

初中数学教材“二元一次方程组”内容比较分析

——以人教版、北师大版、苏教版为例

廖文婷, 索雨欣, 何春玲*

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年1月27日; 录用日期: 2024年4月1日; 发布日期: 2024年4月10日

摘要

二元一次方程组在数学中占有着非常重要的地位和作用, 同时作为数与代数领域里方程与不等式主题的知识点, 揭示了数学中最基本的数量关系, 作为一类应用广泛的数学工具。本文将通过文献研究法、比较研究法以及统计法, 从内容和习题两个层面对三本教材进行比较分析, 发现在章前页、内容编排、呈现方式和习题等方面中存在着相同点和不同点, 整合三版教材的相同点和不同点, 使三个版本都能作为教师的课堂教学有力支撑。

关键词

初中数学教材, 二元一次方程组, 比较分析

Comparative Analysis of Junior High School Mathematics Textbook “System of Quadratic Equations”

—Taking the People’s Education Edition, the Beijing Normal Education Edition, and the Suzhou Education Edition as Examples

Wenting Liao, Yuxin Suo, Chunling He*

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jan. 27th, 2024; accepted: Apr. 1st, 2024; published: Apr. 10th, 2024

*通讯作者。

文章引用: 廖文婷, 索雨欣, 何春玲. 初中数学教材“二元一次方程组”内容比较分析[J]. 创新教育研究, 2024, 12(4): 52-58. DOI: 10.12677/ces.2024.124177

Abstract

The system of quadratic equations occupies a very important position and role in mathematics, and as a knowledge point of the topic of equations and inequalities in the field of mathematics and algebra, it reveals the most basic quantitative relationships in mathematics, and serves as a kind of mathematical tool with a wide range of applications. In this paper, we will compare and analyze the three textbooks in terms of content and exercises through literature research, comparative research and statistics, and find out the similarities and differences in the pre-chapter page, content arrangement, presentation and exercises, etc., so as to integrate the similarities and differences of the three versions of the textbook, and to make all the three versions serve as a powerful support for teachers' classroom teaching.

Keywords

Junior High School Mathematics Textbooks, System of Quadratic Equations, Comparative Analysis

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 提出问题

由于《基础教育课程改革纲要(试行)》的颁布实施,我国义务教育阶段初中数学教材从“一纲一本”转变成“一纲多本”,不同地区的数学教材体现着不同的特点[1]。教材是老师教、学生学的重要参考书,它是传授知识的重要媒介,也是课堂上最重要的参考材料,它对老师的教学、对学生的学习都起着重要的作用,对教材进行对比,能够起到厘清教材内容编排逻辑和优化教学的重要作用[2]。目前我国各地出版社编写的共有 12 个版本的初中数学教材,其中根据《义务教育数学课程标准(2011 年版)》编写的北师大版、苏教版和人教版教材在我国应用尤为广泛。《义务教育数学课程标准(2022 年版)》(以下简称“新课标”)将课程内容划分为:数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个部分,二元一次方程组在数学中占有着非常重要的地位和作用,同时作为数与代数领域里方程与不等式主题的知识点,揭示了数学中最基本的数量关系,作为一类应用广泛的数学工具[3]。

以北师大版、苏教版和人教版教材中的“二元一次方程组”章节为研究对象。在内容的层面上,从章前页、内容编排、呈现方式三个方面进行比较分析,在习题的层面上,从数量和类型上进行比较分析。基于“二元一次方程组”内容的比较,整合三版教材的相同点和不同点,使三个版本都能作为教师的课堂教学有力支撑。

2. 三版教材中“二元一次方程组”的内容对比

2.1. “二元一次方程组”中教材章前页的对比

人教版“二元一次方程组”的章前页介绍篮球联赛规则,胜一场得 2 分,负一场得 1 分,根据队伍在 10 场比赛中得到 16 分,要求设两个未知数来探讨队伍胜负场数如何求的问题,从而引出二元一次方程组的概念,在此基础上,延伸出解二元一次方程组的方法和消元的思想方法,在章前页中,附上了一群男生打篮球的图片和统计胜负次数及二元一次方程组的表格,图片和表格契合问题提出。

北师大版“二元一次方程组”的章前页介绍鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，求解鸡兔各有多少的问题，且在章前页中，主题图在一幅反映古代农家生活的画面上呈现了我国古算名题“鸡兔同笼”，旨在暗示我国古代数学的杰出成就，同时激发学生学习的兴趣，而下方展示的方程组及其图像，则展现了二元一次方程组的多种解法以及方程与函数之间的关系[4]。章前页文字旨在阐述方程组的重要性和应用，通过图片、函数图像和表达式清晰地呈现出本章的知识点，学习目标明确告诉学生本章内容的重点。鸡兔同笼问题是小学已经学过的内容，从已知的内容引到新知识，更好的引导学生学习新知识[5]。

