Creative Education Studies 创新教育研究, 2024, 12(5), 67-72
Published Online May 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2024.125252

Hans汉斯

线性代数课程思政的案例教学探究

李红霞

上海海事大学理学院，上海

收稿日期：2024年3月8日；录用日期：2024年4月29日；发布日期：2024年5月6日

摘　要

本文对线性代数课程思政的案例教学进行探究。以社会关注的热点问题——共享单车的合理投放为例，从背景介绍、问题导入、问题分析、问题解决、问题延伸的角度，分别对其中的思政元素进行深入挖掘，并潜移默化地融入到课程教学，从而将价值塑造、知识传授和能力培养融为一体，落实立德树人根本任务。

关键词

线性代数，课程思政，案例教学

Research on Case Teaching of Ideological and Political Education in Linear Algebra Course

Hongxia Li

College of Science, Shanghai Maritime University, Shanghai

Received: Mar. 8th, 2024; accepted: Apr. 29th, 2024; published: May 6th, 2024

Abstract

This article explores the case teaching of ideological and political education in linear algebra courses. Taking the hot topic of social concern—the reasonable placement of shared bicycles—as an example, from the perspectives of background introduction, problem introduction, problem analysis, problem solving, and problem extension, we will deeply explore the ideological and political elements in them, and subtly integrate them into curriculum teaching, thus integrating value shaping, knowledge transmission, and ability cultivation, and implementing the fundamental task of moral education.

文章引用: 李红霞. 线性代数课程思政的案例教学探究[J]. 创新教育研究, 2024, 12(5): 67-72.
DOI: 10.12677/ces.2024.125252

Keywords

Linear Algebra, Course Ideological and Political Education, Case Teaching

1. 引言

全面推进课程思政建设，就是要寓价值观引导于知识传授和能力培养之中，帮助学生塑造正确的世界观、人生观、价值观。依据《高等学校课程思政建设指导纲要》，各类课程都应与思政课程同向同行，形成协同效应，从而实现全员全程全方位育人。其中，公共基础课程在教学过程中，应注重在潜移默化中坚定学生理想信念、厚植爱国主义情怀、加强品德修养、增长知识见识、培养奋斗精神，提升学生综合素质。

线性代数作为各高等院校理工科院系以及经济管理等专业开设的一门数学公共基础课，课程受众面广，并为后续专业课程和其它数学基础课程的学习奠定基础。尤其随着信息技术的飞速发展，线性代数已被应用于物理、化学、生物、航天、经济、工程等各个领域。因此，存在诸多案例有待挖掘，这为案例教学提供坚实的基础。同时，工科院系往往更注重对学生应用能力的培养，而对理论公式的推演能力要求相对较低。因此，在课程教学中可以适当弱化定理、性质等的推导证明，引入课程相关的各领域案例，并将思政元素融入其中，使案例成为课程思政的载体，从而使学生在学习理论，了解应用的同时，接受到思政教育。最终达到润无形思政于有形案例之中的效果。

课程思政的案例教学意义重大。一方面，通过案例教学，可以提高学生数学学习的兴趣，提升学生的课程学习体验和学习效果，还可以激发学生思考和进行科学探究的欲望，拓展学生的视野。有助于培养问题出发－引入理论－解决问题，即 why-how-what 的创新思维方式。另一方面，通过思政元素的融入，可以潜移默化地使学生坚定民族自信心和深厚的家国情怀，培养科学探究精神和创新意识，增强社会责任感和使命感，树立辩证唯物的思想观念等，从而提升学生的综合素质。做到价值塑造、知识传授、能力培养的有机结合。在将全程育人、全方位育人的理念落实到实处的同时，对课堂教学改革也起到极大的促进作用。

