

数学文化融入初中数学教学的策略研究

——以人教版《一元一次方程》为例

张艳阳, 姜泽睿

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年3月21日; 录用日期: 2024年7月2日; 发布日期: 2024年7月11日

摘要

随着义务教育阶段数学课程标准的不断完善, 数学文化的重要性被不断提及和肯定。在教学中融入数学文化, 有利于激发学生的求知精神, 带动学生参与知识探索的过程, 增强文化自信, 提升数学素养。文章对数学文化融入初中数学教学的策略进行了研究, 并结合《一元一次方程》的教学过程设计加以说明, 旨在为教师教学提供参考。

关键词

数学文化, 教学策略, 一元一次方程

Research on the Strategy of Integrating Mathematics Culture into Junior Middle School Mathematics Teaching

—Taking the Human Education Edition “Linear Equation in One Unknown” as an Example

Yanyang Zhang, Zerui Jiang

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Mar. 21st, 2024; accepted: Jul. 2nd, 2024; published: Jul. 11th, 2024

Abstract

With the continuous improvement of mathematics curriculum standards in compulsory education, the importance of mathematics culture is constantly mentioned and affirmed. Integrating mathe-

mathematics culture into teaching is conducive to stimulating students' spirit of seeking knowledge, driving students to participate in the process of knowledge exploration, enhancing cultural self-confidence and improving mathematical literacy. In this paper, the strategy of integrating mathematics culture into junior middle school mathematics teaching is studied, and the teaching process design of "Equation of One Yuan and One Time" is illustrated, aiming at providing reference for teachers' teaching.

Keywords

Mathematics Culture, Teaching Strategy, Linear Equation in One Unknown

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

回顾近二十年来义务阶段的数学课程标准发现,我国数学教育越来越重视“数学文化”。2001年,《全日制义务教育数学课堂标准(实验稿)》中首次提出“数学是人类的文化[1]”。《义务教育数学课程标准(2011年版)》中指明数学文化是人类文化的重要组成部分,应该渗透到教材之中[2]。《义务教育数学课程标准(2022年版)》的前言中提到“数学承载着思想和文化,是人类文化的重要组成部分[3]”,再一次强调了数学文化的重要性。

数学本身具有的逻辑性和严密性是造成学生学习困难的因素之一。如果在数学教学中,只让学生片面地掌握数学知识和解题方法,对学生数学能力和思维发展是远远不够的。数学文化是人类文明的瑰宝,其不仅包含数学知识本身,还涉及数学史、数学美、数学教育等多个方面。在教学过程中,教师应合理地向学生介绍知识的来源、发展历程或是其在生活中的运用等,将相关的数学文化融入数学课堂,可以帮助学生体会到数学思想,数学精神,学习到数学方法,调动学生学习的积极性,促进学生数学核心素养发展。对教师来说,将数学文化融入课堂教学,不仅可以丰富教师自身的数学文化素养,也能帮助教师改变以往固定的教学模式,增添新颖的、有趣的知识,提高教学效果,落实素质教育。

“数学文化”一词最早由法国数学史学家安德烈·韦伊提出,他指出数学在人类文化中发挥着重要的作用并呼吁大家欣赏数学文化。此后,“数学文化”开始被众多的数学教育家研究。美国数学家莫里斯·克莱因[4]在他的著作《西方文化中的数学》中,从历史的角度探究了数学与西方文明发展的相互影响,指出数学与其它领域的文化是紧密相连的,如今的数学不仅仅是繁琐而又乏味的工具。怀尔德[5]在《作为文化体系的数学》一书运用文化学的视角审视数学史,得出将数学视为一个文化体系,有助于理解现代的一些数学哲学观点的结论。

