

5E教学模式下定积分概念的教学设计

姚慧靓, 方晓峰, 景慧丽

火箭军工程大学基础部, 陕西 西安

收稿日期: 2024年11月6日; 录用日期: 2024年12月6日; 发布日期: 2024年12月18日

摘要

本文主要探讨5E教学模式在高等数学定积分概念教学中的应用。通过参与、探究、解释、拓展延伸和评价五个环节, 设计了一套针对定积分概念的教学方案, 通过循序渐进的教学环节, 让学生在主动探究和合作学习中建构知识, 提升数学思维能力和解决问题的能力。最后对教学实施效果进行分析, 并给出该教学模式进一步探索的方向和建议。

关键词

教学设计, 高等数学, 5E教学模式, 定积分

Instructional Design of the Concept of Definite Integral in 5E Teaching Model

Huiliang Yao, Xiaofeng Fang, Huili Jing

Basic Department, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi

Received: Nov. 6th, 2024; accepted: Dec. 6th, 2024; published: Dec. 18th, 2024

Abstract

This paper mainly explores the application of 5E teaching model in the teaching of definite integral concept in Advanced Mathematics. Through engagement, exploration, explanation, elaboration and evaluation, a set of teaching plan for the concept of definite integral is designed. Through step-by-step teaching, students can construct knowledge in active inquiry and cooperative learning, and improve their mathematical thinking ability and problem-solving ability. Finally, the effect of teaching implementation is analyzed, and the direction and suggestions for further exploration of the teaching mode are given.

文章引用: 姚慧靓, 方晓峰, 景慧丽. 5E 教学模式下定积分概念的教学设计[J]. 创新教育研究, 2024, 12(12): 392-401.

DOI: 10.12677/ces.2024.1212907

Keywords

Instructional Design, Advanced Mathematics, 5E Teaching Model, Definite Integral

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着互联网+时代的到来和高等教育改革的深入,传统教学模式面临挑战,高等数学课程尤其需要创新教学方法以应对内容繁重与学时紧张的矛盾,如何在有限的教学时间内高效传授数学知识,同时激发学生的学习兴趣与自主学习能力,成为亟待解决的问题。另一方面,传统教学模式往往侧重于理论讲解与习题演练,忽视了对学生创新思维与实践应用能力的培养,难以满足新时代对创新型和复合型人才的需求。因此,在高等数学课程教学中,如何设计充分发挥学生的主动性,提高学生解决问题的能力,实现教学目标,促进创新型人才和复合型人才的基础培养的教学方案,是任课教师需要思考 and 研究的。

定积分作为高等数学的核心概念之一,不仅是微积分学的重要组成部分,也是连接数学理论与实际应用的关键桥梁。然而,定积分概念的抽象性和复杂性往往使学生在在学习过程中感到困惑。因此,探索有效的教学模式以促进学生对定积分概念的深刻理解显得尤为重要。文章将 5E 教学模式融入高等数学混合式教学中,并以定积分的概念为例,展示以学生为中心,提高学生解决问题的能力,实现教学目标的策略与做法。

2. 5E 教学模式概述

5E 教学模式[1]-[4],起源于 1989 年美国生物学课程研究(BSCS),是基于建构主义理论的一种教学方法。该模式以学生为中心,强调探究与反思,包含参与、探究、解释、迁移和评价五个紧密相连、层层递进的环节,共同构建了一个完整且高效的教学过程。

在参与阶段,教师借助与课程内容紧密相关的问题或情境,激发学生的好奇心和学习动力。进入探究环节,教师引导学生通过实践、观察和讨论,主动探索知识本质,此过程中学生的前概念和方法得以显现,为后续概念构建奠定基础。解释环节则着重于对探究结果的总结和归纳,帮助学生建立新旧知识的联系,形成完整的知识体系。迁移环节通过实际应用,巩固新知识并提升应用能力,使学生真切感受到数学的实用性。最后的评价环节则是对学生学习成果的全面评估,为后续学习提供指导。