苏教版教材的章前页介绍两个问题和二元与一元之间的关系，一个是鸡兔同笼问题，和北师大版教材章前页题目是一样的，另一个是环保知识竞赛，答对一题得4分，答错一题扣1分，第一问是答对5道和答错5道得多少分，第二问是回答10个问题得25分，求答对和答错分别多少道题，且附了鸡兔同笼、环保知识竞赛图片和二元一次方程组表达式，与问题相对应，从已学过的内容和生活实际问题两个方面出发，引出二元一次方程组的概念。

综上所述，三版教材均是以情境问题导入新知识，帮助学生理解新知识，使学生更沉浸在新的知识教学里，从而引出二元一次方程组的概念，在此基础上，继而涉及到求解二元一次方程组的方法和消元的思想方法。三版教材的章前页设计各有各的特点，值得分析。

2.2. “二元一次方程组”中内容编排的对比

通过对三版教材二元一次方程组章节进行比较，得出其编排情况，如表1所示。由表1可知，三版教材呈现出相同点和不同点，其相同点是：三版教材按照从二元一次方程组→解二元一次方程组→三元一次方程组的顺序进行教学，符合学生的认知发展水平，使学生对于新知识更容易理解。不同点在于：一是，安排的学段不一致，北师大版二元一次方程组内容安排在八年级上册，放在一次函数之后，而苏教版和人教版都安排在七年级下册，苏教版放在一元一次不等式之前，人教版放在不等式与不等式组之前；二是，编排的节数不同，三本教材在此内容的编排处理有一些差异，人教版和苏教版教材有七节内容，北师大版教材有十节内容；三是，在内容排布上，一方面，苏教版教材单独设立了一节二元一次方程的内容，而人教版和北师大版教材将其融入二元一次方程组的内容里，人教版和苏教版教材里的用二元一次方程组解决实际问题是一节内容，而北师大版教材将这节内容拆分成三节内容，北师大版本教材涉及到了一次函数的内容，而人教版和苏教版教材均未涉及此内容，另一方面，苏教版教材里的三元一次方程组内容安排在用二元一次方程组解决问题内容之前，而人教版和北师大版教材里的三元一次方程组内容安排在用二元一次方程组解决问题内容之后，三版教材在三元一次方程组内容编排逻辑顺序上，有所差异，还有一方面，人教版教科书在编排结构中额外增设了“阅读与思考”部分，这一部分在北师大版和苏教版中被纳入了“读一读”环节，人教版教材在“阅读与思考”内容中，巧妙地将数学史融入其中，不仅让学生领略到中国古代数学文化的独特魅力，还在一定程度上培养了学生的民族自尊心和自豪感。

Table 1. Organization of the content of the sections on systems of quadratic equations in the three editions of the textbook
表 1. 三版教材二元一次方程组章节的内容编排

人教版	北师大版	苏教版
七年级下册第八章	八年级上册第五章	七年级下册第十章
8.1 二元一次方程组	1 认识二元一次方程组	10.1 二元一次方程
8.2 消元——解二元一次方程组	2 求解二元一次方程组	10.2 二元一次方程组

续表

8.3 实际问题与二元一次方程组	3 应用二元一次方程组——鸡兔同笼	10.3 解二元一次方程组
8.4 三元一次方程组的解法	4 应用二元一次方程组——增收节支	10.4 三元一次方程组
阅读与思考一次方程组的古今表示及解法	5 应用二元一次方程组——里程碑上的数	10.5 用二元一次方程组解决问题
数学活动	6 二元一次方程与一次函数	数学活动算年龄
小结	7 用二元一次方程组确定一次函数表达式	小结与思考
复习题 8	8 三元一次方程组	复习题
	回顾与思考	
	复习题	

2.3. “二元一次方程组”中呈现方式的对比

从 2.2 部分可知，二元一次方程组、解二元一次方程组、用二元一次方程组解实际问题、三元一次方程组作为三个版本二元一次方程组章节的共同内容，不仅是二元一次方程组的重要内容，而且四者之间彼此联系。因此，下面以这四节内容着重进行对比分析。

