

基于数值仿真的微波技术课程辅助教学改革研究

陈 召¹, 王艺霖¹, 侯志灵²

¹北京化工大学数理学院, 北京

²北京工业大学物理与光电工程学院, 北京

收稿日期: 2024年4月2日; 录用日期: 2024年5月1日; 发布日期: 2024年5月9日

摘 要

本文以微波技术课程的教学为平台, 在传统教学方法和内容改革的基础上, 利用COMSOL多物理场数值仿真软件对课程中抽象的物理概念进行图像化的辅助教学, 使学生深入理解微波技术中的相关概念和原理, 进而提高教学质量。同时也希望通过数值仿真的学习, 能够加强对学生多种思维方式的培养, 提高学习效率, 解决具体问题。除此之外, 文章还将基于数值仿真方法对有关微波技术理论的前沿课题进行研究进行相关介绍, 让学生了解所学与科研之间的关系, 为未来继续从事学术研究打下一定的基础。这对于提高高等学校重要课程的教学水平, 培养应用创新型人才具有重要实践价值。

关键词

数值仿真, 微波技术, 教学改革

Research on the Reform of Assisted Teaching of Microwave Technology Course Based on Numerical Simulation

Zhao Chen¹, Yilin Wang¹, Zhiling Hou²

¹College of Mathematics and Physics, Beijing University of Chemical Technology, Beijing

²School of Physics and Optoelectronic Engineering, Beijing University of Technology, Beijing

Received: Apr. 2nd, 2024; accepted: May 1st, 2024; published: May 9th, 2024

Abstract

Based on the teaching platform of the microwave technology course and the reform of traditional

文章引用: 陈召, 王艺霖, 侯志灵. 基于数值仿真的微波技术课程辅助教学改革研究[J]. 创新教育研究, 2024, 12(5): 257-264. DOI: 10.12677/ces.2024.125280

teaching methods and contents, this paper uses COMSOL Multiphysics numerical simulation software to carry out picture-assisted teaching of abstract physical concepts in the course, so that students can deeply understand the related concepts and principles of microwave technology, and thus improve the teaching quality. At the same time, it is also hoped that the study of numerical simulation can strengthen the training of students' various ways of thinking, improve learning efficiency, and solve specific problems. In addition, we will also introduce cutting-edge research on microwave technology based on numerical simulation, so that students can understand the relationship between what they have learned and scientific research, and lay a certain foundation for further academic research in the future. It is of great practical value to improve the teaching level of important courses in colleges and universities and cultivate innovative talents in application.

Keywords

Numerical Simulation, Microwave Technology, Reform in Education

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 背景

微波技术课程是我院电子科学与技术专业的一门专业必修课，也是一门理论性与工程性、实践性较强的课程。该课程提供了一套崭新的学习手段和方法，使学习者熟练掌握微波技术的基本原理、基本知识和基本技能，解决电子信息类工程领域的微波信号传输和功率分配等问题，为从事微波工程领域应用打下基础。其主要内容包括传输线理论、波导理论、微波网络、微波元件以及微波测量等[1] [2]。目前微波技术课程教学规定为 32 学时(含 6 个学时的实验)，在有限学时条件下，如何通过教学使学生对射频和微波基础知识的掌握达到一个相对完备的状态，既可以面向初步应用，同时又不失电磁场与微波技术理论的严谨性、规范性，这是对微波技术课程教师教学能力的一个挑战。除此之外，如何把握微波技术教学的广度和深度也是教学中需要考虑的问题。

目前，一些教学改革类的论文研究中，已经有将数值仿真方法运用于课程教学中，比如胡留现老师提出了数值模拟技术在本科工程力学课程教学中的应用[3]，利用仿真手段直观地向学生展现一些难以讲解清楚的现象；白洁老师提出了基于 COMSOL 软件的电磁兼容课程案例式教学设计[4]，通过仿真案例的可视化结果，可以让学生直观地理解电磁辐射和传导，并观察不同参数对电磁兼容性的影响；李根老师提出了基于数值仿真的隧道工程课程教改及实践[5]，利用数值仿真深入分析隧道工程中材料破坏本质，工程支护和稳定性评价以及采取相应的预测和防护措施等都有很积极的意义。通过数值仿真可以深刻理解许多单凭书本所无法理解的原理，特别是物理场中一些复杂的矢量特性。基于数值仿真的本科教学的应用一般是在工程应用相关的课程中，而在微波技术课程中的数值仿真教学还没有。由于微波技术课程中涉及不少的电磁场和电磁波理论以及一些电路理论，因此，如果能够通过数值仿真方法，将抽象的电磁场理论以及与实际联系紧密的微波器件图像化和形象化地展示出来，一定会比推导复杂的矢量物理公式更容易让学生接受，也更容易让学生喜欢上微波技术这门课。与此同时，也能提高学生对微波技术原理和器件的分析能力和计算机的操作能力。

