高考数学试题中数学文化的研究

——以2014~2023年高考真题为例

方兴发, 曹学锋

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年3月25日; 录用日期: 2024年7月31日; 发布日期: 2024年8月8日

摘要

数学文化已日益受到数学教育界的重视。基于对数学文化的理解, 借鉴相关研究构建数学文化试题的分析框架。从数学文化类型、数学文化融入方式、数学文化教育价值、数学文化知识点分布、数学文化题量变化和数学文化分值变化6个方面, 对数学文化类试题进行分析。研究发现: 2014~2023年高考数学试题中数学与现实生活占比较高, 数学史的占比偏低; 数学教育价值观念中以工具价值为主; 数学文化知识点分布中以概率与统计为主。为了更好地命制高考数学文化类试题, 应注意重视数学史的教育功能, 巧妙融入数学史、紧密结合现实生活, 适当均衡各数学文化内容。

关键词

高考试题, 数学文化, 数学史

The Study of Mathematics Culture in Mathematics Test Questions of College Entrance Examination

—Taking the 2014~2023 College Entrance Examination Real Questions as an Example

Xingfa Fang, Xuefeng Cao

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Mar. 25th, 2024; accepted: Jul. 31st, 2024; published: Aug. 8th, 2024

Abstract

Mathematics culture has been paid more and more attention by mathematics education circles.

文章引用: 方兴发, 曹学锋. 高考数学试题中数学文化的研究[J]. 创新教育研究, 2024, 12(8): 84-91.

DOI: 10.12677/ces.2024.128510

Based on the understanding of mathematical culture, the paper constructs the analysis frame of mathematical culture questions by referring to the relevant research. This paper analyzes the questions of mathematical culture from six aspects: types of mathematical culture, ways of integrating mathematical culture, educational value of mathematical culture, distribution of knowledge points of mathematical culture, changes of mathematical culture questions and changes of mathematical culture scores. The results show that in the 2014~2023 college entrance examination, the proportion of mathematics and real life is relatively high, while the proportion of mathematics history is low; the value of mathematics education is mainly the value of tools; the distribution of mathematical cultural knowledge points is dominated by probability and statistics. In order to better order the examination questions of mathematics culture in the college entrance examination, we should pay attention to the educational function of mathematics history, skillfully integrate into mathematics history, closely combine with real life, and properly balance the contents of mathematics culture.

Keywords

College Entrance Examination, Mathematical Culture, History of Mathematics

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Open Access

1. 问题提出

近年来, 数学文化已越来越受到数学教育界的重视。《普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)》(以下简称“新课标”)中明确提出: 数学文化是指数学的思想、精神、语言、方法、观点, 以及它们的形成和发展; 还包括数学在人类生活、科学技术、社会发展中的贡献和意义, 以及与数学相关的人文活动[1]。同时, “新课标”中也明确提出“注重数学文化的渗透”“高考试题融入数学文化”等观点[1]。数学课程标准是确定高中数学教学内容的依据, 正是因为“新课标”中对数学文化非常强调, 使得我们研究高考数学文化试题更有价值和意义。

有研究表明, 以数学文化作为背景素材的高考试题很多, 但有些试题只是增添一些“文化”佐料来考察学生的数学文化素养。有学者发现, 高考数学试卷中数学文化类试题数量偏少, 各内容类型分布不均衡; 文化素材不丰富, 各子类型分布不均衡等比较突出的问题[2]。本文通过对 2014~2023 年高考数学全国卷试题进行研究, 以期对高中数学文化类试题的编制提供一定启示。

2. 研究设计

2.1. 研究框架

国内研究数学文化的学者数不胜数, 不同的学者研究数学文化的视角不同, 导致对于数学文化内涵的界定不同。一般而言, 狭义的“数学文化”是指数学的思想、精神、方法、观点、语言, 以及它们的形成和发展; 广义的“数学文化”还包括数学史、数学家、数学美、数学教育、数学与人文的交叉、数学与各种文化的关系等[3]。常见的试题中的数学文化以广义的内涵为主。对于数学文化的不同类型, 主流的学者如下: 如汪晓勤将其分为数学史、数学与生活、数学与科学、数学与人文、数学与艺术、趣味数学 6 类[4]。王建磐等将其整合为数学史、数学与现实生活、数学与科学技术、数学与人文艺术 4 个方面[5]。唐恒钧、张维忠将其分为数学史、数学与生活、数学与科技、数学与人文社会、数学游戏、数学