在二元一次方程组的内容上，人教版教材是直接提出思考“引言中的问题包含了哪些必须同时满足的条件？设胜的场数是 x ，负的场数是 y ，你能用方程把这些条件表示出来吗？”通过思考，一步步的引导出二元一次方程的概念，在二元一次方程概念的基础上，直接延伸到二元一次方程组的概念；北师大版教材是通过两个情景问题给出二元一次方程概念，一个是求老牛和小马分别驮了多少包裹的问题，另一个问题是求分别有多少成人和儿童去了红山公园，“想一想”版块提出二元一次方程的概念，“议一议”版块在二元一次方程概念的基础上提出二元一次方程组的概念；苏教版教材是通过怎样描述该球队输、赢场数与积分之间的相等问题和怎样描述该球员投中的两分球、三分球个数与得分之间的相等问题，“试一试”版块提供思考思路，“议一议”版块根据前面两个问题的表达式给出二元一次方程的概念，二元一次方程组的概念是在二元一次方程概念的基础上，通过鸡兔同笼问题呈现出来的。

在解二元一次方程组内容上，三版教材的呈现方式并没有太大区别，都是通过分析并解决问题导入，问题是承接前面内容所提及的，人教版教材是通过思考“上面的二元一次方程组 and 一元一次方程有什么关系？”给出思路，将解答过程进行分析，并将其归纳，呈现出消元思想，例 1 的目的是巩固对代入法的认识，例 2 是将列、解二元一次方程组结合起来，体现应用方程分析、解决问题的全过程，教材在此基础上，提出两个思考，引出加减消元法，将加减消元法的过程进行归纳，例 3 是加减消元法的变式训练，例 4 是将列、解二元一次方程组结合起来，体现应用方程分析、解决问题的全过程，同时加深和巩固对加减消元法解二元一次方程组的认识，最后对消元的方法进行总结；北师大版教材是先引导二元一次方程转化为一元一次方程，将其解答过程进行分析，初步感受代入消元法，通过层次递进的两个例题，进一步进行运用代入消元法的训练，最后将其所运用的方法进行整理，引例提供加减消元法的思路，例 3 和例 4 给出消元的不同方法解题，让学生体会解二元一次方程组的基本思路是消元，最后总结解方程组的基本思路和加减消元法的概念；苏教版教材是通过议一议、例 1 和“做一做”版块，初步体会代入消元法，并总结代入消元法概念，例 2、例 3 由易到难地让学生发现并掌握加减消元法。

在用二元一次方程组解实际问题这一节内容里，三版教材的呈现方式并没有什么区别，都是通过情境问题呈现，只是问题的情境不太一样，人教版是以牛饲料、土地面积、收益问题等实际例子，北师大版教材是以鸡兔同笼、以绳测井、增收节支、营养品原料、里程碑上的数等实际例子，苏教版教材是以

硬币游戏、接待旅客人数、废旧电池质量、产品生产问题、水费问题、纸盒个数问题、火车过桥问题等实际例子，三版的呈现方式并无太大差别。

在三元一次方程组内容里，三版教材在此节内容的呈现方式相像，都是以情景问题进行导入，根据情境问题所设的方程组，进行总结三元一次方程组的概念，通过情境问题得出解三元一次方程组的思路，而人教版教材与其他两个版本教材不同的是有额外的两个例题，对此内容进行一个巩固训练和变式练习。

3. “二元一次方程组”中习题的对比

3.1. “二元一次方程组”的习题数量对比

在习题编排上，三版教材里的题目大部分是以“1”“2”等数字命名的，而有些题目是含有“(1)”“(2)”等小问，所以，为了更好地统计习题数量，将其看作一道题来计数，分别从例题、练习题、习题和复习题四个方面进行统计，如表 2 所示。

Table 2. Number of exercises on systems of quadratic equations in the three editions of the textbook

表 2. 三版教材中二元一次方程组的习题数量

教材版本	人教版	北师大版	苏教版
例题	6	9	10
练习题	10	15	14
习题	28	35	21
复习题	11	20	16
合计	55	79	61

由表可得知，三版教材在习题设计上，呈现出一定的差异性。在习题的数量上，北师大版的题目最多，高达 79 道题，其次是苏教版 61 道题，最少的是人教版 55 道题；在例题数方面，苏教版的例题最多，其次是北师大版，最少的是人教版；在练习题数方面，北师大版最多，其次是苏教版，人教版最少；在习题数方面，北师大版最多，其次是人教版，苏教版最少；在复习题方面，北师大版最多，其次是苏教版，人教版最少。由此可看出，在设计习题时，北师大版更加关注习题的数量，体现出注重学生课后对所学内容的适时训练。但是从教材的内容安排而言，习题数量多是合理的，但与其他两版教材相比，北师大版二元一次方程组内容章节较多。