数学文化的教学价值近年来也被我国越来越多的教育工作者发现。郑毓信[6]、顾沛[7]、李兴怀[8]等教授站在不同的研究角度提出了对“数学文化”一词的理解,指明了将数学文化融入教学的重要性。刘娜[9]、孙新建[10]、陈婷婷[11]等一线教师结合实际教学说明了数学文化在课堂中的融入现状,提出了将数学文化渗透课堂教学的一些原则或方法。虽然现在对将数学文化融入教学的理论研究广泛,但是结合具体的教学设计加以说明的却不多。本文根据对数学文化内涵的了解,提出了在初中数学课堂教学中渗透数学文化的一些策略,并结合《一元一次方程》的教学过程设计来分析其可行性,以期为一线数学教师提供参考。

2. 数学文化融入初中数学教学的策略

2.1. 利用数学史, 揭示数学本质

数学学科是在历史长河中被不断探索和完善的, 在科技高速发展的现代, 数学发展的脚步也在一直向前。数学史不单是对数学理论发展的研究, 与数学相关的经济、政治、哲学等社会因素和人文因素也包含在其中, 这就使得数学史带有丰富的文化气息, 更能凸显数学的文化价值。在教学中要让学生全面地认识数学, 深刻地理解数学知识, 就得让学生了解知识的来源以及其被创造的意义, 数学史便是实现这一教学目的的有效中介。

例如, 在讲解《有理数》时, 由于学生初次接触较抽象的数学概念, 且学生对数的认识还停留在整数和分数的范围, 对“有理数”的含义可能难以接受, 不少学生会从字面意思上揣测有理数就是有道理的数, 造成滑稽的误解。为了避免这种局面, 教师可以向学生介绍有理数的起源: “有理数”一词来自于西方, 用英文单词表示是“rational number”, 单词“rational”的意思是“理性的”。在近代, 中国学习西方先进技术, 翻译西方科学著作, 参考日语中的翻译方式将其翻译为了“有理数”。其实, “有理数”一词应该是起源于古希腊, 它的英文表示中的词根“ratio”的意思是“比率”, 这样有理数的含义就很明显了, 即整数之间的“比”。详细介绍有理数的来源后, 学生能从根本上理解有理数的含义, 而不是对教材上的概念死记硬背。这时, 教师也可以顺势向学生介绍“无理数”, 相反于“有理数”, “无理数”就是不能表示为两个整数之比的数。利用数学史来帮助学生理清有理数和无理数的概念, 有效帮助学生解决了关于“数”的分类问题, 提高了学生的学习效率。

从数学史的角度出发, 让学生理解数学内涵, 就要从它的创造、变化、发展和完善的历史入手, 全面分析, 探究本质。

2.2. 探究经典问题, 推动课堂

数学经典问题是数学家研究的有价值, 或是收录在数学著作中, 或是对数学发展有推动性作用的问题。在数学的发展过程中, 数学家解决了许多关于生产生活的数学问题, 同时也创造了丰富理论, 总结了大量的思想方法。这些经典的数学问题蕴含着悠久的历史, 在课堂中探究经典问题, 既可以丰富学生的文化素养, 在历经前人对问题解决的过程中开拓眼界, 又能增添课堂趣味, 推动教学节奏。

例如《孙子算经》中的“鸡兔同笼”问题, 利用一元一次方程和二元一次方程组都能求解。教师可以将其先放在学习一元一次方程时的新课导入中, 在之后学习二元一次方程组时, 通过问题再现的形式, 让学生体验用不同知识解决同一问题, 拓宽学生的解题思维。又例如勾股定理, 西方有毕达哥斯拉问题, 我国有《周髀算经》中的“弦图”问题, 在几何发展史中, 还有许多数学家对勾股定理给出了不同的证明方法, 教师可以借此激励学生主动求知。

