

三种版本初中数学教材对比分析

——以“全等三角形”为例

罗丛林, 库在强*

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年3月19日; 录用日期: 2024年7月4日; 发布日期: 2024年7月15日

摘要

全等三角形作为图形与几何的重要组成部分, 在初中数学中占据着基础性地位。本研究从内容和习题两个维度对人教版、北师大版和苏科版三版教材进行对比分析, 发现其中的全等三角形在章前页、内容编排和习题难度等方面存在差异: 北师大版的内容编排相对于其他两版比较靠前、人教版与苏科版注重学生的例题讲解, 北师大版偏向于实践练习等。根据差异提出全等三角形章节的教学建议: 顺应学生认知特点, 合理开展教学; 利用数字技术, 改善教学形式; 增加习题背景, 优化习题难度。

关键词

初中数学, 全等三角形, 教材分析

Comparative Analysis of Three Versions of Junior High School Mathematics Textbooks

—Taking “Congruent Triangle” as an Example

Conglin Luo, Zaiqiang Ku*

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Mar. 19th, 2024; accepted: Jul. 4th, 2024; published: Jul. 15th, 2024

Abstract

Congruent triangles, as an important part of graphics and geometry, occupy a fundamental position in junior high school mathematics. This study compares and analyzes the three editions of PEP, BNUP and JSTP from the dimensions of content and exercises revealing that there are differ-

*通讯作者。

文章引用: 罗丛林, 库在强. 三种版本初中数学教材对比分析[J]. 创新教育研究, 2024, 12(7): 102-108.

DOI: 10.12677/ces.2024.127436

ences in the pre-chapter page, content arrangement and difficulty of exercises in the chapter on congruent triangles: the content arrangement of the BNUP is more advanced than that of the other two editions, the PEP and JSTP pay attention to the explanation of examples for the students, and the BNUP favors the practical exercises, and so on. According to the differences, the teaching suggestions for the chapter on congruent triangles are as follows: to adapt to the cognitive characteristics of students and carry out teaching in a reasonable way; to use digital technology to improve the teaching form; to increase the background of exercises and optimize the difficulty of the exercises.

Keywords

Middle School Mathematics, Congruent Triangles, Textbook Analysis

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022 版)》[1] (以下简称“新课标”)是以习近平新时代中国特色社会主义思想为指导编订的新课程标准, 确立了核心素养为导向的课程目标。课程内容是课程目标的重要载体, 而教材又是课程目标的最主要载体, 因而教材的内容对课程目标的实现有着重大影响。新课标将课程内容分为: 数与代数、图形与几何、统计与概率和综合与实践四个部分, 全等三角形作为图形与几何部分的重要内容, 在整个初中数学中占据着至关重要的地位, 也是学生第一次经历几何证明过程, 对培养学生的抽象能力、空间想象能力和逻辑推理能力等核心素养有很大的帮助。

2. 研究设计

通过对已有文献的阅读和分析, 不同学者对教材分析有着不同的维度选择, 如: 叶珂、胡典顺[2]在对初中数学“图形与几何”进行教材比较时从数量与篇幅、主题、位置与功能、问题表达、活动与组织形式五个方面进行分析。在已有的研究基础上, 本文主要从教材两个维度进行, 一是教材的内容; 二是教材的习题。教材的内容从章前页、内容编排、呈现方式三个方面比较分析, 教材的习题从数量、综合难度两个方面进行比较分析。

全等三角形作为初中最关键的几何知识, 也是许多学生头疼的知识, 教师如何把这一章节的课上好显得极其重要, 现有的研究中大多以整本教材为研究对象, 对全等三角形该章节的研究较少, 本研究以人民教育出版社(以下简称“人教版”)、江苏科学技术出版社(以下简称“苏科版”)、北京师范大学出版社(以下简称“北师大版”)初中数学教材中的“全等三角形”章节为分析对象。具体包括从章前页, 内容编排, 练一练、例题、课后习题和复习题的习题内容进行对比分析。