在高等数学混合式教学中融入 5E 教学模式,可以有效解决学生知识负迁移的问题,并帮助学生构建新概念。然而,相较于初等数学的直观与基础,高等数学的内容显得更为抽象且深奥。在这种情况下,5E 教学模式可能难以在有限的课堂时间内全面覆盖所有的知识点。尤其是当学生的基础知识不够牢固时,他们可能会在 5E 教学模式的探究和学习过程中遇到较大的困难,难以有效地掌握和理解高等数学中的复杂概念与定理。为改进 5E 教学模式所存在的局限性,我们创新性地将 5E 教学模式与混合式教学策略相结合,巧妙地在传统教学框架中融入了课前预习与课后思考两个关键阶段。通过有效利用线上资源建设和线下学习监控,我们成功实现了线上资源与线下活动的无缝对接,不仅拓宽了学习途径,更促进了学生从浅层认知向深度理解的飞跃性转变[5]。本文以高等数学中的“定积分的概念”为例,进行了 1 学时的教学设计,将课前、课堂和课后三个阶段与 5E 模式的五个环节巧妙结合,包含 3 个阶段 5 个模块,旨在通过 5E 教学模式的融入,提升学生的学习效果和应用能力。通过具体的教学活动设计,如带有实际

背景的案例分析，增强学生学习的内驱力，培养其分析和解决实际问题的能力，设计流程如图 1 所示：

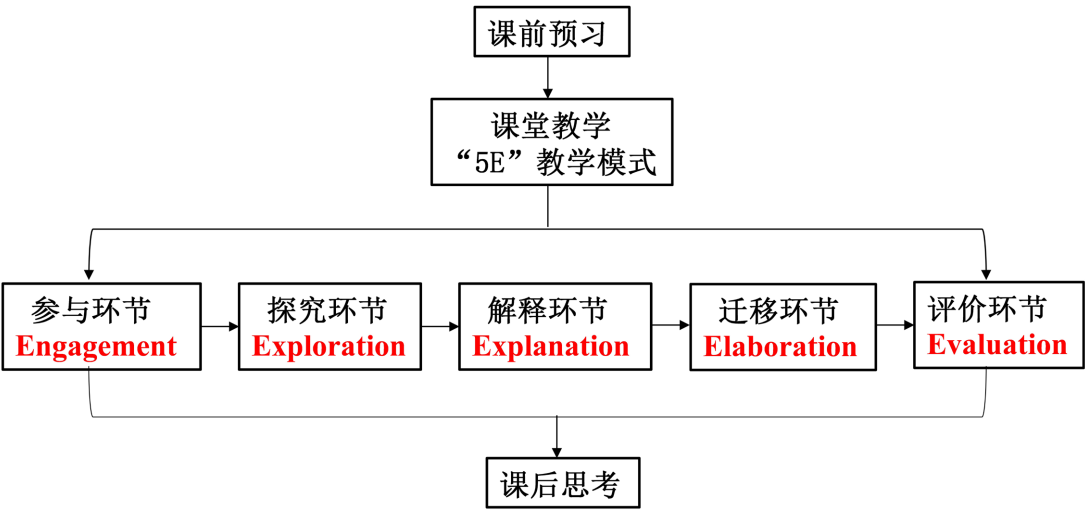


Figure 1. Flowchart of integrating 5E teaching model into the blended teaching model of advanced mathematics
图 1. 5E 教学模式融入高等数学混合式教学模式的流程图

3. 5E 模式定积分的概念的教学设计

3.1. 学情分析

授课对象为优秀士兵保送一年级学员，通过问卷调查与学前诊断测试，我们获取了关于学员背景、学习基础、学习态度及能力等多方面的详细信息。

首先，从学员背景来看(图 2)，所有参与调查的学员均具备 5 年以上的工作经验。在学历构成上(图 3)，高中毕业生占比近半，函授大专学历者占 20%，中专及以下学历者则占 32%。这一学历分布反映了学员们在教育背景上的多样性。

