

基于认知负荷理论的高中数学教学设计

——以“函数单调性”为例

彭紫帆, 何方国

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年2月29日; 录用日期: 2024年5月2日; 发布日期: 2024年5月10日

摘要

随着教育技术的发展和教学方法的不断创新, 认知负荷理论逐渐成为教学领域的研究热点。教学设计是一种系统化的、结构化的过程, 旨在开发、实施和评估教育课程、教学活动和学习资源, 以提高学生的学习效果和教育质量。本文以人教版必修一函数单调性教学设计为切入点, 在教学设计上致力于通过有效管理内部认知负荷、降低外部认知负荷以及增加相关认知负荷, 以提升学生的学习效率和效果。本文旨在简要介绍认知负荷理论的基本概念、理论发展及其在教学设计中的应用, 以期为教育工作者和实践者提供有益的启示。

关键词

认知负荷, 教学设计

High School Mathematics Teaching Design Based on Cognitive Load Theory

—Taking “Function Monotonicity” as an Example

Zifan Peng, Fangguo He

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Feb. 29th, 2024; accepted: May 2nd, 2024; published: May 10th, 2024

Abstract

With the development of educational technology and the continuous innovation of teaching methods, cognitive load theory has gradually become a research hotspot in the field of teaching. Instructional design is a systematic, structured process designed to develop, implement, and evaluate educational programs, teaching activities, and learning resources to improve students' learning effectiveness and educational quality. This article takes the teaching design of function monotonicity in the compulsory first course of the People's Education Press as the starting point, focusing on effectively managing internal cognitive load, reducing external cognitive load, and increasing relevant cognitive load to improve students' learning efficiency and effectiveness. This article aims to briefly introduce the basic concepts, theoretical development, and application of cognitive load theory in instructional design, hoping to provide useful inspiration for educators and practitioners.

文章引用: 彭紫帆, 何方国. 基于认知负荷理论的高中数学教学设计[J]. 创新教育研究, 2024, 12(5): 277-282.

DOI: 10.12677/ces.2024.125283

luate educational curricula, instructional activities, and learning resources to improve student learning outcomes and educational quality. This paper takes the monotone teaching design of compulsory one-function as the starting point, based on which the internal cognitive load is controlled, the external cognitive load is reduced, and the related cognitive load is increased. This paper aims to briefly introduce the basic concept of cognitive load theory, its development and its application in teaching design, in order to provide useful enlightenment for educators and practitioners.

Keywords

Cognitive Load, Instructional Design

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 研究背景

认知负荷(Cognitive Load, CL)系指认知主体在信息加工过程中所需心理资源的总量,由澳大利亚教育心理学家斯威勒于1988年首次提出。20世纪70年代,认知心理学的研究逐渐深入,认知学习理论在教学设计中的地位也日渐凸显,在教学设计的时候开始注重依据学习过程设计教学过程和以学生已有的知识结构作为教学起点,然而在教学实践中即使满足了上述两个条件,在复杂的学习任务中,学生还是会遇到认知困难[1]。教育心理学的发展让研究者开始关注教学设计如何影响学习效果。认知负荷理论正是在此背景下产生的,它考虑了如何设计教学材料和活动以适应学习者认知能力的限制。

认知负荷理论的基础是建立在人类的认知架构上的,尤其是对工作记忆和长期记忆的理解:工作记忆是我们用来处理和理解信息的认知系统的一部分,但它的容量有限。通常,工作记忆可以同时处理的信息单位(也称为信息块)数量有限,大约是 7 ± 2 个。这意味着当信息量超出工作记忆的处理能力时,可能会导致学习效率降低。长期记忆相对于工作记忆来说具有几乎无限的存储容量。它存储了个体的先前知识和经验,这些知识可以被检索到工作记忆中,以帮助处理新信息。当个体需要同时执行多个认知任务时,由于工作记忆的容量是有限的,这就需要合理分配认知资源。如果处理某一认知任务所需的资源超过了个体所拥有的认知资源的总和,就可能发生认知过载,这会对认知活动的效率和质量产生不利影响。在实际的教学过程中,如果认知负荷太低,也可能导致时间资源的浪费。认知负荷可以分为三种类型内在负荷:由学习材料的固有难度所产生的负荷,与学习者的先前知识和技能水平有关。外在负荷:由学习材料的呈现方式或教学方法产生的负荷,通常与教材设计和教学环境有关。相关负荷:与学习者加工新信息和整合进长期记忆所产生的负荷。