为此，我们提出了基于数值仿真的微波技术课程辅助教学改革研究，旨在利用当今先进的数值仿真技术，设计相关教学案例，结合传统的微波技术课程教学内容，并结合对学生学习成效的评估和调研，

实时改进教学方法和内容, 实现对学生更有效、更生动的教学。

2. 数值仿真在本科教学中的重要价值

随着计算机技术的快速发展, 数值模拟软件得到了空前的发展。在电磁场和电磁波领域, 目前比较常用的数值模拟软件有 COMSOL Multiphysics, CST, FDTD Solution, HFSS 等, 这些软件具有强大的前处理以及后处理功能, 对于模拟各种复杂条件下的电磁场和电磁波问题非常有利。尤其是 COMSOL Multiphysics 软件, 可以模拟光、热、电、磁、流体、力学、MEMS、声学及多种物理场之间的耦合效应, 可应用于航天, 军工, 机械, 化工等领域, 已在前沿学术研究中获得了广泛的使用。COMSOL Multiphysics 是一款大型的高级数值仿真软件, 以有限元算法为基础, 通过求解偏微分方程或偏微分方程组来实现真实物理现象的仿真, 用数学方法求解真实世界的物理现象。广泛应用于各个领域的科学研究以及工程计算, 模拟科学和工程领域的各种物理过程[6]。在微波技术的教学过程中, 如果能针对学生的具体情况, 将课程中的复杂物理原理及抽象概念与 COMSOL Multiphysics 的计算和分析优势结合起来, 可以提高学生的学习积极性和分析创新能力, 大大提高教学效果, 减少学时对课程教学的影响。

作者也有多年利用 COMSOL Multiphysics 软件进行电磁场和电磁波数值仿真的基础, 基于 COMSOL Multiphysics 软件的电磁场与电磁波模型建模过程也相对比较简单, 无需繁琐的编程, 仅需按照指导步骤即可完成具体的仿真任务(自带案例库中有详细操作步骤), 学生学习起来也比较得心应手。因此, 本文的主要内容是以微波技术课程内容为基础, 并结合相关的前沿学术研究方向, 将各章节中的一些典型案例, 比如, 同轴线、二端口网络、铁氧体环形器等进行物理模型抽象, 形象化地构建在 COMSOL 数值分析软件中, 进而得出其电场和磁场等相关物理场的可视化分布图, 以便同学们能够直观地了解相关内容。还有比较重要的一点是, 在数值仿真的后处理中, 可以生成动画结果, 可以清晰地看到电磁波的传播过程和行为。结果表明, 仿真案例具有图像化和可视化等优势, 避开了繁琐的公式推导和论证过程, 对于一些非物理专业的工科学生而言, 这些将会极大地增强学生的学习兴趣, 提高学习效率。

通过数值仿真, 除了能够直观展示复杂现象以外, 还可以提升学生的实践能力, 帮助学生在模拟实验中独立探索和解决问题, 提高他们的工程设计和分析能力; 其次数值仿真过程中, 不需要真实的物理设备和实验材料, 一般一台普通计算机就可以实现, 可以有效地节约成本, 降低操作过程中的风险; 通过数值仿真还可以实现跨学科的融合, 数值仿真技术涉及多个学科领域, 比如数学、物理、化学、工程等, 通过在本科教学中引入数值仿真技术, 可以培养学生的综合能力。比如, 微波元件中的损耗介质, 吸收电磁波(光学)之后, 会产生热量(热学), 产生的热会给周围环境介质加热, 进而引起电阻(热敏材料)变化, 产生电流信号(电学)或者使周围的水升温之后产生流动(流体力学)等。除此之外, 通过数值仿真可以实现数据的实时反馈, 学生可以根据反馈信息及时进行仿真参数的调整, 实现对系统的优化设计, 还可以深入理解物理现象背后的规律, 加深对知识的理解。

