

专业背景下理工类高等数学教学设计研究

——以定积分概念为例

杨柳娇

滇西应用技术大学公共基础课教学部，云南 大理

收稿日期：2024年4月28日；录用日期：2024年6月21日；发布日期：2024年6月30日

摘要

定积分是高等数学的重要内容，文章以定积分概念为例，采用双创教育理念，结合地方区域特色，在理工科专业背景下融入课程思政设计教学过程，文章对理工科教师开展教学研究具有一定的借鉴意义。

关键词

双创教育，地方区域特色，专业背景，课程思政

Research on Teaching Design of Advanced Mathematics for Science and Engineering Majors

—A Case Study of the Concept of Definite Integral

Liujiao Yang

Department of General Basic Courses Teaching, West Yunnan University of Applied Sciences, Dali Yunnan

Received: Apr. 28th, 2024; accepted: Jun. 21st, 2024; published: Jun. 30th, 2024

Abstract

Definite integral is an important part of advanced mathematics. This paper takes the concept of definite integral as an example, adopts the ideas of entrepreneurship and innovation education, combines the local regional characteristics, and integrates the ideological and political curriculum design into the teaching process under the professional background of science and engineering. This article is of certain reference for science and engineering teachers to carry out teaching research.

文章引用：杨柳娇. 专业背景下理工类高等数学教学设计研究[J]. 创新教育研究, 2024, 12(6): 420-427.
DOI: [10.12677/ces.2024.126407](https://doi.org/10.12677/ces.2024.126407)

Keywords

Entrepreneurship and Innovation Education, Local Regional Characteristics, Professional Background, Curriculum Ideology and Politics

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等数学课程是理工类专业大一学生的一门公共理论必修课，定积分在《高等数学》积分学中是十分重要的内容，它是重积分、曲线积分和曲面积分后续学习的基础，也是高等数学课程中比较难理解的一部分。定积分不仅在数学中占有一席之地，而且在自然科学与生产实践中有着广泛的应用，是理工类后续专业课程学习的基础。

文献[1]对定积分概念的研究结合了陕北地方区域特色——窑洞，融入了思政元素，但缺少专业背景及应用拓展；文献[2] [3]对定积分概念的教学设计有专业背景，但没有融入课程思政、地方区域特色、应用拓展；文献[4] [5]对定积分概念的研究融入了很多的思政元素，但缺少专业背景、地方区域特色、应用拓展；文献[6]-[10]做了很多高等数学与专业结合的研究，比如与会计、计算机、物理专业的结合，但都浅谈而止，没有给出具体的详细的案例，或者给出的案例超出学生的认知，导致教学成效不佳。本文采用创新创业教育理念[11]，从理工科学生数学基础出发，对定积分概念的研究融入课程思政的同时结合地方区域特色、专业背景、应用拓展等开展教学设计，以此提高教学成效。

以“创设问题 - 探究问题 - 解决问题”作为主线，对测绘工程、地理信息工程、土木等理工类专业的定积分概念教学设计如下。

2. 在专业背景下采用地方区域特色的实际问题导入主题

1) 问题：求学校所在地的著名景点——大理苍山洗马潭(如图 1)的占地面积？



Figure 1. Xima Pond in Cangshan Dali
图 1. 大理苍山洗马潭

此问题是测绘工程、地理信息工程、土木等专业涉及最多的问题“求占地面积”，同时结合了学校所在地的地方区域特色景点，从身边具体的实例出发，激发学生的学习兴趣的同时，解决了学生对“数学有什么用”的疑惑，对学生后续的学习指明了方向。