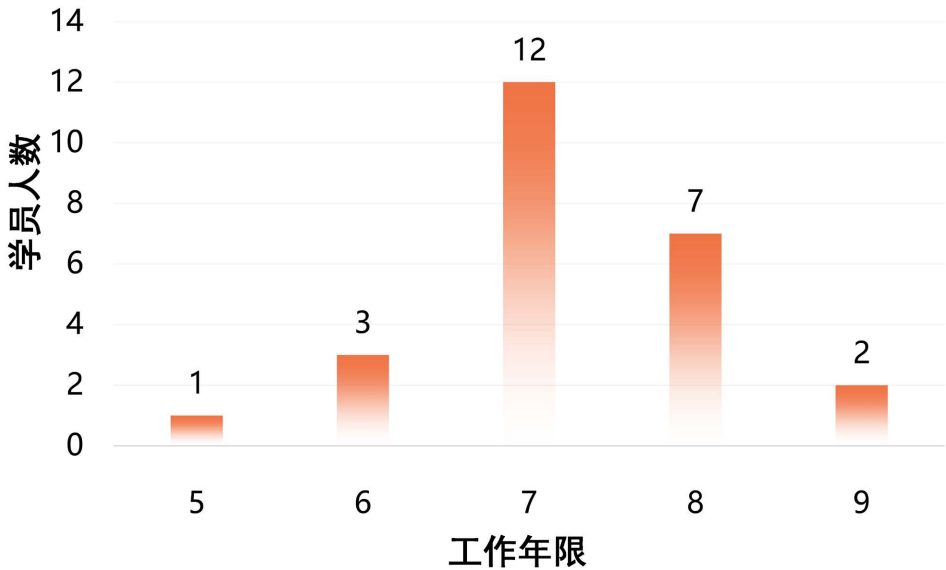
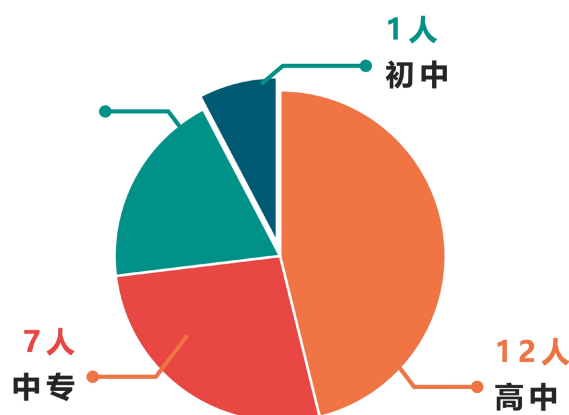


Figure 2. Distribution of work experience among students
图 2. 学员的工作年限分布



学员的学前学历分析

Figure 3. Distribution of pre-enrollment academic qualifications of students

图 3. 学员的学前学历分布

从学前诊断测试(图 4), 我们发现大部分学员在初等数学知识掌握上存在明显不足, 未达到本课程先修课程的教学要求。即数学基础上存在断层, 基础薄弱、差异显著。然而, 学员在学习特征上展现出一定优势。他们在多年后重返校园, 学习态度普遍端正, 对直观的学习内容接受度较高, 具有强烈的表现欲, 乐于参与“练中学, 学中练”的学习活动。丰富的基层工作经历也为他们带来了多样的学习专长, 如空间想象力、动手操作能力以及出色的小组合作能力。同时也发现, 学员们在学习习惯和认知上存在一些不足。多数学员缺乏自主学习能力, 未形成良好的课前预习和课后复习习惯, 对数学在未来工作中的应用价值认识有限, 对知识的产生过程缺乏关注。