2. 认知负荷理论在教学中的应用

认知负荷在数学教学设计中的作用是关键性的,因为它直接影响学习者的理解能力、记忆保持和问题解决技能。通过合理管理认知负荷,教师可以设计出更有效的教学活动,帮助学生更好地理解数学概念,提高他们解决问题的能力,并最终提升他们的学习成效。以下是认知负荷对数学教学设计的一些具体作用:

(1) 信息的简化:通过简化教学材料中的信息量,可以帮助学生专注于关键概念,减少不必要的认知负担。(2) 逐步学习设计:设计数学课程时,应当考虑如何逐步引导学生通过小步骤学习,每一步都构建

在先前学习的基础上, 以避免一次给学生太多复杂的信息。(3) 分块: 把复杂的数学问题或概念分解成小的、易于管理的块, 有助于学生逐步构建理解, 并减轻工作记忆的压力。(4) 工作记忆的优化: 数学教学设计应当考虑工作记忆的限制, 通过组织信息和提供认知支持策略来优化学生的工作记忆使用。(5) 多样化表示: 使用图形、符号和文字等不同的表示方法, 可以帮助学生在各个不同的方面理解数学概念, 这种多模态学习有助于降低不必要的认知负荷。(6) 优先处理关键概念: 将重点放在关键概念和技能上, 确保学生在进入更高层次的认知活动之前已经掌握了这些基础。(7) 鼓励深度处理: 设计问题和任务, 促使学生积极思考和加工信息, 可以增加相关认知负荷, 这种负荷是促进学习和理解的关键。(8) 减少外在干扰: 在教学材料和环境设计中减少不相关的噪音和干扰, 可以帮助学生集中注意力在数学任务上, 降低外在认知负荷。(9) 利用技术工具: 合理使用技术工具, 如动态几何软件或计算器, 可以帮助学生处理复杂的计算, 从而减轻他们的认知负荷。(10) 提供充足练习: 通过重复练习和加强训练, 可以帮助学生将数学概念和技能自动化, 减少解决问题时的认知负荷。(11) 在数学教学设计中妥善处理认知负荷, 可以帮助学生更有效率地学习新知识, 更好地应对数学问题解决的挑战。设计时的目标是最大化学习潜力, 同时避免过度负荷, 确保所有学生都能在其认知能力范围内成功学习。明确“通过控制内部认知负荷, 减少外部认知负荷, 增加相关认知负荷[2]。以此来提升学生承载数学学习任务以函数的单调性教学设计为例, 具体教学过程如下所述。

3. 教学过程

3.1. 情景导入

艾宾浩斯遗忘曲线是德国著名心理学家提出的, 其研究发现人的遗忘是有规律的, 随着时间的推移会有不同的变化, 在记忆最初阶段遗忘的速度比较快, 之后, 会逐渐地减慢[3] (见表 1)。根据人类的记忆规律可以得到如下的曲线。

Table 1. Memory schedule

表 1. 记忆时间表

时间间隔 x	刚记忆完毕	20 分钟后	60 分钟后	8~9 小时后	1 天后	2 天后	6 天后	一个月后
记忆量 y (百分比)	100	58.2	44.2	35.8	33.7	27.8	25.4	21.1

以上数据表明, 记忆量 y 是时间间隔 x 的函数。艾宾浩斯根据这些数据描绘出了著名的“艾宾浩斯遗忘曲线”, 如图 1 所示:

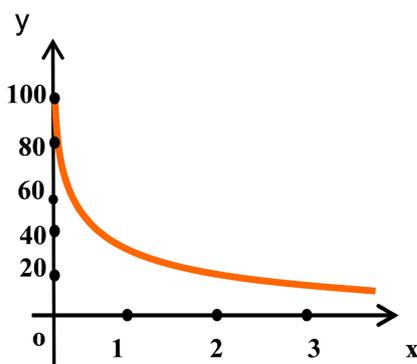


Figure 1. Forgetting curve

图 1. 艾宾浩斯遗忘曲线

问题 1: 当我们观察时间间隔 x 逐渐增大时, 对应的函数值 y 会有什么变化趋势? 这与我们在初中所学习的函数单调性有何关联?

【师生活动】学生小组之间讨论, 小组代表回答 x 增大时, y 变小, 利用初中的知识描述 y 随 x 的增大减小, 函数单调递减。

【设计意图】创设问题情境, 激发学生本节课的兴趣, 为之后的环节做铺垫, 并且界定内在认知负荷. 利用与初中相联系的内容: 函数的单调性, 通过探问前述两阶段学习活动之间的关联性, 激发学生的兴趣, 通过学生们积极讨论, 为之后的环节做铺垫。

3.2. 课堂导入

“艾宾浩斯遗忘曲线”的趋势我们怎样利用数学观点说明呢?