2. 课程思政元素挖掘

线性代数的主要研究内容包括行列式、矩阵及其运算、矩阵的初等变换及线性方程组、向量组的线性相关性、相似矩阵及二次型。不论课程的体系设置，还是每一个知识点都蕴含着丰富的思政元素。例如：在课程体系设置上，线性代数的理论介绍是以线性方程组解的研究为主线展开的。行列式、矩阵的初等变换均是在求解线性方程组的过程中引入的概念；矩阵的秩的定义使得讨论线性方程组解的存在性和唯一性更加便捷；向量组的线性相关性的引入为确定线性方程组解的结构奠定了基础。因此，这些概念和理论并不是孤立的，线性方程组解的研究将其联系到一起，这也充分体现了马克思主义哲学的原理，即世界是普遍联系的整体，世界上没有任何一个事物或现象是孤立地存在的。由此可以引导学生在学习和生活中，应注重观察事物之间的联系。例如在学习每门课程时，应积极思考理论之间的联系，从而构建完整的知识体系框架，便于对知识的深入探索。此外，在课程的具体知识点中也蕴含着丰富的思政元素[1] [2] [3] [4]。

3. 案例中的思政元素分析

下面以矩阵的对角化理论为例，通过校园内共享单车投放问题，展示如何从案例背景介绍、问题导入、问题分析、问题解决、问题延伸等方面分别进行思政元素挖掘。最终，通过教学与思政的有机融合，达到协同育人的效果。

3.1. 案例背景介绍

我国古代的四大发明是中华民族的骄傲，它们不仅为我国也为世界各国的发展、进步起到了巨大作用。随着改革开放，以及科技的不断进步，“新四大发明”诞生。中国高铁成为连接世界的钢铁动脉，移动支付打造了无现金支付的便利，共享单车打通了出行最后一公里的障碍，网购带给人们便利快捷的购物体验。这些成果为中国带来了新的世界影响力。

思政分析：我国古代四大发明和“新四大发明”体现了古今中国人民的智慧和创造力。通过回顾历史，让同学们感受中国古老文明的魅力，激发同学们的民族自豪感。通过展示当代创新成果，使同学们坚定中国特色社会主义道路自信、理论自信、制度自信、文化自信，厚植爱国情怀。

教学设计：可请学生在课前查阅我国古代四大发明和“新四大发明”的诞生时间和应用，为课堂案例引入做好铺垫。

3.2. 问题导入

随着共享单车行业的发展，投放到市场上的单车数量激增。在国内很多高校校园中，同样投放了大量共享单车，为大学生的学习和生活提供便利。通过观察发现，单车主要流通在宿舍区、食堂、教学楼、图书馆和校园门口之间，那么共享单车在各个区域的数量分布从长期来看是否会达到平稳呢？当初始分布比例发生变化时，结果是否会发生改变？

思政分析：通过以学生比较熟悉的共享单车为案例，可以拉近学生与案例的距离，激发研究兴趣。从而引发学生对身边事物的观察与思考，培养发现问题的能力和科学探究精神。同时也提醒学生规范停车，培养规则意识，增强社会责任感。

教学设计：教学中，可通过照片展示各停车区的停车现状，更好地将学生带入问题情境。

3.3. 分析问题

为了研究方便，可假设校园内共享单车数量始终不变，且只在各主要停车区域之间流动。先确定单车每天由停车区 i 移动到停车区 j 的比例，以及各停车区的初始停车数据。建立迁移矩阵 $\boldsymbol{A}$ (即为马尔可夫矩阵)，由此得到第 k 天与第 $k+1$ 天各停车区的单车数量间的关系方程 $x_{k+1}=Ax_k\left(k=0,1,\cdots\right)$，其中 x_k 表示第 k 天时各停车区的停车数量占总数量的比例构成的向量。因此，

$$x_{k+1}=A^{k+1}x_0$$

显然，随着 k 趋向于无穷大，若 x_{k+1} 极限存在，则意味着各停车区的单车数量长期后会趋于稳定。

为了计算 $\boldsymbol{A}^{k+1}$，需考虑将 $\boldsymbol{A}$ 对角化，从而引出矩阵的对角化理论，具体包括：矩阵可对角化的定义、判定和具体解法。