2) 引导转化：它是不规则平面图形，如何来求面积？中学已知哪些规则图形的面积？怎么由规则图形的面积计算不规则图形的面积呢？

通过教师的引导，让学生独立思考中学所熟悉的规则图形的面积计算与此问题之间的关系，由已知探索未知，提升学生分析问题和解决问题的能力，培养学生的知识迁移能力。

3) 通过学生的反馈提示学生课前布置的预习任务“割圆术”的数学思想：分割、以直代曲、无限逼近，如图2所示。

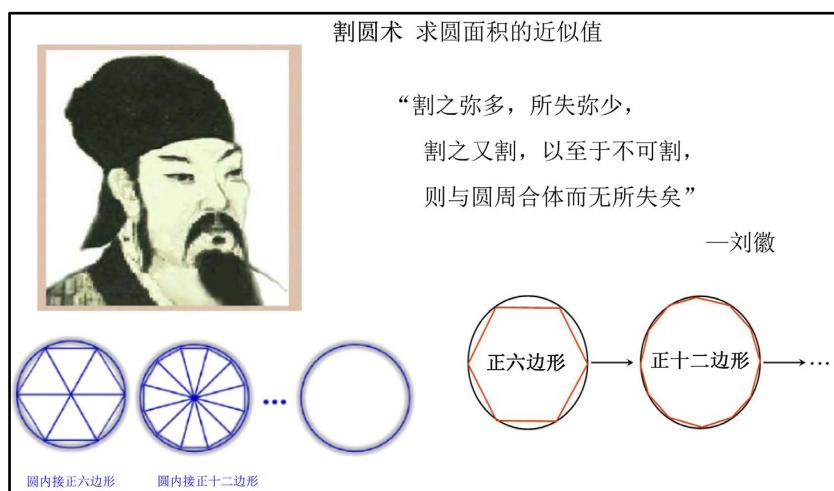


Figure 2. Cyclotomic method
图 2. 割圆术

思政融入点：通过著名数学家刘徽割圆术，让学生感受先人的智慧，激发学生民族自豪感，激励学生勇于探索，通过不断努力取得成功。

4) 将苍山洗马潭的轮廓图抠出来，采用横向和纵向直线进行分割，最终问题归结为求曲边梯形的面积。

a. 通过分割将洗马潭划分为很多个小图形(如图3)，其中中间黄色区域为矩形，其面积容易求出，但其边上红色和蓝色问号区域是不规则图形，它们的面积要怎么求呢？可以看出蓝色问号区域是红色问号区域的退化形式，所以我们只需要来解决红色问号区域的面积怎么求就可以了。

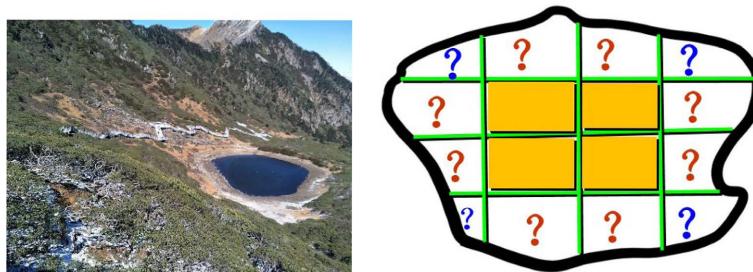


Figure 3. Xima Pond and its partition map
图 3. 洗马潭及划分图

思政融入点：局部与整体、特殊与普遍。

b. 要求以上红色问号区域的面积，首先来对比它与中学我们所熟知的“直边图形”梯形很相似，唯一的不同是它有一条曲边(如图 4)，所以我们将它称为“曲边梯形”，为学生准确理解曲边梯形的概念做铺垫，然后给出它的数学定义。

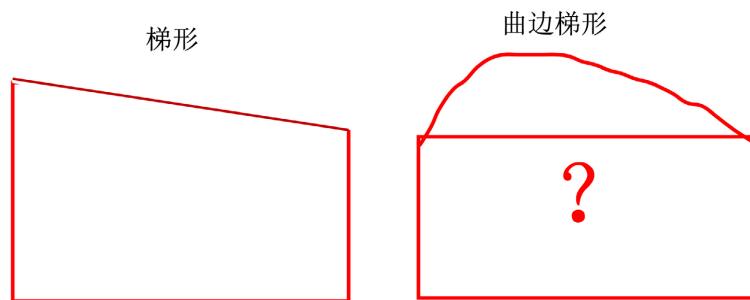


Figure 4. Trapezoid and trapezoid with curve sides
图 4. 梯形和曲边梯形

曲边梯形：由 $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$, $y = 0$ 围成的图形(如图 5)，其中 $f(x) \geq 0$ 且在 $[a, b]$ 上连续。