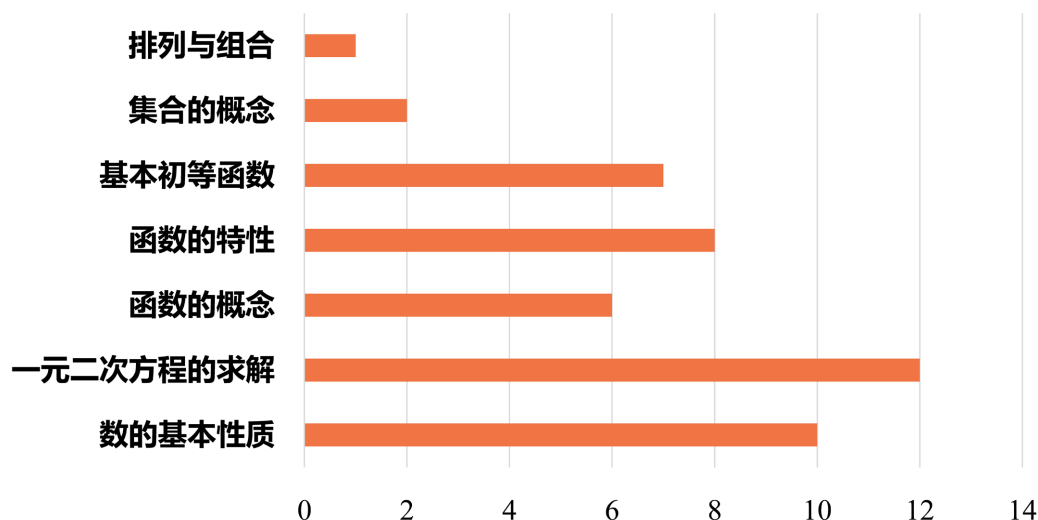


Figure 4. Distribution of preschool knowledge acquired by students

图 4. 学员的学前知识掌握分布

从学习障碍方面(图 5), 学员们普遍存在畏难心理, 难以运用数学语言进行问题描述和解决。新旧知识的干扰也导致他们在概念理解上容易混淆, 计算能力相对较弱。

《应用数学》学前问卷调查

添加问卷说明

* 1.你在课前有预习新课的习惯吗

☐ 有

☐ 无

☐ 偶尔

* 2.你是否对应用数学课程感兴趣

☐ 不感兴趣

☐ 比较感兴趣

☐ 非常感兴趣

* 3.课堂上你喜欢什么样的学习方式?

☐ 老师讲，我听

☐ 练中学，学中练

☐ 自主学习

* 4.你上课的注意力能集中多少分钟?

Figure 5. Questionnaire
图 5. 问卷调查

3.2. 教学目标

知识目标	1. 学生能够利用微元法思想，求解曲边梯形的面积及变速直线运动的路程； 2. 学生通过对两个引例的探究学习，能够自主抽象出定积分的概念； 3. 学生能够利用定积分的概念进行相关题目的计算； 4. 能利用定积分的几何意义计算或简化某些函数的定积分。
能力目标	1. 创设问题情境，引导学生探究曲边梯形面积和变速直线运动路程的计算方法，培养学生分析问题解决问题的能力； 2. 通过类比“割圆术”的方法，培养学生类比分析的能力。
情感目标	1. 通过回顾“割圆术”，增强学生的民族自豪感和文化自信； 2. 通过定积分的定义的建构，揭示了辩证唯物主义思想中量变到质变的本质规律，引导学员在学习的过程中不断地积累，实现人生的价值； 3. 通过定积分概念的建立过程，体会“化整为零、积零为整”的数学思想。

3.3. 教学重点和难点

教学重点：定积分概念的建立过程以及定积分中体现的“化整为零、积零为整”的数学思想。

教学难点：从两个具体实例中归纳总结进而抽象出定积分的概念；定积分的本质的理解和应用。

结合“定积分的概念”教学内容的特点，基于 5E 教学模式融入高等数学混合式教学活动设计框架设计了教学流程图，如图 6 所示：

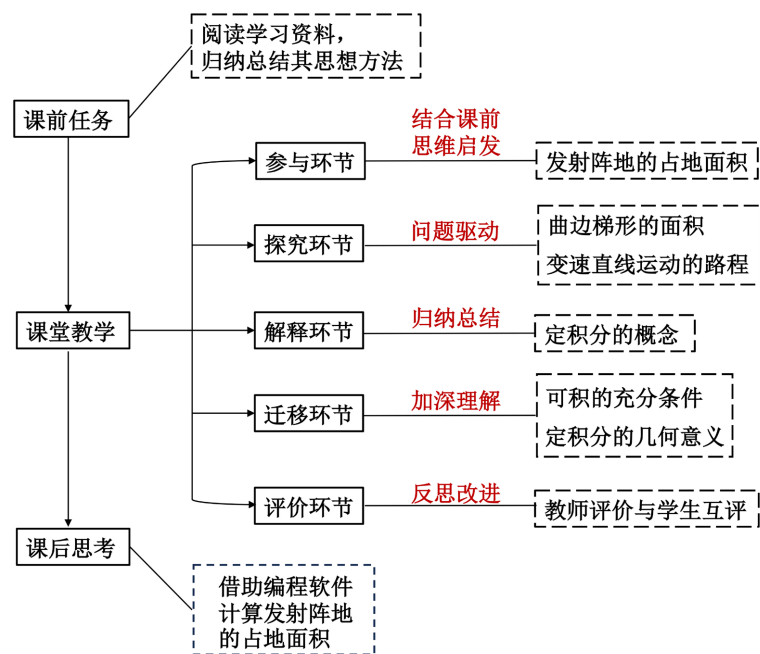


Figure 6. Flowchart for the teaching design of “Concept of Definite Integral”
图 6. “定积分的概念”的教学设计流程图