3. 全等三角形章节内容分析

3.1. 教材章前页对比

人教版教材中“全等三角形”的章前页以武汉长江大桥为背景图, 通过现实生活中的事物进行导入形状、大小完全相同的图形叫全等形, 阐明全等形的性质和判定是几何学的重要内容。再通过对上一章节内容的复习, 提出本章进一步的学习对三角形的推理论证能力的提升, 对三角形的认识会更加深入。

北师大版教材中“全等三角形”的章前页是通过 2 个具体情境问题来导入, 第一个问题贴切现实生

活，可以很好的引导学生进行思考，让学生感受数学来源于生活，又应用于生活。第二个问题讲述战士如何测量敌军碉堡与我军阵地的距离，在学习数学知识的同时又培养了学生的爱国情感，充分发挥了数学的教育功能。其次以建筑工地里的塔吊为背景，也设置了三角形稳定性的悬念，为后面学习三角形及其性质做了铺垫。与其他两版相比，北师大版本在章前页中加入了学习目标，为教师的教和学生的学提供了很好的方向性引导。

苏科版教材中“全等三角形”的章前页分为两部分，第一部分比较简洁明了，给出了一对全等三角形并用符号语言进行了描述，让学生对全等三角形及其表示方法先有一个初步的印象。以一个精美且对称的木雕图案作为背景，可以让学生感受数学之美。第二部分为实践活动，活动一：让学生对正方形进行裁剪，通过裁剪小三角形来拼成“枫叶”，通过这一活动可以让学生初步认识全等图形具有什么样的共同点；活动二：补全两个被纸板挡住的三角形，不同同学画的三角形大小、形状是否相同？通过这一活动为后面探究学习全等三角形的判定做了很好的铺垫。

3.2. 内容编排的对比

通过对三版教材章节内容的分析，可以得出教材的编排情况，如表 1 所示，通过表 1 可以很清晰的发现三版教材编排的异同点，其共同点在于全等三角形一章的知识学习顺序是一致的，都是从认识全等三角形到全等三角形的判定。不同点有三个方面：

- 一是内容编排的节数不同，人教版和苏科版都只有 3 节，而北师大版有 5 节；
- 二是内容编排的学段不同，北师大版将全等三角形内容安排在七年级下册第四章，放在相交线与平行线和变量之间的关系两章后面；人教版和苏科版都是安排在八年级上册，其中人教版为第二章，放在三角形的后面。苏科版为第一章，放在命题与证明之后；
- 三是内容分布上不同，一方面，北师大版将认识三角形和图形的全等单独设立了 2 个小节且将三角形的知识全部集中在了这一章，苏科版将全等图形单独设立了一个小节，人教版则是将全等图形融入在全等三角形中；另一方面，北师大版在探索全等三角形的条件中只给出了 4 种方法，缺少了“HL”这一判定定理，而人教版和苏科版则是给出了 5 种判定方法；再一方面，苏科版在“探索三角形全等的条件”小节后紧接着便是习题内容。人教版和北师大版则是进一步衔接了新的内容，人教版衔接的是角平分线的性质，利用全等三角形的性质来证明角平分线的性质。北师大版衔接了用尺规作三角形和利用全等三角形测距离，通过作图引出问题：不同同学作出的图形是否全等呢？通过测距离进一步巩固全等三角形的知识，并且能培养学生数学的应用能力。

Table 1. Organization of the content of the chapter “congruent triangles” in the three editions of the textbook
表 1. 三版教材“全等三角形”章节的内容编排

位置及章名	人教版	北师大版	苏科版
	八年级上册 (第二章全等三角形)	七年级下册 (第四章全等三角形)	八年级上册 (第一章全等三角形)
节名	2.1 全等三角形	4.1 认识三角形	1.1 全等图形
	2.2 全等三角形的判定	4.2 图形的全等	1.2 全等三角形
	2.3 角平分线的性质	4.3 探索三角形全等的条件	1.3 探索三角形全等的条件
	数学活动	4.4 用尺规作三角形	数学活动关于三角形全等的条件
	小结	4.5 利用三角形全等测距离	小结与思考
	复习题 2	回顾与思考 复习题	复习题