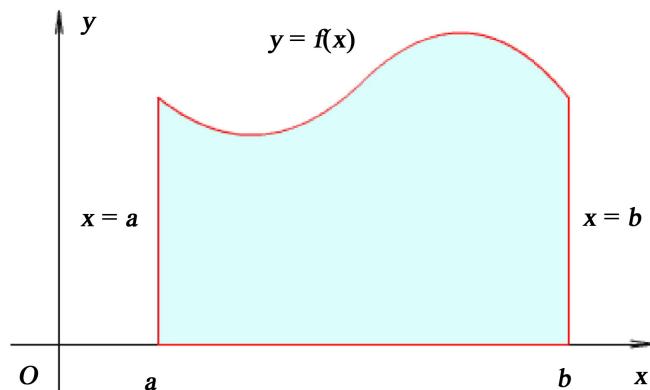


Figure 5. Trapezoid with curve sides
图 5. 曲边梯形

5) 求曲边梯形方案：用矩形面积和近似代替曲边梯形的面积(如图 6)。

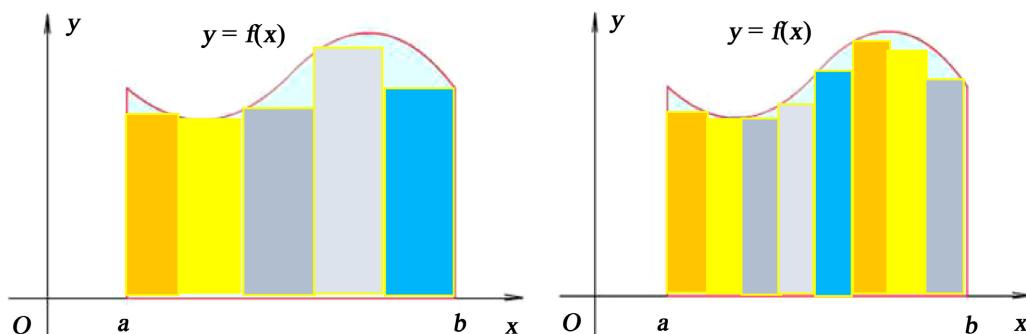


Figure 6. The method for calculating the area of a trapezoid with curved sides
图 6. 曲边梯形面积计算方法

结论：分割越细，矩形总面积越接近曲边梯形的面积。

3. 四步法求曲边梯形的面积(图 7、图 8)



Figure 7. Four step method

图 7. 四步法[1]

1) 分割: $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$, $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots, n$

2) 近似: 小曲边梯形的面积近似为

$$\Delta A_i \approx f(\xi_i) \Delta x_i$$

3) 求和: 曲边梯形的面积近似为

$$A = \sum_{i=1}^n \Delta A_i \approx \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

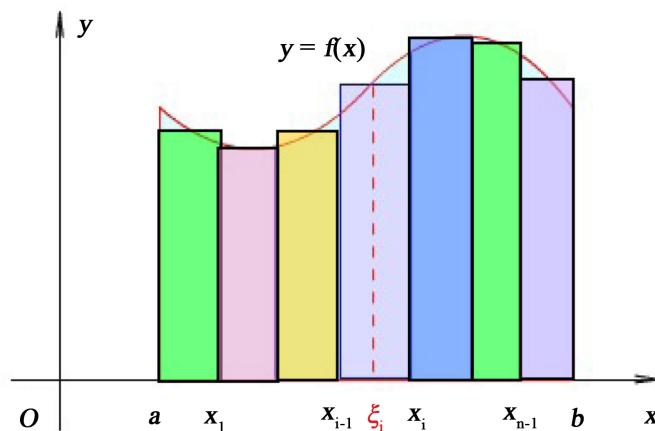


Figure 8. The calculation of trapezoid with curve sides

图 8. 曲边梯形计算

4) 取极限: 曲边梯形的面积为

$$A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=0}^n f(\xi_i) \Delta x_i, \text{ 其中 } \lambda = \max \{\Delta x_i\}, \quad i=1, 2, \dots, n.$$

思政融入点：

- 1) 无论多么复杂的事情都是由简单的事情组合起来的需要我们用智慧去分解，理性平和地去做事。
- 2) 量变产生质变的辩证主义思想，在学习中，正所谓“不积跬步无以至千里”，激励学生不断努力，不断积累才能最终获得成功。
- 3) 由已知探索未知，从特殊到普遍的规律。
- 4) 用离散的过程逼近连续，有限与无限辩证唯物主义的哲学思想。

4. 定积分的定义

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

注：1) 定义中区间 $[a, b]$ 的分法与 ξ_i 的取法是任意的。

2) 定积分仅与被积函数和积分区间有关，与区间的分法、 ξ_i 的取法、积分变量的记法无关。

3) 定积分 $\int_a^b f(x) dx = A$ (常量)，与 x 无关；不定积分 $\int f(x) dx = F(x) + C$ (函数)，与 x 有关。

定积分的定义中最关键的元素是区间 $[a, b]$ 和被积函数 $f(x)$ ，其中 $[a, b]$ 与 Δx_i 有关， $f(x)$ 与 ξ_i 有关。特别地，对区间 $[a, b]$ 等分，取 ξ_i 为每个小区间的端点的情况尤为常见。

对于定积分定义，常见的题型是积分形式与极限形式的互换，下面将通过典型例题来巩固学习定积分的定义。

例 1：利用定义计算定积分 $\int_0^1 x^2 dx$ 。

解：(如图 9)把区间 $[0, 1]$ 分成 n 等分，小区间长度为 $\Delta x_i = \frac{1}{n}$ ，

取 $\xi_i = \frac{i}{n}$ ($i = 1, 2, \dots, n$)，作积分和

$$\sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i = \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \Delta x_i = \sum_{i=1}^n \left(\frac{i}{n}\right)^2 \frac{1}{n} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right),$$