3. COMSOL 数值模拟在微波技术教学中的具体应用举例

基于 COMSOL Multiphysics 软件对微波技术课程相关内容的建模过程, 其实就是求解不同边界条件下麦克斯韦方程组的过程。首先是根据要解决的问题, 设置模型环境, 在微波领域, 一般是选择射频模块中的, 电磁波频域接口。其次根据实际结构参数, 进行几何模型创建, 而对于一些比较复杂的模型, 可以借助于 MATLAB 建模或专业的建模软件, 比如, AutoCAD 等进行建模, COMSOL 内置有与这些软件直接相连的接口。再者根据实际的材料属性, 对各部分元素进行材料属性设定, 比如介电常数, 磁导率, 电导率等。之后是物理模型边界条件的设定, 这是一个难点, 因为不同的边界条件设置可以得出不同的结果, 因此, 边界条件的设定尤为重要, 这个需要具体问题具体分析。在之后是网格划分, 而随着

COMSOL 新版本的使用, 目前对网格划分的要求在降低, 一般使用其自带的物理场控制网格划分, 就可以满足要求。接着是研究计算, 一般设置为频域扫描或本征模式分析。最后是对计算完之后的结果进行后处理, 显示可视化的电场和磁场等。需要注意的一点是, 对于一些介电常数与频率或与位置有关的材料设置, 可以在全局变量中通过构建解析函数的方式来完成。下面我们微波技术课程中比较典型的三个案例进行基于 COMSOL 的数值分析教学。

3.1. 同轴线电磁场分布及特性阻抗计算

波导理论这个章节中, 由于电子科学与技术专业的本科生还没有系统地学习电磁场与电磁波理论, 因此学生对波导以及相关电磁波模式等概念的理解有些困难。比如, 同轴线的主模 TEM 波的求解, 需引入标量位函数, 求解二维拉普拉斯方程等; 除此之外, 行波电流和电压以及同轴线特性阻抗的求解等需要用到电场和磁场的矢量积分等数学知识。这些问题都给课程的讲解带来了不便。而这些问题都可以很好的利用 COMSOL 软件的内置函数来解决。数学上复杂的线积分, 面积分等计算, 只需在软件中构建相应的非局域耦合积分变量就可以完成。为此, 我们在 COMSOL 软件(射频, 模式分析模块)中构建了一种同轴电缆(一种典型的同轴线波导), 如图 1(a)所示, 来图像化分析同轴线的 TEM 波解及相关特性。

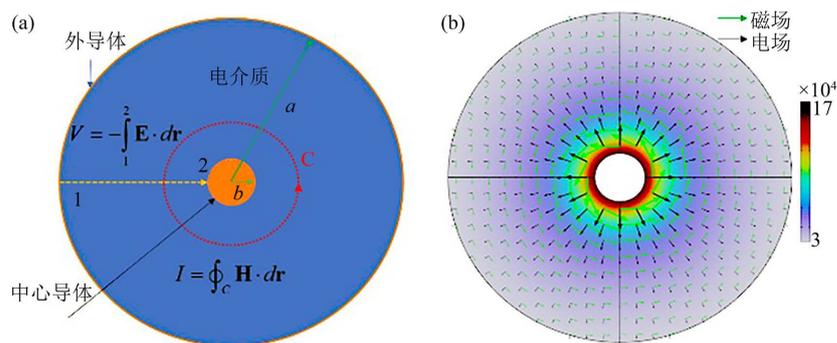


Figure 1. (a) Coaxial section diagram and related description; (b) maps of electric field distribution