3.3. 呈现方式的对比

从上述分析结果可知，全等三角形和探索三角形全等的条件内容作为三版教材中的共同部分，也是全等三角形章节的重点内容，两者之间前后递进。因此，选取这两节内容作为代表进行对比分析。

在全等三角形内容上，人教版利用探究活动“把一块三角尺按在纸板上，画下图形，照图形裁下来的纸板和三角尺的形状、大小完全一样吗？”看似简单的数学活动，却蕴含着全等三角形的基本性质，由此直观的实践活动顺其自然的引出全等三角形的概念。北师大版和苏科版则都是直接通过两组图案对比来观察是否能完全重合，由此得出全等图形的概念。

在探索三角形全等的条件内容上，人教版通过探究“先任意画出一个 $\triangle ABC$ ，再画出一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 满足上述六个条件中的一个(一边或一角分别相等)或两个(两边、一边一角或两角分别相等)。你画的 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 一定全等吗？”让学生经历自主探究，得出一个或两个条件不能满足一定全等，而三个条件则可以满足一定全等，但又并不是任意三个条件都能成立，从而得到具体判定三角形全等的条件；北师大版通过类似的探究活动，让学生经历自主探索来得到至少需要几个条件才能判定三角形全等，从而得到全等三角形的判定条件，但是北师大版教材中缺少了直角三角形的直角边-斜边(HL)判定定理这一知识点；苏科版则通过讨论加实践活动的方式，让学生用一张长方形纸剪一个直角三角形，经历自主动手、发现过程，引导学生思考怎样剪才能使剪出来的所有直角三角形都能重合呢？发现剪出来的图形都有一个共同点——含有一个直角，进而得到如果直角的两条邻边也相等，那么这两个三角形全等，由此得出了“SAS”的判定定理。

4. 全等三角形章节习题分析

4.1. 习题数量

三版教材在习题编排上都是以“1”、“2”等数字命名，而有的题目还包含的有“(1)”、“(2)”等小问，因此，为了更好地统计习题数量，将其看作一道题来计数，分别从例题、练习题、习题和复习题四个方面进行统计，如表 2 所示。

Table 2. Statistics on the number of exercises in the three editions of the textbook
表 2. 三个版本教材的习题数量统计

教科书版本	例题	练习题	习题	复习题	合计
人教版	7	12	26	13	58
北师大版	1	12	38	18	68
苏科版	8	23	24	14	69

由表 2 可知，三版教材在习题的设计上存在一定的差异性，在习题总数上，北师大版与苏科版相近，分别是 68 道和 69 道，人教版相较而言总量略低，只有 58 道；在例题数上，北师大版教材与其他两版存在较大差异，仅有 1 道，而人教版 7 道、苏科版 8 道；在练习题上，苏科版教材与其他两版的差异明显，苏科版高达 23 道，而人教版和北师大版都是 12 道；在习题数上，北师大版数量最多，为 38 道，其次是人教版 26 道，最后是苏科版 24 道；在复习题数上，三版教材差异不大，都在 15 道左右。由此可见，在习题设计上各版本总量差异不大，但苏科版教材更为注重课堂内的练习题，反映其对学生的当堂知识掌握程度的关注。北师大版则更为注重学生课后的习题训练，侧重学生对已学知识的巩固和及时反馈。相较而言北师大版的例题很少，但是探究活动很多，也表明其以学生为中心的教学风格。人教版对于前面两者而言，其习题分布较为均匀且适中，也反映出其通用性。

4.2. 综合难度

习题综合难度以鲍建生[3]的综合难度模型为框架，从探究、背景、运算等五个维度来分析习题难度，每个维度又划分了几个水平，对其分别赋值，如“探究”因素下的水平，分别赋值：识记(1分)、理解(2分)、探究(3分)，其余难度因素赋值以此类推。通过对三版教材习题进行分析，并利用如下公式：

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij} (i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, 3, 4, 5)}{n}$$