数学经典问题是数学文化中的宝贵财富, 它们是数学被不断发展、创新的标志。将数学经典问题引入课堂, 在一定程度上可以激发学生火热地思考, 增添课堂活力。

2.3. 揭示数学思想方法, 丰富课堂

如果说问题是数学的心脏, 那么数学思想方法就是数学的灵魂。数学问题千千万万, 但总是可以通过一定的思想指导, 结合特殊的方法求解。数学思想方法是数学文化的精华, 是解决数学问题的武器。初中数学相比于小学更加抽象, 逻辑性也更强, 数学问题变得分类广, 变式多, 一个知识点就可以衍生许多不同类型的题目。“授人以鱼不如授人以渔”, 教师不仅要重视知识点的讲解, 解题方法中蕴含的数学思想传授也同样重要。初中阶段常见的数学思想方法有数形结合、转化与化归、分类讨论和函数与

方程(见表 1)。在教学中向学生渗透这些思想方法,能有效培养学生的解题能力,帮助学生脱离题海战术。

Table 1. The main mathematics thought method and function of junior high school
表 1. 初中主要数学思想方法及作用

数学思想	作用
数形结合	以数辅形, 以形助数
转化与化归	化繁为简
分类讨论	明晰思路, 不重不漏
函数与方程	动静结合, 以静制动

所谓数形结合思想方法,就是将抽象的数量关系和直观的图像结合起来,做到“数形相助”。例如,结合一次函数和二次函数的图像来探究它们的性质,使得教学直观具体。转化与化归思想方法指的是证难则反,化繁为简,殊途同归,其常用于直接求解题目所问较困难的问题,运用转化与化归思想方法解题往往有一种“山穷水复疑无路,柳暗花明又一村”的豁然感。分类讨论体现了数学思维的严谨性,分类要做到不重不漏,保证所得答案的完整,锻炼学生的分类思想,不仅可以提升学生逻辑思维的严谨性,还有助于培养学生对已见题型的分类整理意识,养成良好的数学学习习惯。函数思想和方程思想相互融合,函数思想是利用变化的观点,根据已知的数量关系建立函数解析式的一种思想,而方程思想是根据已知量和未知量之间的等量关系建立方程,解决问题的思想。如在求解动点问题时,运用函数与方程思想方法,可以将复杂的动态问题变为较简单的静态问题,做到动静结合,以静制动。

数学教学不仅要使学生理解数学知识,更要让学生掌握并运用各类数学思想方法,游刃有余地解决各类数学问题。

2.4. 发现数学之美, 点缀课堂

我国的全面发展教育指的是对学生进行德、智、体、美、劳五种教育,其中美育要求培养学生发现美,欣赏美,创造美的能力。在数学中,最能直观地被发现的美便是几何图形中的对称美,可数学中除了对称美还包含许多其它有特点的美,要让学生欣赏到更多的数学之美,需要教师的悉心引导。

数学的美主要体现为对称美,简洁美,和谐美和奇异美。对称美除了蕴含在几何图形之中,其它知识点也有对称美的身影,例如正比例函数和反比例函数的图像关于坐标轴原点对称,二次函数

$y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 的图像关于直线 $x = -\frac{b}{2a}$ 对称;一些数学公式中也有对称美,如求三角形面积的海

伦公式 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (其中 $p = \frac{a+b+c}{2}$), 以及平方和公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 等。数学

的简洁美主要体现在表达方式简洁、符号简洁和概念简洁。例如,在数学中,“ $\because$ ”和“ $\therefore$ ”分别表示“因为”和“所以”,“ $\parallel$ ”表示“平行关系”,“ Σ ”表示“求和”等,这些符号的创造,避免了繁杂的文字运用,提高了书写效率;有一些数学定义十分简单明了,例如“只有符号不同的两个数叫做相反数”,“能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形”,“两组对边分别平行的四边形叫平行四边形”等,这些语句只用了些许精炼的文字就准确地表达了数学名词的概念,体现了数学的简洁美。数学中的黄金分割指的是将一个物体分为两部分后,较大的一部分和整体的比值与较小部分和较大部分的比值相等,约为 0.618。自从黄金比例被毕达哥斯拉发现后,又经过许多数学家几个世纪的研究,发现将黄金分割运用到建筑、雕像和绘画上都能给人的视觉带来和谐的美感,例如雅典的帕特农神庙、断臂的维纳斯雕像和世界名画《蒙娜丽莎》和《最后的晚餐》都利用了黄金比例,这些都反映了数学中的和谐美。数学中的奇异美是一种新颖奇特的美,在一些看似复杂,没有思路的题目中,往往只需要一个步骤或一个小技巧便可巧妙地解决问题。例如对于此题“(2+1)(2²+1)(2⁴+1)(2⁸+1)(2¹⁶+1)+1”,若直接计算,步骤多,数值大,