图 1. (a) 同轴线截面示意图及相关说明; (b) COMSOL 中的电场分布示意图

我们取电介质的相对介电常数为 $\epsilon_r = 2.4$, 内外导体半径分别为 $b = 0.5 \text{ mm}$ 和 $a = 3.43 \text{ mm}$ 。利用 COMSOL 求解得到的稳态场分布如图 1(b)所示。从中可以看出, 磁场(绿色箭头)方向为逆时针旋转, 电场(黑色箭头)方向由内导体指向外导体, 且与磁场处处垂直。通过这种图像化的展示, 让学生对电场和磁场的分布状态有了一个非常直观的印象, 也更加理解了在普通物理课程中经常提到的电场和磁场是处处垂直的这一概念。此外, 通过在软件中设置局域变量, 可以得出, 当 TEM 波的工作频率在 1 GHz 时, 同轴电缆的特性阻抗为 74.6Ω , 这与利用电压和电流求解同轴线的特性阻抗的解析结果 $Z_0 = 60 \ln(a/b)/\sqrt{\epsilon_r} \approx 74.5 \Omega$ 非常接近。利用数值仿真的可视化结果, 比单纯的文字教学效果要好很多, 由此也实现了数值仿真与理论解析的有效结合, 学生也更易于接受。最后, 更是促使同学们对数值仿真与理论计算之间的误差来源进行了分析与讨论, 有效地增加了学生的学习兴趣。

3.2. 二端口网络的 S 参量

微波网络中, 任一端口的出波可表示为各端口进波对该端口引起的出波的叠加, 即各端口进波线性组合, 此时对应的线性组合系数参量称为 S 参量。由于 S 参量各元素具有明确的物理含义, 在数值仿真中也比较容易计算, 且在实际中比较容易测量。在学术前沿研究中, 对 S 参量的研究也比较广泛。因此,

对 S 参量的教学是重点也是难点。 S 参量不仅适用于微波波段，其概念在整个电磁波段都是适用的。为了让学生能够更好地了解所学与前沿研究之间的关系，以及 S 参量是如何计算的及其相关的影响因素，我们以文献[7]中的二端口网络为例，对相关情形进行说明。