3.2. “二元一次方程组”的习题类型对比

观察三版教材的习题，会发现人教版和北师大版教材将课后习题和复习题进行分类，而苏教版教材并没有将课后习题进行分类，现将课后习题和复习题的类型进行比较。

Table 3. Types of exercises in the system of quadratic equations section of the People’s Education Edition textbook

表 3. 人教版教材二元一次方程组部分习题类型

	课后习题	复习题	总计
复习巩固	11	5	16
综合运用	12	3	15
拓广探索	5	3	8
总结	28	11	39

Table 4. Types of exercises in the system of quadratic equations part of the textbook of the Beijing Normal Education Edition
表 4. 北师大版教材二元一次方程组部分习题类型

	课后习题	复习题	总计
知识技能	10	4	14
数学理解	8	3	11
问题解决	14	12	26
联系拓广	2	1	3
总计	34	20	54

Table 5. Types of exercises in the system of quadratic equations section of the Suzhou Education Edition
表 5. 苏教版教材二元一次方程组部分习题类型

	复习题
复习巩固	11
灵活运用	2
探索研究	3
总计	15

根据表 3~5 的内容，可以得出，人教版教材的课后习题内容分为复习巩固、综合运用和拓广探索，北师大版教材的课后习题内容分为知识技能、数学理解、问题解决和联系拓广，苏教版只有课后习题内容分为复习巩固、灵活运用、探索研究。三个版本教材在习题类型分类的名称虽然不相同，但是其目的和大致方向都是一样的，每个层次的难度呈递进增加。三个版本教材的题型比较单调，三个版本教材的习题都是以计算题、解答题为主，注重数学思想和推理能力、模型观念的培养。

4. 总结及启示

三本教材在内容和习题两个层面进行比较，在内容层面里，首先在章前页中，三本教材均以情境问题导入，情境问题、图像等设计都有着自己的特色，吸引学生对所学内容的好奇心和兴趣；其次在编排中，三本教材安排学段不一致，北师大版教材的编排节数较细致，展示知识点的方式更为直观清晰，人教版和苏教版教材编排节数较笼统，三本教材按照一样的顺序进行教学，符合学生的认知发展规律，有效帮助学生所学内容，尽管三本教材遵循了相似的教学脉络，但逻辑顺序上表现出明显的差异，三元一次方程组内容编排逻辑顺序不同，三本教材在“阅读与思考”部分的处理不太相同，人教版教材涉及到数学史，北师大版和苏教版教材均涉及到生活中的例子；最后，三本教材在呈现方式上有所不同，存在着一些细节处理不同，均以情境问题进行呈现。在习题层面里，三本教材在习题数量和类型中差异不大，均是难度呈递进增加，均以计算题、解答题为主，注重数学思想和推理能力、模型观念的培养。

这些在教材之间存在的差异，反映了不同编写团队的教育理念和他们对于教学重点的不同想法，对于这些差异，我们可以通过这些比较，从而思考对此内容，如何更好地进行理解，要善于观察与分析，总结出更加高效的授课顺序和策略。通过对各个版本教材特点的认识，找到各版本教材所强调的独特之处，能在未来的教学实践中更好地把握教学的重难点，深入理解各个版本教材的优缺点，有助于我们在教学过程中有效地借鉴和补足，将各个版本教材的特色相融合，创造出更具特色和吸引力的教学内容。此外研究过程中还存在着一些不足之处，内容主体是初中二元一次方程组的内容，而没有足够地探讨与其他初中知识点的联系点，比如整式内容在函数等方面的关联，也忽略了二元一次方程组内容与其他学

科内容之间的联系性。希望各位教师能够全面深入地理解教材，有效地整合课程资源，以优化教学流程，为学生提供更高质量的教育服务，进而提升整体教学效率。

参考文献

- [1] 王声平. 一纲多本: 存在的问题对策与建议[J]. 兵团教育学院学报, 2012, 22(3): 70-73+84.
- [2] 杨正朝. 三版初中数学教材中“实数”内容的对比研究[J]. 中学数学教学, 2023(5): 6-9.
- [3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [4] 曹建联, 李翠, 白英, 崔杨. 浅谈数学史融入课堂教学的有效途径[J]. 数学学习与研究, 2022(4): 146-148.
- [5] 洪燕君. 基于义务教育数学课程标准的核心素养的理解与实施——访谈史宁中教授[J]. 数学教育学报, 2023, 32(3): 64-67.