操作困难。我们只需借助一个知识点——平方差公式，便可轻松求解。我们可以将原式化为

“ $\frac{(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)}{2-1}+1$ ”，接下来，我们对分子逐步化简，最后得出的结果“ 2^{32} ”。

数学美是数学文化华丽的外衣。将数学美融入数学课堂，可以改变学生对数学是枯燥无味的刻板印象，让学生对数学产生好感，从而转变学生“要我学”到“我想学”观念，培养学生欣赏美的能力，达到美育的目的。

2.5. 探寻中华传统数学文化，融入课堂

文化具有民族性，中华优秀传统文化是中华民族的根和魂。中华文化源远流长，数学方面的成就数不胜数。探索中华优秀传统文化背景下的数学教学，可以让学生了解中国特色的数学文化，增强学生的民族文化自豪感和归属感。

想要探究中华优秀传统文化中的数学发展，现存在世的古代数学著作就是最好的参考依据(见表2和表3)。例如，在《九章算术注》中寻找正负数在我国起源；利用《易经》中记载的“填幻方”游戏作为“有理数的加法”这一节课的趣味拓展；在《周脾算经》对勾股定理的介绍中体会我国古代数学家赵爽的智慧；利用方程知识探究《孙子算经》中的数学问题，领悟中华民族善观察，勤思考的思维品质；在《杨辉算法》中领略宋朝数学发展的辉煌，利用“杨辉三角”发现乘法公式中展开式各项次数的规律。

Table 2. Ancient Chinese works on algebra

表 2. 中国古代有关代数的著作

名称	简介
《夏侯阳算经》	唐代数学家夏侯阳撰写的数学著作。该书主要讨论各种日常生活中的数学问题，包括面积、体积、利息、比例等方面的计算。
《数书九章》	中国古代数学家秦九韶的著作，创作于宋元时期。这部著作在代数和方程求解等方面有重要的贡献。
《张丘建算经》	南北朝时期的一部重要数学著作，上卷细述算术，下卷则讨论日常生活中的各种数学问题。其中著名的“百鸡问题”是不定方程的经典例题。

Table 3. Ancient Chinese works on geometry

表 3. 中国古代有关几何的著作

名称	简介
《测圆海镜》	金元之际数学家李冶所著的一部重要数学著作。该书主要探讨与圆和弧有关的几何问题，其方法和思路对于当时的数学发展具有重要影响。
《数书九章》	由宋代数学家秦九韶所著，其中包含了丰富的几何问题。秦九韶在书中提出了多种解决几何问题的方法，如利用勾股定理、相似三角形等原理进行求解。他的方法不仅具有创新性，而且在实际应用中也非常有效。
《海岛算经》	这是唐代数学家的一部重要著作，主要涉及测量学方面的内容，包括平面和球面三角测量等。该著作详细阐述了如何利用勾股定理等几何原理进行实地测量，对于古代航海、地理测量等领域具有重要意义。

中国古代的数学发展迅速，成果硕多，以刘徽、杨辉、祖冲之和秦九韶等为代表的中国古代数学家，创作了大量联系生活实际，以算法见长的数学著作，丰富了中华民族的数学文化。但由于现代数学知识体系受西方数学影响较大，学生难以体会中国传统数学的精髓，这便需要教师引导学生感知中华数学文化的独特魅力，体会数学文化的价值，在学习过程中培养学生的文化自信和自豪感。