思政分析：通过对问题的分析，引导学生如何抓住事物的主要矛盾，从复杂的现象中提取本质。体现了具体到抽象，现象到本质的辨证思想。分析的过程还有助于提升逻辑思维能力，建立科学的思想方法，可以培养初步的建模能力。由此引导学生在遇到困难和挫折时，要用理性的思维冷静分析，找出主要矛盾，一步一步去解决。此外，迁移模型和马尔可夫矩阵的引入，拓展了学生的知识面，并提升其科学探究的兴趣。

DOI: 10.12677/ces.2024.125252

教学设计：可利用启发式教学，引导学生一起分析如何把实际问题抽象为数学问题。

3.4. 解决问题

为方便计算，便于说理，设某高校的共享单车只在食堂区和教学区间流动，且共享单车总数不变。第一天时，食堂区与教学区的投放比例为$\alpha:(1-\alpha),(0<\alpha<1)$。设后面每天有60%的单车由食堂区转移到教学区，有70%的单车由教学区转移到食堂区。下面研究经过$k+1$天后，单车在两区域的分布情况。

具体解法：

(1) 构造迁移矩阵和初始向量

$$A=\begin{pmatrix}0.4 & 0.7\\ 0.6 & 0.3\end{pmatrix},\quad x_0=\begin{pmatrix}\alpha\\ 1-\alpha\end{pmatrix}$$

则$x_1=Ax_0,\cdots,\ x_{k+1}=Ax_k=\cdots=A^{k+1}x_0$。

(2) 将矩阵$\boldsymbol{A}$对角化，并求出$\boldsymbol{A}^{k+1}$

因为$x_{k+1}=A^{k+1}x_0$，要计算x_{k+1}，需计算$\boldsymbol{A}^{k+1}$。因此，可以先判断$\boldsymbol{A}$是否可以对角化，若可以则将其对角化。

由特征多项式

$$|A-\lambda E|=\begin{vmatrix}0.4-\lambda & 0.7\\ 0.6 & 0.3-\lambda\end{vmatrix}=(\lambda-1)(\lambda+0.3)$$

得特征值$\lambda_1=1,\lambda_2=-0.3$，相应的特征向量分别为$\xi_1=\begin{pmatrix}7\\6\end{pmatrix},\xi_2=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$。因特征值互不相同，$\boldsymbol{A}$可对角化，即存在可逆矩阵$P=(\xi_1,\xi_2)=\begin{pmatrix}7 & 1\\ 6 & -1\end{pmatrix}$，满足

$$P^{-1}AP=\Lambda=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -0.3\end{pmatrix}。$$

故

$$A^{k+1}=P\Lambda^{k+1}P^{-1}=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}7 & 1\\ 6 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & (-0.3)^{k+1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & -1\\ -6 & -7\end{pmatrix}$$
$$=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}-7-6\times(-0.3)^{k+1} & -7-7\times(-0.3)^{k+1}\\ -6+6\times(-0.3)^{k+1} & -6+7\times(-0.3)^{k+1}\end{pmatrix}$$

(3) 求向量x_{k+1}

$$x_{k+1}=A^{k+1}x_0=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}-7-6\times(-0.3)^{k+1} & -7-7\times(-0.3)^{k+1}\\ -6+6\times(-0.3)^{k+1} & -6+7\times(-0.3)^{k+1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\ 1-\alpha\end{pmatrix}$$

因为$\lim\limits_{k\to+\infty}(-0.3)^{k+1}=0$，所以$\lim\limits_{k\to+\infty}x_{k+1}=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}-7 & -7\\ -6 & -6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\ 1-\alpha\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{7}{13}\\ \frac{6}{13}\end{pmatrix}$。

特别地，当$k=4$时，

$$A^5=\frac{1}{13}\begin{pmatrix}7.01458 & 7.01701\\ 5.98542 & 5.98299\end{pmatrix}$$

则

$$x_5 = A^5 x_0 = \frac{1}{13}\begin{pmatrix} 7.01458 & 7.01701 \\ 5.98542 & 5.98299 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ 1-\alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{13}\begin{pmatrix} 7.01701 - 0.00243\alpha \\ 5.98299 + 0.00243\alpha \end{pmatrix}$$