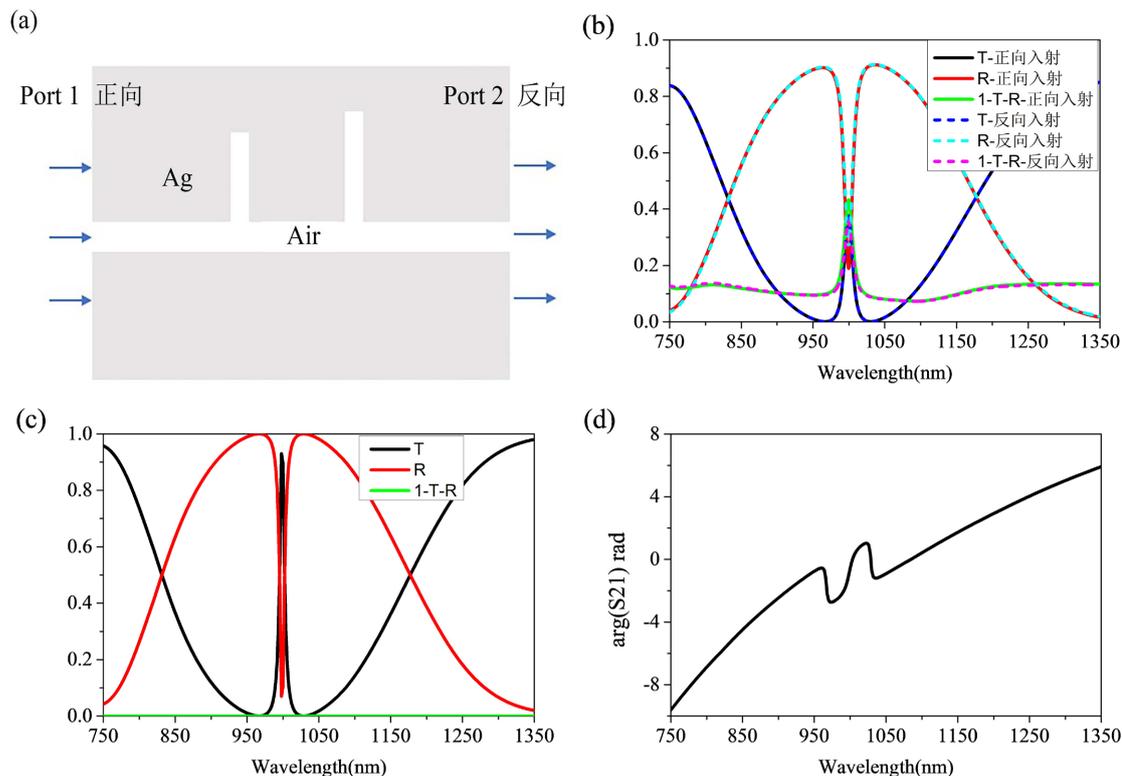


Figure 2. (a) Metal-insulator-metal coupled resonator system; (b) corresponding forward and reverse incident transmission, reflection and absorption spectrum; (c) transmission, reflection spectrum and absorption spectrum under lossless conditions; (d) transmission phase

图 2. (a) 金属 - 介质 - 金属波导谐振腔体系结构示意图; (b) 相应的正向和反向入射时的透射谱, 反射谱和吸收谱; (c) 无损条件下的透射谱, 反射谱和吸收谱; (d) 透射相位

在纳米光子学中, 表面等离子激元效应是一个研究热点[8]。图 2(a)是一个研究表面等离子激元效应的金属 - 介质 - 金属谐振腔体系, 其可以等效为一个二端口网络。该结构在 COMSOL 软件中的建模也比较简单, 光波入射端和出射端分别设置为 Port 1 和 Port 2 边界条件, 并选择数值特性, 这样在后处理的时候, 就可以通过 COMSOL 内置的函数直接提取该系统的 S 参量。正向入射时, 即 Port 1 开, Port 2 关, 系统的透射率 $T = \text{abs}(S_{21})^2$, 反射率 $R = \text{abs}(S_{11})^2$, 吸收率 $A = 1 - T - R$ 。反向入射时, 即 Port 1 关, Port 2 开, 系统的透射率 $T = \text{abs}(S_{12})^2$, 反射率 $R = \text{abs}(S_{22})^2$, 吸收率 $A = 1 - T - R$ 。上述结构中, 白色区域表示空气, 介电常数 $\epsilon_{\text{Ag}} = 1$; 灰色区域表示银材料, 其介电常数包含有实部和虚部, 可表示为 $\epsilon_{\text{Ag}} = \epsilon_1 + j\epsilon_2$ 。图 2(b) 为正反方向入射时, 计算得到的透射谱 T , 反射谱 R 和吸收谱 A (该结构与文献[4]中的结果符合得很好)。从中可以看出, $S_{12} = S_{21}$, 满足网络互易性。由于银材料在所研究的波段中存在欧姆损耗, 即 $\epsilon_2 \neq 0$, 故 $|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 \neq 1$ 。如果令银的介电常数取 $\epsilon_{\text{Ag}} = \epsilon_1$, 即忽略银材料的欧姆损耗, 计算得到的透射谱 T , 反射谱 R 及吸收谱 A 如图 2(c) 所示。易知, 此时网络满足无耗性 ($A = 0$), 即 $|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 = 1$ 。进一步, 如果令结构中的两个谐振腔的长度相等, 则网络满足对称性, 即 $S_{11} = S_{22}$ 。图 2(d) 给出了透射相位, 也即插入相移。更进一步, 还可以发现不同波长(频率)对应的反射系数是不一样的。一般情形下, 只能实现单

一频率的阻抗匹配, 即反射系数为 0。要实现多频匹配就需要添加额外条件, 比如改变谐振腔的尺寸或增加谐振腔的个数等, 类似于添加支节匹配器。除此之外, 还可以通过可视化的电场/磁场模式分布图, 向学生讲述共振的特点, 以及一些特殊的物理现象, 比如电磁诱导透明现象等。

从以上分析可知, 结合数值仿真对一个学术热点的简单讲解, 可以将微波技术课程中的 S 参量及相关内容进行直观化和形象化的介绍。能让学生直观地理解 S 参量及相关性质和影响因素, 还能让学生初步接触学术前沿研究, 不仅可以培养学生的学习兴趣, 还可以培养学生的计算机应用能力, 激发学生进行更深入探讨学习的欲望。