【设计意图】通过问题引入本节课的内容: 函数的单调性

3.3. 知识探究

考察下列两个函数:

(1) $f(x) = x$, 函数图如图 2 所示:

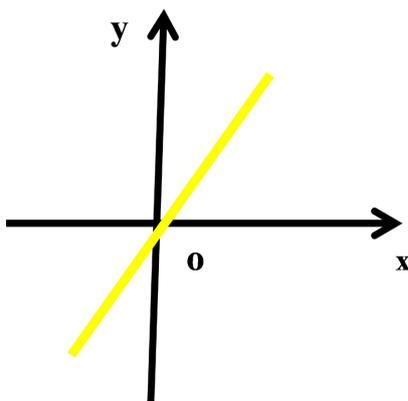


Figure 2. $f(x) = x$ function diagram
图 2. $f(x) = x$ 函数图

(2) $f(x) = x^2$, 函数图如图 3 所示:

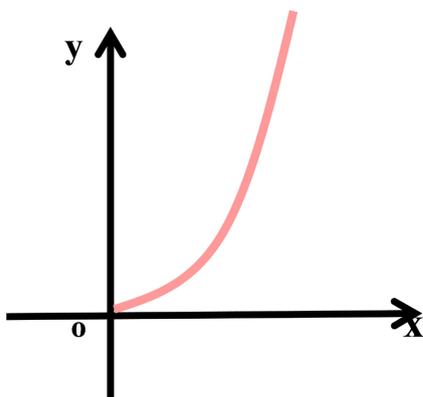


Figure 3. $f(x) = x^2$ Function diagram
图 3. $f(x) = x^2$ 函数图

问题 8: 这两个函数的图象分别是什么? 二者有何共同特征?

【师生活动】学生小组讨论, 以小组为单位回答, 学生们可能回答他们有共同上升趋势

问题 9: 我们将具有此类特征的函数称为减函数。那么, 如何定义“函数 $f(x)$ 在区间 D 上为减函数”呢?

【师生活动】: 师生共同讨论出, 对于函数定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数。

【设计意图】将逐渐下降的概念与自变量 x 和函数值 y 联系起来。让学生通过图像观察单调递减函数的共同特征, 从图像中抽象出数学概念。能够降低将定义从特殊推广到一般的难度, 相应的也就减少了无效认知负荷的产生。

问题 10: 增(减)函数中定义的 x_1, x_2 有什么特征.

【师生活动】学生课下积极讨论, 讨论出都有 x_1, x_2 在区间 D 中, 并且 x_1, x_2 有大小比较一般是 $x_1 > x_2, x_1, x_2$ 是区间 D 中任意的 x 不是特定的。

【设计意图】通过探究活动, 实现学生自主探索, 独立思考, 体现学生的主体地位。自主讨论要求学生分析问题, 评估不同的观点, 从而培养他们的批判性思维能力。

问题 11: 如果函数 $y = f(x)$ 在区间 D 上是增函数或减函数, 则称函数 $f(x)$ 在这一区间具有(严格的)单调性, 区间 D 叫做函数 $f(x)$ 的单调区间. 那么二次函数在 R 上具有单调性吗? 函数 $f(x) = (x - 1)^2$ 的单调区间如何?

【师生活动】学生们通过在下面画图发现函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty, 1)$, 单调递减区间是 $[1, +\infty)$ 。

【设计意图】学生通过自己画图根据定义判断函数的单调区间, 能够培养学生的直观想象能力, 提高学生的数形结合能力, 在运用多媒体教学资源时, 教师需要关注其有效性, 并且不应忽略传统黑板书写的价值。展示教学材料的方法应当以调控学生的认知负荷为基础, 依据所教授知识的复杂性来选取最恰当的展示手段。

3.4. 跟踪训练

如图 4 所示定义在闭区间 $[-9, 12]$ 上的函数 $y = f(x)$ 的图象, 根据图象说出 $y = f(x)$ 的单调区间, 以及在每一单调区间上, 函数 $y = f(x)$ 是增函数还是减函数。