3. 数学文化融入《一元一次方程》教学过程设计案例

方程是中学阶段的重要内容之一, 从小学利用算术法过渡到初中的利用方程法解决问题, 展示了数学从算式到方程的进步。方程的发展历史渊源, 且中西方对方程的研究都十分深入。方程, 特别是一元一次方程, 是实际生活中被利用的最多、最广泛的数学工具。本节课从介绍方程的发展历史和探究一元一次方程在生活中的应用这两个方面, 在教学中融入数学文化。

3.1. 《一元一次方程》教学过程设计

环节一: “方程”史话

教师向学生介绍关于“方程”一词在中国的来源, 开启新课学习:

“方程”是中国东汉初数学著作《九章算术》第八章的名称。这一章主要是以实际应用问题为例, 讲解方程组的解法。在古代, 数学语言还不像现在这么完备, 所以当时的数学家就用算筹来表示未知数的系数。按照这样的表示方法, 使得方程组被排列成一个形似长方形的数字阵。后来, 魏晋时期的数学家刘徽在《九章算术注》中指出, “方”与上述的数字阵相关, “程”指的是含有未知数的等式。

设计意图: 利用方程在中国古代的起源来引入学习的主题, 既让学生了解了中国古代人的数学智慧, 又激发学生的求知欲和对民族文化的自豪感。

环节二: 探究问题, 理解“方程”

利用多媒体展示教材问题: 一辆客车和一辆卡车同从 A 地出发沿同一条公路同方向行驶, 客车的速度是 70 km/h, 卡车的速度是 60 km/h, 客车比卡车早 1 h 经过 B 地, A、B 两地间的路程为多少?

探究 1: 请同学们尝试用算术法解决问题。

师生活动: 学生展示用算术法解题的思路, 教师针对性地指导。

设计意图: 先让学生用自己熟悉的方法解决问题, 让学生明白题中已知什么, 要求什么, 对题中给的信息进行提取, 为下面用方程法解题做铺垫。

探究 2: 如果用字母 x 表示 A、B 两地之间的路程, 如何用带 x 的式子表示客车和卡车分别从 A 到 B 的时间? 根据列出的式子, 可以得到一个什么样的等式?

探究 3: 如果用 y 表示卡车从 A 到 B 的时间, 那么客车的行驶时间怎么表示? 又会得到一个怎样的等式呢?

师生活动: 学生小组内讨论结果, 进行小组展示, 教师评价后进行讲解。

设计意图: 给出方程求解时应设未知量, 找等量关系的提示, 让学生体会利用方程求解的基本过程和思路。将题中不同量设为未知数, 所得的等式也不相同, 从而让学生体会到利用方程法求解时, 所“设”不同, 得到的等式也不相同, 解题时难易程度可能也不相同。

师: 我们利用算术法解题时, 列出的算式中不含有未知数; 而利用方程来解题时, 要先设未知数, 再根据题中的等量关系, 写出含有未知数的等式, 这便是方程。我们现在对方程的定义与《九章算术》中对“方程”描述是完全一致的。

设计意图: 通过对比算术法和列方程法求解的区别, 突出方程法的直观性和简便性。再次提及《九章算术》中的“方程”, 既加深了学生对“方程”来源的印象, 又强调了方程的概念。

环节三: 观察归纳, 总结概念

利用多媒体展示教材中的例 1:

1) 用一根长 24 cm 的铁丝围成一个正方形, 正方形的边长是多少?

2) 一台计算机已经使用 1700 h, 预计每月再使用 150 h, 经过多少月这台计算机使用时间达到规定的检修时间 2450 h?

3) 某校女生占全体学生人数的 52%, 比男生多 80 人, 这个学校有多少名学生?