3.3. 铁氧体环形器

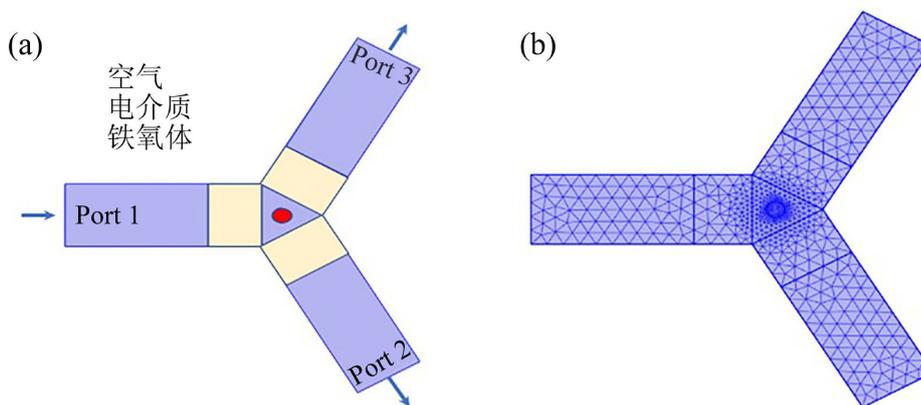


Figure 3. (a) Two-dimensional structure diagram of ferrite circulator; (b) fine triangular meshing in COMSOL

图 3. (a) 铁氧体环形器二维结构图; (b) COMSOL 中网格后示意图

在微波元件这个章节中, 讲述了一类非常重要的器件, 称为微波环形器, 它是一种多端口器件, 其特性是, 入射到端口 1 的波仅耦合到端口 2, 入射到端口 2 的波仅耦合到端口 3, 以此类推。该模型也可以很容易地通过 COMSOL 来完成。由于矩形波导的 TE₁₀ 模式的场在横向上没有变化, 因此, 在 COMSOL 中可以构建二维模型(可以有效地减少计算内存)来替代三维结构, 其基本结构示意图如图 3(a)所示。该器件由三个矩形波导截面构成($a * b = 2 \text{ cm} * 1 \text{ cm}$, 蓝色区域表示, 以 120°间隔), 每个分支中插入相同的介电调谐元件(电介质, 黄色区域表示), 其中连接点的中心插有一个各向异性材料(常见的是铁氧体, 因此也叫做铁氧体环形器, 红色区域表示)。

我们将通过 COMSOL 多物理场软件, 让学生了解各向异性材料是如何构建的, 以及如何通过选择合适的调谐元件(电介质)实现端口的匹配, 从而将输入端的反射降至最低。模型中工作频率设置为 10 GHz (高于该矩形波导 TE₁₀ 模式的截止频率, 约 7.5 GHz)。端口处, 设置矩形端口边界条件, 使得边界对波透明。材料设置中的难点是铁氧体相对磁导率的设置, 这是一个三阶张量, 具体数值可参见文献[9]。矩形波导外边界设置为理想电导体, 网格后的模型如图 3(b)所示。为了选择合适的调谐元件, 我们对电介质的介电常数进行了扫描计算, 其与相应的反射系数 S₁₁ 的关系如图 4(a)所示。从中可以看出, 当电介质的介电常数为 1.29 的时候, 可以获得约 -35 dB 的反射系数, 这对于环形器设计来说是一个非常合适的值。图 4(b)~(d)给出了不同端口入射时, 所选电介质的介电常数为 1.29 时的电场模值分布图, 其中黑色箭头表示功率流方向。从电场强度图可以看出, 没有驻波存在; 从功率流方向来看, 该环形器性能良好。通过对铁氧体环形器的 COMSOL 建模分析, 可以让学生很直观地看出该器件的传输规律, 以及选择什么样的材料能够实现匹配。