3.4. 具体实施

3.4.1. 课前任务

教师发布预习内容，以小组为单位，完成任务[6]。
任务 1 查询刘徽的“割圆术”，讨论“割圆术”的方法和思想；
任务 2 查询阿基米德对弓形面积的研究，讨论其方法和思想；
任务 3 归纳总结数学家们研究曲边所围成图形面积的方法和思想。

3.4.2. 课堂教学

(1) 参与环节(Engagement)

创设问题情境：在航空照相侦察面前，军事行动几乎没有太多的秘密可言，某发射阵地(如下图所示)需使用伪装网进行伪装，这就需要知道发射阵地的占地面积，该如何计算呢？借助对实际问题的分析，引出曲边围成图形的面积计算问题。为了探究面积问题，我们需要利用课前任务所蕴含的知识结合科学的推理，找出一条解决路径，即用规则的图形(比如三角形、长方形等)去近似曲线围成图形的面积。

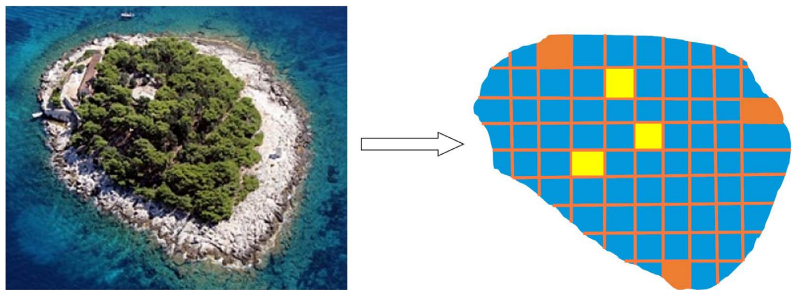


Figure 7. Segmentation
图 7. 分割

解决思路：使用打格子的方式将大面积分割为若干个小面积(如图 7 所示)，面积具有可加性，分割后得到若干规则图形(矩形)和带有曲边的不规则图形(引入曲边梯形定义)，最终，将问题转化为求曲边梯形的面积。

(2) 探究环节(Exploration)

问题 1：如何计算曲边梯形的面积？

引导 1：能否用矩形的面积直接来近似曲边梯形的面积？

解决思路：使用绘图软件 GeoGebra 进行动态演示(图 8)，每个小曲边梯形的面积近似等于对应的小矩形的面积，所以大曲边梯形的面积近似等于 n 个小矩形的面积之和。

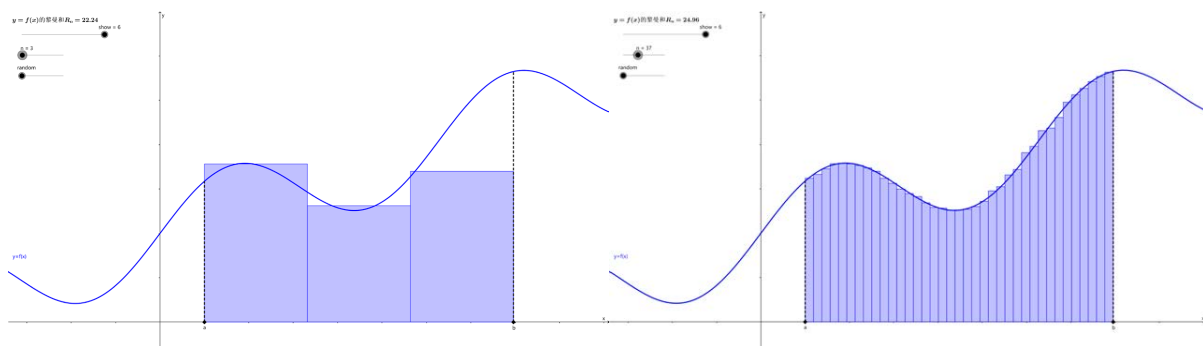


Figure 8. Approximation 1

图 8. 近似 1

问题 2：这里的分割能否等价地认为将曲边梯形分割成若干个全等的小曲边梯形？[7]