与艺术体育等 6 类[6]。

基于对上述数学文化内涵的理解, 结合本文的实际情况, 将高考试题中的数学文化内容类型分为数学史、数学与现实生活、数学与科学技术、数学与人文艺术四类。关于数学文化类型的分析框架如下表 1 所示。

Table 1. Analysis framework of mathematical cultural types

表 1. 数学文化类型分析框架

要素	类别	内涵
数学文化 类型	数学史	试题与数学家的故事、数学理论的发展、历史名题、数学史等内容联系
	数学与现实生活	试题中融入个人、公共生活背景, 解决的数学问题与实际生活相关
	数学与科学技术	试题融合其他科学, 如生命科学、地球科学、物质科学等
	数学与人文艺术	试题融入人文、艺术、游戏等方面的内容

就融入试题方式而言, 沈春辉等将运用数学史的方式分为点缀式、附加式、复制式、顺应式和重构式; 其它数学文化的运用水平分为外在型和内在型[7]。唐恒钧等将试题中数学文化的融入方式统一为附加型和整合型两大类, 其中整合型又分为可分离的数学文化和不可分离的数学文化两种[6]。本文借鉴唐恒钧的观点, 将融入试题方式分为附加型、可分离型、不可分离型。关于融入试题方式的分析框架如下表 2 所示。

Table 2. Integrate the analysis framework of test questions

表 2. 融入试题方式分析框架

要素	类别	内涵
融入试题方式	附加型	文化要素仅以插图、语言等形式添加在试题中, 删除后不会对试题本身造成影响
	可分离型	文化要素用以掩饰数学问题, 仅仅运用数学知识解决数学问题, 文化与数学可以分离
	不可分离型	文化要素成为数学问题的一个有机组成部分, 运用数学知识解决具体的文化问题, 两者不可分离

就数学教育价值观念而言, 本文参考曹文杏[8]的相关研究, 将数学教育价值观念分为工具价值、认识价值、文化价值。具体如下表 3。

Table 3. Mathematical education value concept analysis framework

表 3. 数学教育价值观念分析框架

要素	类别	内涵
数学教育 价值观念	工具价值	将数学看作是一种工具, 为其他学科学习、生活、生产提供工具, 关注数学的实际应用
	认识价值	将数学看作是思维训练的方式, 突出其对人类发展认识能力的作用
	文化价值	将数学看作是一种文化, 重视对数学真、善、美的感受和领悟

同时, 为了更清楚的了解 2014~2023 年数学文化试题知识点、题目数量、分值情况, 将数学文化试题知识点分布、数学文化题目数量变化趋势和数学文化分值变化趋势加入其中, 因这三方面在试题相关数据统计好之后就能直接进行分析, 将在后文进行详细介绍。

2.2. 研究对象的选取

单张高考数学试卷中关于数学文化的题目相对较少, 不便于进行系统研究, 因此, 本文将 2014~2023

年的高考数学全国卷作为本次的研究对象,共收集了 52 套试卷,其中 2014~2015 年全国 I 卷(理科、文科)、全国 II 卷(理科、文科)共计 4 套,2016~2020 年全国 I 卷(理科、文科)、全国 II 卷(理科、文科)、全国 III 卷(理科、文科)共计 30 套,2021~2023 年全国甲卷(理科、文科)、全国乙卷(理科、文科)、新高考 I 卷、新高考 II 卷共计 18 套。

3. 统计结果及分析

3.1. 数学文化类型分析

通过统计 52 套高考数学试卷,得到 2014~2023 年数学文化试题各要素的统计结果,为了便于进行直观分析,将其转化为折线图。试题的数学文化类型折线图如图 1 所示。由图 1 可知,在数学史方面,整体趋势是先上升后下降的,2015 年数学史的考察比重最高,有 4.55%,其次是 2018 年和 2017 年,分别为 3.64%、2.73%。总体来讲,试题中涉及到数学史方面的内容还是偏低的。这主要是三个方面的原因,其一是由于高考的性质决定了数学教学必须围绕考试大纲展开,这可能导致数学史等内容在教学中被相对忽视。其二是高考数学试题的编制受到教育部门的严格规定,这些规定需要符合课程标准,在实际的试题编制中,可能由于种种限制,使得数学史元素无法充分融入。其三是因为在现有的教育体制下,教师可能会倾向于教授那些能在高考中直接体现的知识点,而学生也会更重视能够在考试中得到应用的技能。这种情况下,即使数学史具有重要的教育价值,也可能因为不被纳入高考的主要考察范围而被边缘化;在数学与现实生活方面,整体趋势是先上升后缓慢下降的,2016 年数学与现实生活的考察比重最高,有 14.55%,这和 2016 年新增全国卷 III (理科、文科)有一定关系,其次是 2020 年和 2018 年,有 10.91%。可见,近几年的试题主要以数学与现实生活为主,试题非常重视数学与现实生活的联系;在数学与科学技术方面,整体趋势是先上升后缓慢下降的,2019 年数学与科学技术的考察比重最高,有 7.27%,其次是 2021 年,有 1.52%。相比于十年前,试题对于数学与科学技术的重视程度还是有所提高的;在数学与人文艺术方面,整体趋势是先上升,后下降,2020 年之后又缓慢上升,2019 年数学与人文艺术考察比重最高,有 6.36%,其次是 2022 年和 2021 年,分别为 3.79%、3.03%,从近几年可以看出,试题对于数学与人文艺术是越来越重视的。