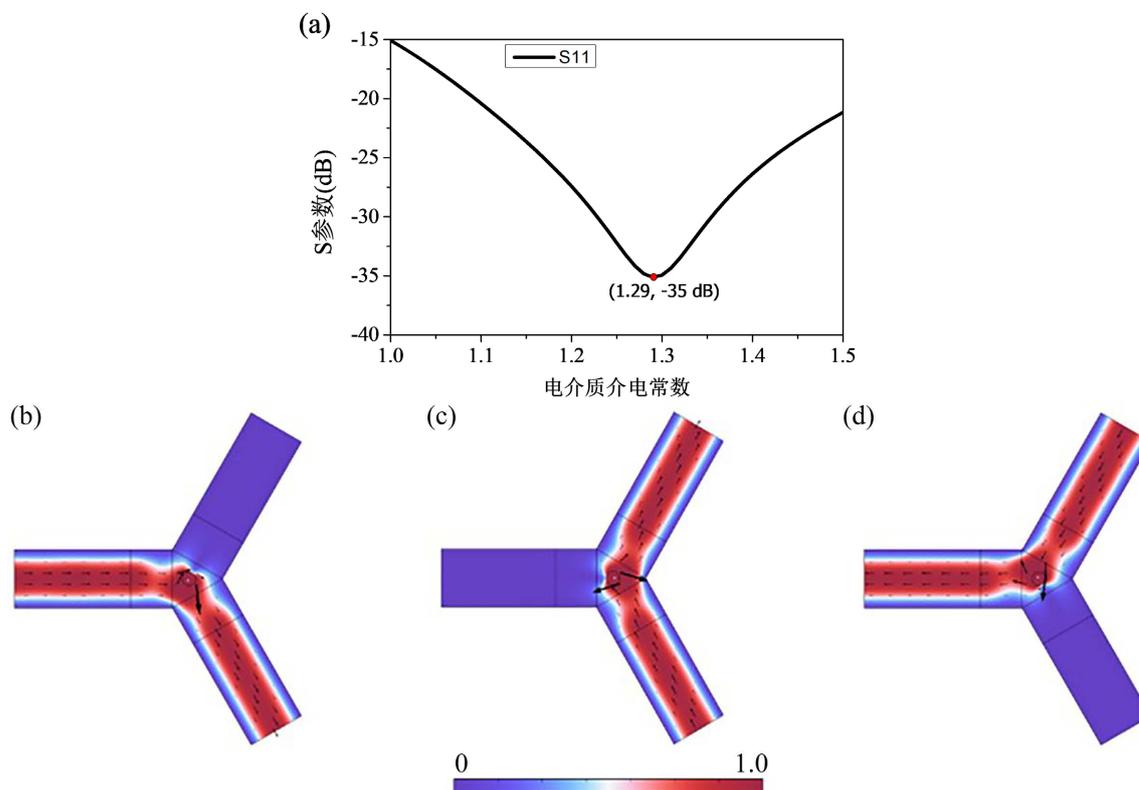


Figure 4. (a) The relationship between the permittivity of different dielectrics and the corresponding reflection coefficients; (b)~(d) Normalized electric field mode distribution and power flow distribution at different port incidence when the dielectric constant is 1.29

图 4. (a) 不同电介质介电常数与相应的反射系数关系图; (b)~(d) 电介质介电常数为 1.29 时, 不同端口入射情形下归一化的电场模值分布和功率流分布图

以上是三个利用数值仿真的可视化结果进行微波技术课程辅助教学的典型案例, 这种可视化和图像化的教学方式, 可以让学生对复杂的物理现象有更直观化的感受。通过对不同条件下的物理场建模, 能够让学生了解真实场景与仿真场景的异同, 以及如何快速地抓住主要因素。除此之外, 还可以利用数值仿真对微波技术课程中的其他相关内容进行辅助教学。但同时, 数值仿真也有一定的局限性, 比如简化模型, 缺乏实际操作经验以及对计算机软件的依赖等。只有充分地了解数值仿真的优势和局限性, 才能够更好地设计教学方案, 提高学生的学习效果。

4. 学生利用仿真软件进行自主创新

在本课程的最后, 我们为学生设立了一项自主操作的学习内容, 即利用 COMSOL 数值仿真软件, 对本课程中的任一感兴趣的内容进行数值仿真分析及拓展, 并与教材中的理论解析结果进行对比分析。为此我们采取了如下措施来引导和促进学生进行自主学习和创新。首先, 设立一项基本任务, 比如画出矩形波导和矩形谐振腔的相关模式分布, 之后同学们可以基于该基本任务进行自由发挥; 在整个的数值仿真过程中, 我们会提供必要的指导和支持, 包括软件的操作技巧, 比如二维模型和三维模型的创建, 尤其是不规则图形的构建; 鼓励学生之间进行合作学习, 以小组的形式共同完成该任务, 并进行发散思维拓展; 鼓励学生进行一些天马行空的设想, 并通过仿真来验证所构建的元器件的物理特性, 给予学生充分的自主空间; 最后, 会对学生的数值仿真任务进行评价和反馈, 比如 PPT 展示, 小论文或口头介绍等, 不局限于单一的评价方式。通过以上措施的实施, 可以有效地促进学生进行创新能力培养。很多学生通