解决思路：使用绘图软件 GeoGebra 进行动态演示(图 9)，使用不同的分割方式，最终得出的面积和是近似的。学生通过观察发现均分不是必要的。用小矩形面积近似代替小曲边梯形面积，要使误差小，需要的是小曲边梯形足够小，但是不管分割得有多细，始终有误差。

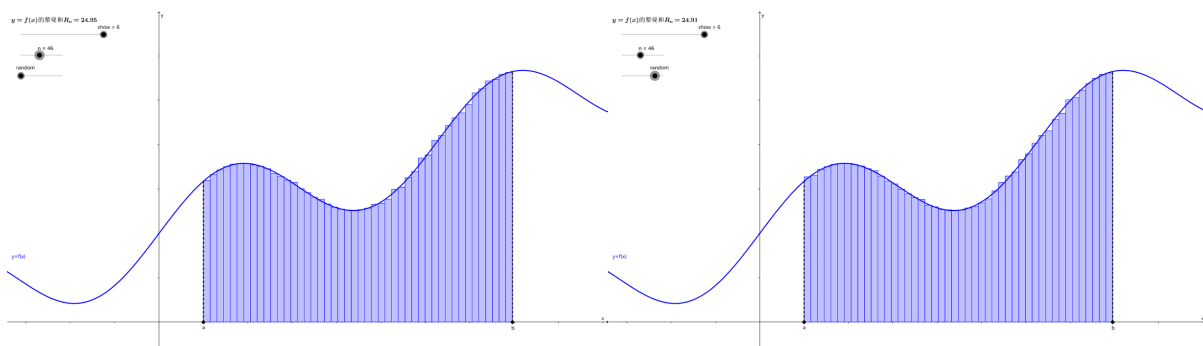


Figure 9. Approximation 2

图 9. 近似 2

问题 3：如何由近似到精确呢？

引导 2：借助极限的思想，对曲边无限细分，使得每个小区间的长度都无限趋于 0。

解决思路：与学生提问互动，发现大部分学生认为令 n 趋于无穷等价于无限细分，通过举反例说明这种观点是错误的，只做到了无限没有做到细分。进一步进行引导，得出正确答案。取极限的过程体现了数学的严谨性，循序渐进借助图形帮助学生理解极限的思想，同时揭示了辩证唯物主义思想中量变到质变的本质规律，引导学员在学习的过程中只有不断的积累，才能实现人生的价值。

通过上述分析, 计算曲边梯形的面积所采用的方法简称为“分割、近似、求和、取极限。”

问题 4: 如何计算变速直线运动的路程。

引导 3: 问题的难点在于速度是不断发生变化的。

解决思路: 类比计算曲边梯形面积的方法, 分组讨论再进行汇报。

在此环节中, 教师需要给予学生一定的自由度进行观点阐述, 在各种观点的相互碰撞和教师的恰当引导下, 学生的思考方向和答案会更接近于问题的本质。

(3) 解释环节(Explanation)

进一步引导学生归纳总结两个典型例子求解过程中的相似之处:

① 从讨论对象来看: 不管是曲边还是变速, 它们都是非均匀变化的量, 并且, 所计算的量都具有可加性;

② 从解决问题的方法来看: 在求解的过程中, 都遵守“分割、近似、求和、取极限”这四个步骤;