进行计算，从而得出表3中各个难度因素的数据。

Table 3. Difficulty factors of exercises in the three editions of the textbook

表 3. 三版教材习题的难度因素

教科书版本	探究	背景	运算	推理	知识点含量
人教版	2.37	1.20	3.04	2.25	1.90
北师大版	1.96	1.21	1.93	1.68	1.37
苏科版	1.87	1.07	2.36	1.79	1.54

根据各个维度难度因素的数据制作如图1所示雷达图，可以发现，三版教材中的探究、运算、推理和知识点含量因素之间的差异较大，只有背景因素相差不大。在运算和推理因素上，人教版最高，苏科版其次，北师大版最低。其原因跟内容的编排有着密切关系，其中人教版和苏科版均在八年级上册学习全等三角形内容，而北师大版安排在七年级下册。从知识层面看，八年级的学生已具备的知识更加丰富，在题目设计中融入了其他知识点；从认知程度看，八年级的学生比七年级的学生具有更加高的数学抽象能力，对于复杂抽象的符号运算和逻辑推理的要求更高，也就使得人教版和苏科版在运算和推理因素上都高于北师大版。在探究因素上，版要高于北师大版和苏科版，一定程度上表明人教版的习题更加注重学生的探究和学生对知识应用能力的训练。人教版要高于北师大版和苏科版，一定程度上表明人教版的习题更加注重学生的探究和学生对知识应用能力的训练。

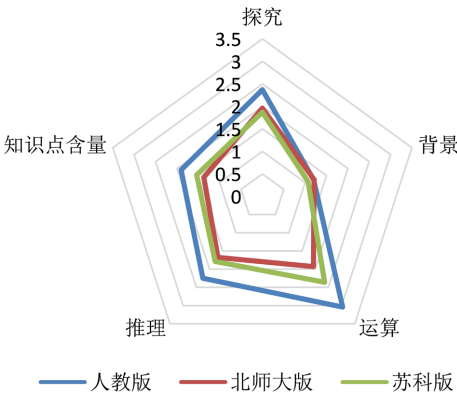


Figure 1. Radar chart of difficulty factors of exercises in the three editions of the textbook

图 1. 三版教材习题的难度因素雷达图

5. 全等三角形章节教学提升策略

5.1. 顺应学生认知特点，合理开展教学

学生的认知水平因学段不同而不同。杨正朝教授[4]指出，一是教材的编制应当考虑学生的发展水平，

合理组织内容, 帮助学生逐步理解知识, 由浅入深、由易到难。二是教师需提升专业素养, 深刻理解教材编排的呈现方式和逻辑顺序。比如, 在引入全等三角形的内容时, 教师应扩展教材的阅读深度和分析深度, 同时对比不同版本教材在引入内容方面的特点, 北师大版和苏科版为何均直接通过两组图案对比来观察是否能完全重合来得出概念, 而人教版则是利用探究活动让学生自己动手来发现总结, 最终得出概念。教师要重点思考其原因所在, 结合学生的认知特点来进行教学; 再如, 在学习探索三角形全等的条件时, 到底由哪种判定定理引入对于学生而言更好接受呢? 哪种判定定理于学生而言更贴合其认知呢? 其中人教版和北师大版均是选择通过“SSS”来作为第一个判定定理引入, 而苏科版则是选用“SAS”来引入学习。对于这种内容编辑的逻辑顺序, 教师要善于去发现和总结, 并归纳最优的授课顺序。

5.2. 利用数字技术, 改善教学形式

几何教学常常是学生数学学习的一大痛点, 几何知识相较于代数知识更加抽象, 而传统的数学几何课堂大多数以教师讲授为主, 形式单一, 学生在课堂上很难激发学习兴趣。因此, 教师要善于采用不同的形式教学, 利用数字技术的优势辅助教学, 如使用 GeoGebra 制作全等三角形动图, 让学生生动形象地观察两个三角形全等应满足的条件是怎么得出的, 这比通过仅推理得到更加印象深刻。教师还可以借助互联网资源来开发教学, 在全等三角形的知识上增加一些课外知识, 可以使全等三角形的学习不再枯燥。例如从数学史视角设计教学, 研究表明, 三版初中数学教材中均没有直接涉及数学史的相关内容, 数学史能为教师提供丰富的教学素材, 有助于改进教学, 提升教师和学生的认知水平, 并传递新的理念和思想。近年来, 以 HPM 为基础的教学设计已成为数学教育领域的热门话题, 这也间接展示了数学史与教学在实际数学课堂中深度融合是可行的, 并且具有可操作性。