因为 $0 < \alpha < 1$，所以

$$7.01458 < 7.01701 - 0.00243\alpha < 7.01701,$$

$$5.98299 < 5.98299 + 0.00243\alpha < 5.98542 。$$

可见，在单车总量不变，流通区域为两个固定区域，每天单车在各区域间流通比例保持不变的前提下，随着时间的推移，两区域的停车数量将趋于稳定，其比例为7:6。且此比例不受两区域初始停车数量的影响。特别地，不论初始停车比例如何，5 天后食堂区和教学区的单车分布之比已趋于稳定，其比值约为7:6。且随着 k 的增大，比值会越来越接近7:6。

现实生活中，受多种因素影响，例如：单车总量不断增加，流通区域复杂，单车随意停放，单车在各区域间的流通比例不固定等因素影响，会导致某些停车点出现投放不够合理的现象。为了改善这一现状，可以在确保使用的前提下，采取限制单车的市场投放量，设置固定停车区域并合理约束等办法。

思政分析：通过案例解决，即加深了学生对矩阵对角化理论的理解，也培养了分析能力、科学计算能力。学会用严谨的科学态度解决问题，培养初步的科研能力。通过亲自去探索生活中的数学奥秘，激发实践热情，培养探究精神，感受数学的抽象美、规律美。树立学好线性代数的信心，提升自我认同感。通过对单车数量分布的长期考虑，体会变与不变，量变与质变的辩证思想。同时教育学生遵守社会秩序、培养社会公德心。

教学设计：授课时，可引导学生建立迁移矩阵，并独立完成其特征值、特征向量的计算，对角化判定，探究 A^{k+1} 的表达式。其余部分由师生协作完成。

3.5. 问题延伸

(1) 若考虑多个停车区，该如何求解？此外，随着迁移矩阵阶数增加，手工求解特征值变得困难，需要借助软件完成。

(2) 引导学生思考：对于城市间的人口迁移，学生在各食堂间的流动问题是否可以使用该模型求解？此外，还有哪些问题也可以应用该模型？

思政分析：通过问题延伸，引发学生对解决实际问题的归类思考，自觉掌握现代化计算方法，具备数学建模的基本素养。通过小组调研讨论，培养学生的科学严谨态度和团队合作精神。

教学设计：授课时，可演示 matlab 软件计算特征值、特征向量的过程，鼓励学生自觉学习掌握现代化计算工具。请学生自选案例，分组讨论，通过调研获得数据完成建模，并作简短报告。

4. 实践反思

线性代数课程往往课时紧张，加之传统的课程教学更重理论轻应用，因此理论与应用常常脱节。在科技高速发展的今天，我们的教学不应再墨守成规，而应积极地与时俱进。思政案例作为载体，完美地将价值塑造、知识传授和能力培养融为一体。在传递知识、培养能力的同时，在培养积极正确的思想观念，并做好价值引导中发挥了不可替代的作用。当然，案例式思政教学要落实到实处，还有很多值得我们探索的方面。例如：如何利用课堂上有限的时间展示案例，并融思政于无形之中；如何针对各专业特色，设计相应思政案例，从而发挥更好的思政教学效果等，都需要授课教师积极探索，精心构思。

参考文献

[1] 杨威, 陈怀琛, 刘三阳, 高淑萍, 李兵斌. 大学数学类课程思政探索与实践: 以西安电子科技大学线性代数教学为例[J]. 大学教育, 2020(3): 77-79.

[2] 王淑霞, 阎欣华, 杜建卫. “线性代数”课程思政案例探索与实践[J]. 教育教学论坛, 2023(32): 98-101.

[3] 马巧云, 曹洁, 曹殿立. 基于课程思政的线性代数课程资源建设[J]. 大学教育, 2023(7): 118-121.

[4] 高月凤, 刘锡平. 线性代数课程思政教学方案设计与实践[J]. 大学数学, 2023, 39(3): 20-24.