③ 从得到的结果来看: 最后得到的结构式是相同的, 都是特殊和式的极限。

由于“曲边梯形的面积”和“变速直线运动路程”的问题求解蕴含着丰富的哲学思想, 在探究协作的过程中培养学员“化大为小”, “化难为易”解决问题的思维方式。分很好理解, 就是把一个整体分成若干个小部分, 这实际上就体现了化整为零的思想, 在现实生活中, 当宏观不好处理时转化为微观, 化难为易, 逐一攻破; 关键是近似, 即在局部范围内把不均匀变化看成均匀变化, 求部分量的近似值; 求和, 则是把每个部分量的近似值累加求和; 而取极限, 就是由近似到精确。事实上, 生活中有许多问题可以这样解决, 变力沿直线做功, 密度分布不均匀的直线棒的质量等都是非均匀分布量的求和问题, 抛开它们的实际背景, 抓住它们在数量关系上的共性, 我们就建立了定积分的概念。在总结的过程中, 注重培养学生逻辑思维、总结、归纳的能力。

(4) 迁移环节(Elaboration)

问题 5: 能否用定义判断函数是否可积?

解决思路: 因为我们不可能列出所有的分割和取点方式, 所以用定义去判断可积是复杂甚至是不可能的。

问题 6: 那么当函数满足什么条件时, 这个极限是存在的, 即函数是可积的?

解决思路: 剖析定义得出可积的必要条件, 即积分区间有限, 被积函数有界; 结合引例给出函数可积的第一充分条件: 连续, 逐步递进, 启发学员思考: 把定理中的条件弱化, 函数不连续时是否有可能是可积的? 通过几何直观引导学员逐步得出第二个可积的充分条件, 更加符合学员的认知规律, 提高他们的知识建构能力。

设计应用多层次的习题, 采用先练后讲的方式, 帮助学员学会应用, 实现知识的内化迁移。

习题 1: 计算由函数 $y = x^2$, $y = 0$ 以及 $x = 1$ 所围成图形的面积。

设计意图: 巩固强化学员对“分割、近似、求和、取极限”定积分定义中这四步的理解, 并引出如何利用定义求函数的定积分, 这是对定义的再剖析。

习题 2: 计算定积分 $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ 。

设计意图: 强调定积分的几何意义是曲面梯形面积的代数和, 不是曲面梯形的面积, 启发学员发现可以利用几何意义简化计算。

(5) 评价环节(Evaluation)

借助雨课堂平台, 教师可以得到学生课堂参与度和习题准确度的形成性评价, 在课堂提问互动环节中, 教师可以观察学生如何运用定积分的概念和几何意义来解决问题, 并且在小组活动中, 小组成员互相评价可以生成学生自评结果, 全面评估学生的学习效果和综合素质。通过评价环节, 教师能够得到有

效的课堂效果反馈，有利于开展后续教学的安排和改进。

课后思考：

思考题 1 曲线 $y = \sin x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上与 x 轴所围的面积为 $\int_0^{2\pi} \sin x dx$ ，判断对错。

思考题 2 假设发射阵地如图所示，并已知在该坐标系下区域 $S_1 \sim S_4$ 的边界函数分别为

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{4}{1875}x^4 + \frac{11}{150}x^3 - \frac{23}{30}x^2 + \frac{31}{15}x + 20 \\ y_2 = -\frac{79}{113400}x^4 - \frac{2327}{113400}x^3 - \frac{407}{2100}x^2 - \frac{76}{315}x + 20 \\ y_3 = \frac{421}{453600}x^4 + \frac{4169}{151200}x^3 + \frac{19307}{75600}x^2 + \frac{5711}{11340}x - 20 \\ y_4 = \frac{1033}{990080}x^4 + \frac{497691}{2970240}x^3 + \frac{8921}{29120}x^2 - \frac{233605}{74256}x - 20 \end{cases}$$

