初中数学三版教材对比分析

——以“轴对称”内容为例

龚焯民, 曹学锋

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年4月6日; 录用日期: 2024年8月1日; 发布日期: 2024年8月12日

摘要

轴对称图形是初中数学中非常重要的一个概念。掌握轴对称图形的知识不仅可以帮助学生加深对几何形状的理解, 还能培养他们的观察力、逻辑思维和解决问题的能力。本研究从内容和习题两个维度对三版教材进行对比分析, 发现其中轴对称内容在章前页、内容编排、呈现方式、数学史和习题难度等方面存在着异同点。鉴于此, 提出三点建议: 基于学生认知特点统筹三版教材, 合理开展教学; 丰富教学手段, 促进教学形式多元化; 增设背景及知识含量, 优化习题难度。

关键词

轴对称, 教材对比, 习题综合难度

Comparative Analysis of Three Editions of Junior High School Mathematics Textbooks

—Taking Axisymmetric Content as an Example

Xuanmin Gong, Xuefeng Cao

Faculty of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Apr. 6th, 2024; accepted: Aug. 1st, 2024; published: Aug. 12th, 2024

Abstract

Axisymmetric graphs are a very important concept in junior high school mathematics. Mastering the knowledge of axisymmetric shapes not only helps students deepen their understanding of geometric shapes, but also develops their observation, logical thinking, and problem-solving skills. This study compares and analyzes the three editions of the textbook from the dimensions of con-

tent and exercises, and finds that there are similarities and differences in the axial symmetry content in terms of the first page of the chapter, the content arrangement, the presentation mode, the history of mathematics and the difficulty of the exercises. In view of this, three suggestions are put forward: coordinate the three editions of the textbook based on the cognitive characteristics of students, and carry out teaching reasonably; enrich teaching methods and promoting the diversification of teaching forms; and add background and knowledge content to optimize the difficulty of the exercises.

Keywords

Axial Symmetry, Comparison of Teaching Materials, The Overall Difficulty of the Exercises

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Open Access

1. 引言

教材是教学过程中非常重要的教学资源,是教师教学和学生学习的基础。教材对比是教学中非常重要的一个环节,通过对比不同的教材,可以促进教师和学生更好地理解、分析和评价所学知识。《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称“新课标”)将初中阶段课程内容划分为四大领域:数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践[1]。“轴对称”是图形与几何中的重要内容,掌握轴对称图形的知识不仅可以帮助学生加深对几何形状的理解,还有助于培养观察力、逻辑思维和解决问题的能力。

本研究以人教版、北师大版、苏科版中的“轴对称”知识为研究对象,旨在从不同教材版本中的章节引入、内容编排、数学史等方面进行对比分析[2]。在习题设置方面,着重比较各版本的习题数量和综合难度,以全面评估教材内容和习题设计的差异。通过对不同教材版本中“轴对称”知识内容的综合对比分析,发现各版本教材之间的异同点,为今后教材编写、教学设计与实践的优化提供有益参考。同时,为教育工作者借鉴各版本教材设计教学设计提供参考,帮助教材编写和教学实践不断完善,为教育改革和提升教学效果提供理论支持和实践参考。

2. 三版教材中“轴对称”的内容对比

2.1. 章节引入的对比

人教版“轴对称”章节引入通过介绍我们生活中的一些轴对称现象:建筑、艺术作品、自然界的许多动植物和中国的方块字,引出轴对称是一种重要的对称,进一步点出本章学习的内容,引导学生跟随教材探索轴对称的奥秘。同时,在章节引入中还附上故宫博物院图,回应轴对称建筑,以契合问题提出。

北师大版“生活中的轴对称”章节引入中并没有举出大量例子,但指出学习轴对称可以帮助我们发现一些图形的特征,还可以使我们感受到自然界的美与和谐,并能够根据自己的设想创造出对称的作品,装点生活,指出学习轴对称现象的重要性。同时,附上立交桥图,使学生更加直观感受轴对称现象。与人教版与苏科版不同的是,北师大版加入了学习目标板块,有助于帮助学生明确目标方向。

苏科版“轴对称图形”则更加简便直接,一句话引出利用轴对称性可以探索并证明图形的性质,并引入古轴对称建筑增加学生学习兴趣。与人教版、北师大版不同的是,苏科版“轴对称图形”设置互动题,引导学生通过折纸互动探索轴对称图形,以此启发学生对轴对称图形的思考。

综上所述, 人教版与北师大版教材在章节引入上更加重视知识与实际生活的结合。人教版更加重视例子的引入以及通过例子对学生的引导, 北师大版更加注重对学生学习目标的建立。两者都贴合课标要求, 有助于帮助学生更加深入了解章节内容, 更快速达到课标要求水平。苏科版则更加注重学生将课程内容运用实际的能力, 运用几何的知识引入轴对称内容也更加有利于帮助学生温故知新。因此, 三版教材章节引入设计各自具有特点, 具有深入研究价值。

