学建模素养,学生数学建模素养的评价可以从两个方面思考,分别是过程性评价与结果性评价[12],在评价学生数学建模素养时,不仅要关注建模流程的完整性,更要重视学生的能力表现。包括他们在建模过程中的积极投入度、面对问题时的思考深度,以及计算步骤的清晰逻辑性。这些方面共同构成了学生数学建模素养的重要维度,能够全面反映学生的问题解决能力和数学应用能力。因此,在评价过程中,应综合考量这些因素,以给出更加准确、全面的评价。

5. 总结与展望

数学建模素养是高中数学六大核心素养之一,我们要重视对学生数学建模素养的培养以及评价,把数学建模活动课真正落在课堂上,研究结合问题提出教学来设计数学建模活动课是对培养学生数学建模素养的初步探讨,未来还需要结合更多情境来充分发挥问题提出教学的优势,完善数学建模活动课的设计。

参考文献

- [1] 王志俊, 韩苗, 邵虎, 等. 高中数学建模能力训练——案例教学中提升数学素养[J]. 数学通报, 2019, 58(9): 38-42.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2001.
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 4-7.
- [4] 张文刚. 高中数学建模教学存在的问题及其对策[J]. 教学与管理, 2020(19): 62-64.
- [5] 宋乃庆, 徐冉冉, 蔡金法. 学习机会视角下的问题提出教学意蕴与实施路径[J]. 清华大学教育研究, 2022, 43(1): 34-41.
- [6] 董连春, 闫娜, 孙佳. 思维模式、学业成绩与问题提出能力的关系研究——以乌鲁木齐市小学生为例[J]. 民族教育研究, 2021, 32(1): 12-20.
- [7] 蔡金法, 姚一玲. 数学“问题提出”教学的理论基础和实践研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(4): 42-47.
- [8] 吕传汉, 汪秉彝. 论中小学“数学情境与提出问题”的教学[J]. 数学教育学报, 2006, 15(2): 74-79.
- [9] 徐惠仁. 浅谈教师教学过程性评价的价值与策略[J]. 上海教育科研, 2012(7): 69-71.
- [10] 张齐华, 贲友林. “情境”之义再辨[J]. 人民教育, 2006(8): 28-30.
- [11] 徐梦园, 初晓琳, 赵晓东, 等. 新课标背景下中学数学建模教学活动设计[J]. 经济师, 2019(7): 222-223, 226.
- [12] 鲁小莉, 程靖, 徐斌艳, 等. 学生数学建模素养的评价工具研究[J]. 课程·教材·教法, 2019, 39(2): 100-106.