因为 $\lambda = \frac{1}{n}$ ，当 $\lambda \rightarrow 0$ 时 $n \rightarrow \infty$ ，

所以 $\int_0^1 x^2 dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{3}$ 。

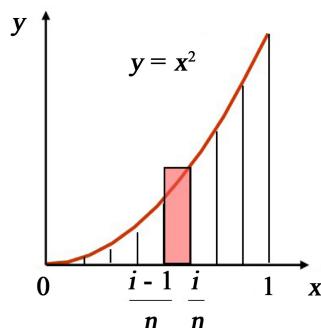


Figure 9. Division diagram

图 9. 划分图

例 2: 用定积分表示极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \frac{i}{n}}$ 。
解: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \frac{i}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \frac{i}{n}} \cdot \frac{1}{n} = \int_0^1 \sqrt{1+x} dx$ 。

5. 应用拓展

高等数学课程不仅给学生提供了深入学习专业知识和拓展专业领域必备的知识结构与计算技能，而且能够有效培养学生的抽象思维能力、空间想象能力和逻辑推理能力，在高科技人才的培养过程中起着基础性的作用。当前国家正大力提倡和发展创新创业教育，采用创新创业教育的理念设计高等数学教学具有重要的意义。定积分是高等数学的重要内容，用定积分来解决现实生活中的实际问题，既为专业学习打下坚实基础的同时又响应了国家创新创业教育的号召，与此同时定积分概念中的思政元素可以促进学生世界观、人生观、价值观的发展。

定积分在现实生活中的应用主要有以下两个方面：

1) 专业应用

- a. 与测绘工程与地理信息工程专业相关的占地面积问题[2]。
- b. 与土木专业相关的水利工程问题[11]。
- c. 与经管类专业相关的供求问题[11]。

2) 思想应用

- a. 英语单词的学习

单词的积累是一个日积月累的过程，每天坚持学习单词，一段时间后随着单词量的增加，英语成绩会有显著的提高，这就是定积分当中的积零为整，量变最终产生质变的哲学思想。

b. 积分兑换

随着市场经济竞争越来越激烈，很多商家都采用了“积分兑换”的营销手段，比如，客户购买满多少金额就可以积多少分，积到一定的分值就可以获得相应的减免金额或者是礼品，以此来占有市场。

c. 交通违章积分

交通违章中如果违章一次可能觉得没有什么，但如果违章次数较多，扣分达到 12 分，驾驶证就会被吊销，这就是定积分当中量变产生质变的思想。

定积分的定义在很多领域都有广泛的应用，以上只列举出了其中很小的一部分应用，后续将紧跟时代发展步伐拓展定积分的应用。

6. 结束语

理工类教师在进行课程教学设计时需遵循“从学生基础出发，以理论够用，技能运用为主”的原则，同时教师的思想、授课内容、信息技术水平等要与时俱进，要用发展的眼光培养应用技术人才。本文的教学设计对理工科教师的教学研究具有一定的借鉴意义，响应国家思政育人、双创教育的号召，同时又有一定的文旅宣传效果。

基金项目

滇西应用技术大学教学质量工程项目——属性约简融入高等数学教学研究(项目编号：23JG08)。

参考文献

- [1] 李晓焱, 闫树熙, 马崛. 理工类课程课程思政的实践方法——以高等数学定积分的概念为例[J]. 高教学刊, 2023,

- 9(26): 164-168+172.
- [2] 沈彩霞. 基于 BOPPPS 模式的《微积分》微课教学设计[J]. 山西青年, 2023(21): 111-113.
- [3] 宋彩虹. 基于 BOPPPS 模型培养数学思维的高等数学设计——以“定积分的概念”为例[J]. 科技风, 2022(35): 132-134.
- [4] 范慧玲, 曹鸣宇, 袁玉萍, 张丽. 《高等数学》课堂教学中融入课程思政案例——以《定积分的概念》为例[J]. 科技教育, 2021, 19(8): 158-160.
- [5] 田进凤. 高等数学教学中课程思政的教学实施[J]. 高等数学研究, 2022, 25(6): 87-90.
- [6] 程瑶. 《高等数学》教学融入工科专业知识方法研究[J]. 科技教育, 2014, 12(21): 166.
- [7] 梅晓玲. 高等数学课程紧贴专业需要的必要性与教学探索[J]. 邯郸师范高等专科学校学报, 2015, 35(3): 123-126.
- [8] 章海燕. 高等数学课程内容与专业的深度结合[J]. 数理化研究, 2015(10): 273-275.
- [9] 徐桂芳, 李海霞, 张宏凯. 浅谈与计算机专业相结合的高等数学教学改革[J]. 教育现代化, 2019(50): 51-52.
- [10] 温坤文, 黄丽芳. 与物理专业相结合的高等数学教学探究[J]. 课程教育研究, 2018(44): 103-104.
- [11] 贾金平, 张凡娣. 融合创新创业教育理念的高等数学教学改革与实践[J]. 兴义民族师范学院学报, 2023(2): 70-77.