过这次的数值仿真的学习，提高了实践能力和创新能力，并于之后，积极参与到全校本科生创新创业实践项目中来。通过这次利用数值仿真软件进行自主创新的学习，为学生未来的科研和工程实践打下了坚实的基础。

5. 数值仿真教学与传统教学差异性对比

通过以上对基于 COMSOL 数值仿真的几个具体案例的详细分析以及学生在课下进行自主创新的学习，我们可以发现基于数值仿真技术的教学与传统的教学在学生理解和技能掌握方面是有一些差异的。首先，从学习方式上来看，传统教学以课题授课，书本阅读为主，学生主要通过听讲、读书和课后作业来学习知识和技能，而结合数值仿真教学可以让学生在传统学习的基础上，通过计算机模拟实验和进行实时操作，提高学生学习的自主性。还可以根据自己的兴趣和需求选择不同的模拟实验，并在自己的节奏下学习，不再受限于传统教学中教师的指导和限制。其次，传统教学中的反馈实效性相对较弱，而数值仿真教学可以提供即时反馈，并能根据数值结果，进行必要的调整和改进，能够更加的深入了解微波技术课程中的一些关键参数的物理含义及其影响因素。添加数值仿真教学之后，学生可以在虚拟的软件环境中进行多次实验，不受时间，资源和设备限制。数值仿真和传统教学方法各有优劣，可以根据教学目标和实际情况进行选择 and 结合。传统教学方法注重基础知识的传授和实践操作，而数值仿真则提供了更多的实践机会和更真实的环境，能够帮助学生更深入地理解和掌握知识与技能。综合运用两种方法，可以更好地满足学生的学习需求，提高教学效果。

6. 结语

通过以上基于 COMSOL 数值仿真软件对微波技术课程辅助教学的实践活动，我们取得了很好的教学效果。仿真软件生成的可视化结果以及动态效果图，让同学们对那些比较抽象的波导模式及传播，通用的物理参量和一些常见的微波元件及相关特性等有了更为清晰直观的印象，加深了所学与科研之间的关系，并通过自己动手建模，掌握了具体物理问题与软件建模之间的关系，并对一些元器件的性能进行了优化设计，提高了解决实际问题的能力。通过这种与计算机技术结合的教学方式，可以扩大学生的视野，拓宽其知识面，培养学生应用所学知识解决实际问题的能力。

基金项目

中央高校基本科研业务费：基于微纳结构的表面等离子激元特性分析及应用研究(buctrc202143)。

参考文献

- [1] 赵春晖, 杨莘元. 现代微波技术基础[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2003.
- [2] 全绍辉. 微波技术基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [3] 胡留现, 刘宗发, 杨俊森. 数值模拟技术在本科工程力学课程教学中的应用[J]. 洛阳理工学院学报, 2009, 19(3): 77-79.
- [4] 白洁, 陈玉, 孔忻. 基于 Comsol 软件的电磁兼容课程案例式教学设计[J]. 高教学刊, 2024, 10(S2): 111-115.
- [5] 李根. 基于数值仿真的“隧道工程”课程教改及实践[J]. 教育教学论坛, 2021, 10(42): 69-72.
- [6] COMSOL 中国. <http://cn.comsol.com/>
- [7] Chen, J.J., Chen, W., Zhang, R. and Xiao, J.H. (2012) Multiple Plasmon-Induced Transparencies in Coupled-Resonator Systems. *Optics Letters*, **37**, 5133-5135. <https://doi.org/10.1364/OL.37.005133>
- [8] Maier, S.A. (2007) *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. Springer, Berlin. <https://doi.org/10.1007/0-387-37825-1>
- [9] Pozar, D.M. (2004) *Microwave Engineering*. 3rd Edition, John Wiley & Sons, Hoboken.