师生活动: 同学们先独立列出方程, 再观察方程的特点并相互讨论, 教师补充并归纳。

师: 观察列出的方程我们观察到, 每个方程都只有一个未知数, 且未知数的次数都为 1, 等号的两边都是整式, 我们称这样的方程为一元一次方程。

设计意图: 通过展示生活中的问题, 让学生体会方程的实用性。同时锻炼学生的数学观察和归纳能力, 让学生参与知识形成的过程。

环节四: 探索经典问题, 检测学习成果

教师在多媒体上展示题目:

1) 《孙子算经》中记载的“分鹿”问题: 今有百鹿入城, 家取一鹿不尽, 又三家共一鹿适尽, 问城中家几何?

2) 《算法统宗》中记载: 三百八十七里关, 初日健步不为难, 次日脚痛减一半, 六朝才得到其关。求此人第六天的路程。

3) 《九章算术》中记载: 今有凫(野鸭)南海, 七日至北海; 雁起北海, 九日至南海。今凫雁俱起, 问何日相逢?

问题 1: 你能理解上述题目的意思吗?

问题 2: 请同学们尝试找出题中的等量关系, 并设所求为未知数, 列出一元一次方程。

师生活动: 让同学们先理解题目意思, 找学生代表回答, 教师补充解释, 再让学生解决问题。

设计意图: 展示我国古代其它数学著作中有趣的经典问题, 既能激发学生的探究欲望, 也可以反馈学生的学习情况, 及时调整教学进度。

环节五: 课堂小结

结合以下两个问题对本节课进行总结:

1) 什么是方程? 什么是一元一次方程?

2) 本节课中你还有什么收获呢?

环节六: 课后知识拓展

收集西方关于方程起源的资料, 在下一节课展示。

设计意图: 让学生查阅关于方程在西方的探索历史, 让学生对方程的了解更加全面。并且在中西方对方程的研究中, 体会数学文化的独特魅力。

3.2. 《一元一次方程》教学过程设计分析

方程是生活中常用的数学知识, 利用方程为切入点, 融入数学文化, 让学生感受到数学来源于生活, 并服务于生活。本节课以方程在中国古代的发展为起点, 借助相关的数学史来促进学生理解概念。在探究环节中引导学生经历利用算术法和方程法的解题过程, 突出方程法的简便性, 向学生初步渗透方程思想。为了体现数学文化的趣味性和实用性, 在巩固知识的环节, 本例选用了记录在数学著作中的经典问题, 让学生在解决问题的过程中感受中国古代数学家善观察, 勤思考的数学素养和品质, 帮助学生克服学习数学的畏惧心理。最后在布置作业的环节, 安排学生收集西方国家有关方程发展的资料的开放任务, 让学生对方程的认识更加全面, 同时也培养了学生的自学能力和自觉探索数学文化的学习意识。

4. 结语

在我国新课改的进程中, 数学文化越来越受重视。在教学中渗透数学文化, 可以让学生发现并接受数学的应用价值、审美价值、科学价值和文化价值, 将数学文化融入数学课堂是必然实现的。利用数学

文化提升学生的文化素养不是一蹴而成的, 还需要很长一段路要走, 对于数学文化与初中数学课堂教学的结合还需要更加全面、深入的研究以及一线教师们的实践。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2001.
- [2] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2011.
- [3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [4] M.克莱因. 西方文化中的数学[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2004.
- [5] R.L.怀尔德. 作为文化体系的数学[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2019.
- [6] 郑毓信, 等. 数学文化学[M]. 成都: 四川教育出版社, 2000.
- [7] 顾沛. 数学文化[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [8] 李兴怀. 试论数学文化与中学数学教育[J]. 宝鸡文理学院学报(自然科学版), 1997(2): 71-73.
- [9] 刘娜. 浅谈在中学数学教学中渗透数学文化的重要性[J]. 数学学习与研究, 2021(35): 155-157.
- [10] 孙新建. 融入数学文化, 助力初中数学课堂教学[J]. 数学学习与研究, 2022(24): 131-133.
- [11] 陈婷婷. 数学文化融入高中数学教学的研究[J]. 数学教学通讯, 2023(36): 54-56.