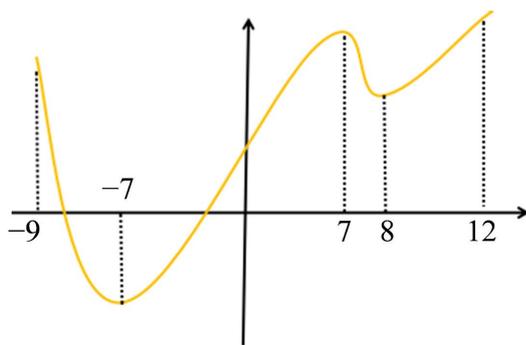


Figure 4. $y = f(x)$ Function diagram

图 4. $y = f(x)$ 函数图

【师生活动】学生利用刚刚所学的知识写出结果, 发现 $y = f(x)$ 在区间 $[-9, -7]$, $[7, 8]$ 上是减函数, 在区间 $[-7, 7]$, $[8, 12]$ 上是增函数。

【设计意图】帮助学生巩固掌握函数单调性的定义, 根据定义判断和证明单调性。在展示范例之后,

提供适时的变式练习, 使学生能够应用所学方法来解决实际问题。通过这一过程, 学生在完成学习任务时能够进行自我解释, 逐步构建自己的解题策略, 增强与任务相关的认知负荷。

3.5. 课堂小结

师生一起回顾课堂内容并梳理思路, 引导学生对课堂内容进行总结增减函数的定义如表 2 所示:

Table 2. Increase/decrease function table

表 2. 增减函数的定义

条件	一般地, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 I , 区间 $D \subseteq I$: 如果 $\forall x_1, x_2 \in D$, 当 $x_1 < x_2$ 时	
	都有 $f(x_1) < f(x_2)$	都有 $f(x_1) > f(x_2)$
结论	那么就函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数	那么就函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数

【设计意图】相关认知负荷源于认知图式理论, 更高级、更复杂的图式的形成发展需要额外的工作记忆容量, 相关知识领域更高级的图式的形成可以促进学生积极地理解所学知识并在知识之间建立联系, 将现有知识进行迁移。相对于其他两种认知负荷而言, 它是一种“好”的负荷[4]。课程结束前, 进行一次简短的总结是有益的, 指导学生复盘本节课的学习内容, 包括概念的提炼、定理的演绎、思维技巧的应用等。这样做不仅适度增加了学生的相关认知负荷, 而且对数学教学的质量进行了优化。

4. 反思与启示

认知负荷理论为优化教学设计提供了有力的理论支持。教育工作者和实践者应充分认识认知负荷的重要性, 关注认知负荷的优化策略, 提高教学效果。教师应根据学生的认知能力和学习内容选择合适的教学方法。例如, 对于复杂的概念和公式, 教师可以采用分步教学、类比法等策略, 降低学生的内在认知负荷。而对于容易理解的内容, 教师可以采用讨论、小组合作等教学方法, 提高学生的有效认知负荷。在设计课程时, 教师应明确教学目标, 确保学生了解所需掌握的知识和技能。这有助于教师了解学生在学习过程中可能遇到的认知负荷, 从而为教学设计提供依据。根据认知负荷理论, 教师应根据学生的认知能力和学习内容选择合适的教学方法, 在知识信息接收总量不变的前提下, 有效提升工作记忆运作效率, 进而提升其数学学习效率, 设计合适的数学教学设计, 满足新课程对高中数学教学的要求[5]。教师在教学过程中应提供清晰的指导, 帮助学生了解学习任务的要求和目标。这有助于学生明确自己的学习方向, 降低不必要的认知负荷, 从而提高学习效果。教师应定期对学生的学习情况进行评价, 并及时给予反馈。这有助于教师了解认知负荷理论强调个体差异, 教师在教学过程中应关注学生的个性化需求, 提供个性化的教学设计, 以帮助每个学生充分发挥自己的潜能。学生的学习进度, 调整教学策略, 以适应学生的认知负荷需求。同时, 未来研究可进一步探讨认知负荷理论在其他领域的应用, 为教学设计提供更多理论依据。

参考文献

- [1] 李娜, 何韵林. 认知负荷理论及其对物理教学设计的启示[J]. 湖南中学物理, 2017, 32(10): 12-14.
- [2] 杨滨虎. 基于认知负荷理论的高中数学与信息技术的有效融合[J]. 中学数学, 2023(17): 95-96.
- [3] 裴霞. 艾宾浩斯遗忘曲线下高中数学教学优化分析[J]. 数理天地(高中版), 2023(19): 50-52.
- [4] 范亚楠, 王光明. 认知负荷理论简介及其对数学 PPT 教学设计的启示[J]. 数学教学研究, 2015, 34(11): 7-11.
- [5] 季灵庆. 认知负荷理论在新课程高中数学教学情境下的应用[J]. 数学学习与研究, 2021(16): 16-17.