Figure 1. The proportion of mathematical cultural types

图 1. 数学文化类型占比情况

3.2. 融入试题方式分析

数学文化的融入试题方式折线图如图 2 所示。由图 2 可知, 在 2014~2023 年期间, 数学文化的融入试题的 3 种方式中, 主要以可分离型为主, 其次是不可分离型, 最后是附加型。在可分离型上, 2014~2019 年期间, 其所占的比重是逐年增加的, 2019 年后才逐渐下降。附加型和不可分离型在 2014~2023 年期间总体起伏不大。

通过分析高考数学试卷发现, 许多数学文化类试题通过提供一个现实的数学情境来考查学生相关知识, 该情境删除与否对于相关知识的考查影响不大。2019 年后, 可分离型的占比逐渐下降, 不可分离型的占比逐渐上升, 可见, 不可分离型的数学文化试题越来越受到重视, 确实也应该加强知识与现实数学情境的紧密联系, 将数学文化要素有机融入数学实际问题之中, 这样也有利于学生能顺利的将数学知识运用于解决实际问题, 让学生在解决问题的过程中, 潜移默化地接受试题背后的文化渗透, 引导学生体会数学的理性精神、数学的思想方法以及数学在日常生活的广泛应用等。

Figure 2. The proportion of ways of integrating test questions
图 2. 融入试题方式占比情况

3.3. 数学教育价值观念分析

Figure 3. The proportion of values in mathematics education
图 3. 数学教育价值观念占比情况

数学教育价值观念传递折线图如图 3 所示。由图 3 可知, 在工具价值方面, 2014~2023 年期间总体呈现逐年递增的趋势; 在认识价值方面, 2014~2023 年期间, 试题对于认识价值的考察比重一直是偏低的; 在文化价值方面, 2014~2016 年期间, 试题中基本没涉及到文化价值, 2016~2019 年期间, 试题对于文化价值的占比是逐年增加的, 在 2019 年后其占比又是迅速下降的。总体来讲, 数学文化类试题倾向于

考察工具价值,这也反映出数学能帮助我们更好的认识与改造世界。

3.4. 数学文化试题知识点分布分析

从图 4 可以看出,数学文化知识点主要分布在概率与统计、几何与代数、函数、算法与程序框图这四大模块,所占比例分别为 70.89%、15.82%、10.76%、2.53%。在最新版普通高中数学 A 版教材中,算法与程序框图和线性规划这两块内容已被删除了,因其与其它高中数学知识关联不大。通过分析高考数学试卷可知,概率与统计几何与代数的知识与现实生活联系密切,在选择题、填空题、大题中均有涉及,所以占比高,而函数等知识与现实生活虽也有联系,但在关于现实生活的试题中有机融入数列或函数的知识却是有一定难度的,这也就导致了这块知识占比较低。通过以上分析,数学知识本身的特点值得我们关注,与此同时,对于我们以后的数学文化素材的选取、数学文化课程资源开发和利用、数学试题编制提供了一定启示。

Figure 4. Distribution of mathematical cultural knowledge points
图 4. 数学文化知识点分布

3.5. 数学文化题目数量变化趋势分析

从图 5 中可以看出,在 2014~2023 年期间,2015 年关于数学文化的高考数学试题数量最少,为 11 道,2019 年关于数学文化的高考数学试题数量最多,有 24 道,在 2019 年之后,数学文化题目数量呈下降后缓慢上升趋势。从图中的信息可从侧面反映出教育部和从事教育的工作者对数学文化一直是比较重视的,同时也为一线教师在接下来的高考复习中敲响警钟,不要忽视数学文化作为考题背景材料的重要性。