试计算发射阵地的占地面积[8]。

在解决上述思考题的过程中，可以让学生在加深理解定积分概念本质内涵的基础上，进一步了解定积分的实际应用，以及为下次课的授课内容牛顿 - 莱布尼兹公式埋下伏笔。

4. 教学实施效果分析

本次《定积分的概念》的教学设计符合本层次学生的认知规律和教学要求，在课堂教学的过程中，教师可明显感受到学生学习数学的兴趣和主动性明显增强[9]。为了科学评估教学效果，我们采用了对照试验的方法，精心设置了两组数量相同的学生群体并配备同一位教师进行教学和指导。在试验过程中，两组学生使用的教学大纲，教材和授课学时保持完全一致。对比往届学生的学习表现进行细致分析，我们能够更准确地衡量当前教学策略的成效，旨在揭示潜在的教学改进空间。通过量化后的数据，可以看出 5E 教学模式在多个关键指标上相较于传统教学模式表现出了显著的优势。在客观题正确率、课堂活跃度、课堂平均分、课后作业完成情况和单元测试平均分等方面，5E 教学模式的数值均高于传统教学模式，这表明基于 5E 教学模式下，学生能够更好地掌握和应用所学知识，同时在课堂上的参与度和积极性也更高。具体来看，客观题正确率的提升说明了 5E 教学模式在加深学生对知识点的理解和记忆方面具有优势；课堂活跃度的提高则可能源于 5E 教学模式更注重学生的自主建构能力和探究能力，使得学生能够更加积极地参与到课堂中来；而课堂平均分、课后作业完成情况和单元测试平均分的提升，则进一步验证了 5E 教学模式在提高学生学习效果方面的有效性(表 1)。

Table 1. Comparison of teaching effectiveness: Traditional Teaching Mode vs. 5E Instructional Model
表 1. 基于传统教学模式教学效果 VS 5E 教学模式效果

传统教学模式		5E 教学模式	
客观题正确率	62.4%	客观题正确率	81.5%
课堂活跃度	15	课堂活跃度	21
课堂平均分	71	课堂平均分	82
课后作业完成情况	78	课后作业完成情况	89
单元测试平均分	63	单元测试平均分	76
期末考试平均分	67	期末考试平均分	79

5. 结语

本次课采用 5E 教学模式融入混合式教学，即将教学内容置于实际或临近实际的情境中，引导学生借

助于情境中的各种信息去发现问题、形成问题, 并进行探究, 在探究的过程中教师要给学生提供适当的“支架”(学习材料, 试验器材等), 采取软件绘图的方式, 数形结合化抽象理解为直观演示, 把教学的重点由知识全面系统讲授变为以帮助学生自主探索的引导讲授, 藉此为教师进行概念界定提供了有利条件。通过 5E 教学模式应用于定积分概念的教学设计, 不仅能够激发学生的学习兴趣, 促进其对定积分深刻理解的构建, 还能有效提升其数学应用能力和创新思维能力。这种教学模式注重学生的主体性和探究性学习的重要性, 通过吸引、探究、解释、迁移和评价五个阶段的教学过程, 帮助学生深入理解定积分的本质及其在解决实际问题中的应用。未来研究可进一步探索如何在不同学生群体中优化该教学模式, 以及如何利用信息技术工具丰富教学手段, 进一步提升教学效果。同时, 教师也应不断反思和改进自己的教学实践, 以适应不同学生的学习需求和发展特点。

基金项目

火箭军工程大学 2024 年度教育教学理论研究课题(HJJKT-B2024012)。

参考文献

- [1] 马雄. “5E”教学模式初中数学概念教学实践研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆三峡学院, 2024.
- [2] 史秋月. 融入 STEAM 教育和“5E”教学模式的初中数学混合式教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 黄冈: 黄冈师范学院, 2024.
- [3] 张惠晴, 邢红军. 基于跨学科主题学习的“5E”教学设计——以“磁场对通电导线的作用力”为例[J]. 物理教师, 2024, 45(4): 13-16+20.
- [4] 吴成军, 张敏. 美国生物学“5E”教学模式的内涵、实例及其本质特征[J]. 课程·教材·教法, 2010, 30(6): 108-112.
- [5] 谭爽. 指向深度学习的高校“混合式教学”模式构建[J]. 中国高等教育, 2019(6): 51-53.
- [6] 刘兴伟, 闫英男. 基于“BOPPPS + 核心素养”教学模式的微课教学设计——以“定积分的概念”为例[J]. 科技风, 2024(8): 79-81.
- [7] 陈丽珍. 从解决背景问题中抽离关键因素的教学设计——以“定积分的概念”的教学为例[J]. 中国多媒体与网络教学学报(上旬刊), 2023(3): 189-192.
- [8] 但琦. 高等数学军事应用案例[M]. 北京: 国防工业出版社, 2017: 62-64.
- [9] 田进凤. 高等数学教学中课程思政的教学实施——以《定积分的概念》为例[J]. 高等数学研究, 2022, 25(6): 87-90.