5.3. 增加习题背景, 优化习题难度

三版教材在五个维度的难度系数分布大致相同, 在运算、探究和推理上的占比都比较高, 让学生熟练的掌握全等三角形的证明推理及其应用与该章节的教学目标相契合。但是研究发现, 三版教材的习题背景指数均偏低。对于学生而言, 习题不仅仅是对其运算、推理及证明方法掌握程度的检验, 以更好地学以致用。但是解决问题还是要与实际生活相联系, 构建课本知识与生活实践的桥梁, 在教材习题中增加习题背景, 可以更好地培养学生的数学应用能力, 建立跨学科之间的联系, 增强学生跨学科的应用意识与实践能力。此外, 新课标强调学校教育要重视德育教育, 五育并举, 在教学中多设立背景类习题不仅可以锻炼学生的实际应用能力, 还可以起到育人的作用。因此, 适量增加背景类习题对于落实新课标的要求是非常重要的。

在知识含量上, 均以本章节内容为主, 与其他章节的知识结合程度较低, 教材的编排顺序也是一个很大的影响因素, 如人教版和苏科版的全等三角形内容编排在八年级上册, 相对于编排在七年级下册的北师大版则会有更好的多个知识点结合的可能(例如与角平分线知识的结合等), 并且学生的抽象能力发育较晚, 对于几何知识在教学中可以适当的调整其教学顺序, 以便学生更好地理解。还可以自主设计多知识点融合的习题, 不仅能锻炼学生的数学思维能力, 还是对旧知识的温故知新。从学生的发展来看, 多知识点的融合, 可以拓宽学生的视野, 培养学生提出问题和解决问题的能力, 使学生的数学能力得到全面的发展。因此, 对全等三角形章节内容进行合理的编排、对习题难度做适当的优化, 可以更好地适应学生未来的数学能力发展。

6. 结语

通过对三版初中数学教材中全等三角形的章节内容和章节习题进行比较, 得出以下结论: 在章节内容上, 北师大版的编排相较于其他两版比较靠前, 北师大版编排在七年级下册, 人教版和苏科版则是在

八年级上册,其次人教版和苏科版在章节中涵括了五种(SSS、SAS、ASA、AAS、HL)全等三角形的判定定理,而北师大版缺少了“HL”这一判定定理。在章节习题上,苏科版的习题数量是最多的,人教版居中,北师大版最少,另外在习题内容上北师大版更为注重学生的实践,贴切新课标的要求。苏科版注重题型练习,强化学生对知识掌握。在一定程度上体现了不同教材各自的特色,人教版各方面适中,满足普适性;北师大版强调学生的素质发展,苏科版注重知识本身的理解。在具体的课堂教学中,教师可以根据所处地区学生的特性来选择合适的教材进行教学,或可以互相借鉴,适当调整该章节内容的教学顺序,以更好地满足学生的认知发展规律和达到教学目标。

基金项目

本文为2023年度中国商业经济学会教育教学改革规划课题“经济数学模型教学的数字化转型路径及策略研究”(课题批准号:20241030)成果。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[M]. 北京:人民教育出版社,2022.
- [2] 叶珂,胡典顺. PEP与MAC教材中数学探究的比较——基于初中“图形与几何”内容[J]. 数学通报,2017,56(2): 5-10+29.
- [3] 王建磐,鲍建生. 高中数学教材中例题的综合难度的国际比较[J]. 全球教育展望,2014,43(8): 101-110.
- [4] 杨正朝. 三版初中数学教材中“实数”内容的对比研究[J]. 中学数学教学,2023(5): 6-9.