Figure 5. The trend chart of the number of mathematical cultural problems
图 5. 数学文化题目数量变化趋势图

3.6. 数学文化分值变化趋势分析

数学文化分值变化中, 将当年高考数学全国卷中的数学文化相关试题的分值进行累加, 得到如图 6 数学文化分值变化趋势, 从图 6 中可以看出, 在 2014~2023 年期间, 2015 年关于数学文化的分值最低, 为 83 分, 2019 年关于数学文化的分值高, 为 155 分。整体来看, 数学文化分值是略有上升的。随着数学界的学者对于数学文化的日益重视, 数学文化渗透到数学考题中是必然趋势, 所以, 高考试卷的编织者应该继续持之以恒的坚持下去, 将数学文化有机融入数学试题中, 使学生在德育、智育、美育等方面均得到提升。

Figure 6. Mathematical culture score change trend graph
图 6. 数学文化分值变化趋势图

4. 研究结论与建议

基于近 10 年高考数学试题中数学文化试题特征的相关分析, 得出如下结论:

1) 2014~2023 年高考数学试题中数学与现实生活占比较高, 数学史的占比偏低, 应引起重视。2) 融入试题方式中以可分离型为主。3) 数学教育价值观念中以工具价值为主, 强调应用知识解决现实生活中的数学问题。4) 数学文化知识点分布中以概率与统计为主, 强调学生对于数据的处理分析, 从而解决实际问题。5) 2014~2023 年间数学文化题目数量以及分值是有增加的。因此, 基于对高考试题中数学文化试题特征的分析, 提出以下几点建议供编题者以及一线教师参考。

4.1. 重视数学史的教育功能, 巧妙融入数学史

数学史是研究数学发展及其规律的宝藏资源, 能够展示数学知识的发展脉络, 数学知识的历史演变, 并让学生深入理解数学家们的精神风貌和科学态度, 同时也包含美学标准、智力好奇、趣味娱乐等因素, 可以让师生感受到数学文化的多元性、趣味性。教育部门在制定课程标准和高考大纲时, 应当充分考虑到数学史的教育功能, 鼓励教师在教学中穿插数学史的内容, 丰富学生的数学学习体验。同时, 高考数学试题的编制也应该尽可能地涵盖广泛的数学领域, 通过文字语言、历史资料或特殊符号等形式灵

活地呈现出来。通过融入数学史, 彰显数学的魅力, 从而在潜移默化中对学生产生积极的影响。

4.2. 紧密结合现实生活, 适当均衡各数学文化内容

数学来源于生活, 也应当为生活服务。目前有关高考数学文化类型的试题中, 在数学文化知识点分布中以概率与统计为主, 强调学生对于数据的处理分析, 从而解决实际问题。可见, 高考数学试题多结合现实生活背景渗透数学文化, 关注社会发展的时代特征, 突显了数学的工具价值, 这一点值得肯定。但是, 通过前面的统计分析我们可以发现, 有的内容占比较低, 有的内容占比较高, 所以, 可以深入挖掘数学文化资源, 适当均衡数学文化试题中各数学文化内容的占比。

参考文献

- [1] 教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 10.
- [2] 张维忠, 金月丹. 高考试题中的数学文化内容类型研究——基于近 5 年高考试卷的量化分析[J]. 中学数学月刊, 2020(6): 26-29, 34.
- [3] 顾沛. 数学文化[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008: 1-2.
- [4] 汪晓勤. 主要国家高中数学教材中的数学文化[J]. 中学数学月刊, 2011(5): 50.
- [5] 王建磐, 汪晓勤, 洪燕君. 中、法、美高中数学教科书中的数学文化比较研究[J]. 教育发展研究, 2015, 35(20): 28-32, 55.
- [6] 唐恒钧, 张维忠. 澳大利亚数学统一评估试题中的文化研究[J]. 数学通报, 2016, 55(3): 7-11.
- [7] 沈春辉, 柳笛, 汪晓勤. 文化视角下“中新美法”四国高中数学教材中“简单几何体”的研究[J]. 数学教育学报, 2013, 22(4): 30-33, 102.
- [8] 曹文杏, 胡余旺. 高考数学中数学文化类试题特征及其评析——以 2016-2020 年全国 I 卷、II 卷、III 卷为例[J]. 教育测量与评价, 2021(5): 49-57.