2.2. 内容编排的对比

通过对三版教材“轴对称”内容编排进行分析, 得出其编排情况, 如表 1 所示。由表 1 可知三版教材“轴对称”内容编排异同点。共同点: 三版教材都从认识轴对称图形出发, 到探索轴对称图形, 并利用简单的轴对称图形例如等腰三角形做结尾, 这样的安排符合学生认知发展, 有利于学生更加深入了解与学习轴对称图形。不同点: 第一, 三版教材安排的学段不一致。人教版与苏科版将“轴对称”安排在八年级上册, 两版教材都将内容放在全等三角形之后, 北师大版则将“生活中的轴对称”安排在七年级下册, 并将内容安排在“三角形”之后; 第二, 三版教材的节数安排不同, 人教版与北师大版只有四节, 而苏科版则有五节; 第三, 在内容编排上, 人教版与苏科版单独设置数学活动来设计轴对称图形, 以此加深学生印象, 苏科版与北师大版则单独设置轴对称的性质小节, 将小节更加细化, 也更有助于帮助学生理解知识; 另一方面, 人教版设置“画轴对称图形”并以此加深学生对轴对称图形的认识, 同时加强学生的动手能力。综上可知, 三版教材在“轴对称”图形内容编排上存在差异。

Table 1. The content of the “axisymmetry” chapter of the third edition of the textbook is arranged

表 1. 三版教材“轴对称”章节内容编排

位置与章节名	人教版	北师大版	苏科版
	八年级上册(第十三章轴对称)	七年级下册(第五章生活中的轴对称)	八年级上册(第二章轴对称图形)
节名	13.1 轴对称	1 轴对称现象	2.1 轴对称与轴对称图形
	13.2 画轴对称图形	2 探索轴对称性质	2.2 轴对称的性质
	13.3 等腰三角形	3 简单的轴对称图形	2.3 设计轴对称图案
	13.4 课题学习最短路径问题	4 利用轴对称进行设计	2.4 线段、角的轴对称性
	数学活动	回顾与思考	2.5 等腰三角形的轴对称性
	小结	复习题	数学活动折纸与证明
	复习题 13		小结与思考
			复习题

2.3. 呈现方式的对比

由 2.2 可知, 轴对称、探索轴对称、等腰三角形的轴对称性(简单的轴对称图形)作为三版教材“轴对称”章节的共同部分, 不仅是轴对称章节的重点, 而且三小节之间也相互联系。因此, 下面以这三小节内容进行对比分析。

在三版教材第一节轴对称内容上, 三版教材较为相似, 但是对于学生的引导方式各有差异。人教版先是举出对称现象无处不在, 生活中到处具有例子, 再根据窗花剪纸的轴对称性引出轴对称的概念; 北师大版则是通过引导学生观察几组轴对称图片进一步引出轴对称的概念; 苏科版是通过观察几组轴对称图形引导学生动手操作制作轴对称图形, 进一步引出轴对称的概念。

在探索轴对称内容上, 人教版通过绘画左右脚印的轴对称性引导学生绘画相似轴对称现象, 进一步探索轴对称图形的性质; 北师大版则是通过设置“矩形纸对折, 用笔尖扎出 14 数字, 再将纸张打开铺平”问题, 引导学生解决“两个 14 有什么关系、线段有什么关系”, 从而带领学生深入了解轴对称图形的性质; 苏科版与北师大版较为相似, 通过设置“纸张折叠挖孔题目”, 引导学生探索线段之间的关系, 进一步探索轴对称图形的性质。

在等腰三角形的轴对称性(简单的轴对称图形)内容上, 人教版通过结合前文等腰三角形的知识, 探究“把一张长方形的纸按虚线对折, 并剪去阴影部分, 并将它展开, 得到的三角形有什么特点”引导学生进一步探讨等腰三角形的性质与判定方法, 再继续深入探讨等边三角形的性质与判定方法; 北师大版则是直接引入“等腰三角形是生活中常见的图形”并直接给出等腰三角形的性质, 并引入线段与角的轴对称性“线段(角)是轴对称图形, 垂直并且平分线段(角平分线所在)的直线是它的一条对称轴”; 苏科版直接指出“把等腰三角形纸片沿顶角平分线折叠, 你有什么发现”, 通过文字引导直接得出“等腰三角形是轴对称图形, 顶角平分线所在的直线是它的对称轴”, 随后给出等腰三角形的性质, 通过引导学生画出等腰三角形后, 引导学生得出等腰三角形的判定定理。

2.4. 数学史的对比

数学史在数学文化中具有重要的地位, 数学史可以帮助学生更好地理解 and 欣赏数学的美学价值, 这对于培养数学兴趣和提高数学素养非常有帮助。近年来, 数学史在教学领域引起了研究热潮, 越来越多的教育工作者开始将数学史融入数学教学[3]。基于数学发展史进行教学设计具有多重益处。首先, 这样的教学方法可以让学生了解数学知识的演变过程, 帮助他们认识到数学的发展历程中所蕴含的智慧和思想, 阐释数学的美和文化的魅力, 从而深化他们对数学的理解和感受。同时, 将数学史融入教学还可以促进学生的学习兴趣。通过了解数学在不同历史时期的发展, 学生可以更加直观地感受到数学知识的内在逻辑和发展脉络, 激发他们对数学的好奇心和热情, 从而增强他们对数学学习的主动性和探索欲望[4]。由此, 研究对三版教材“轴对称”内容数学史分析, 得出表 2。由表可知, 人教版与北师大版更加直接地将章节内容与数学史相结合呈现在学生面前, 直接点明轴对称有关的数学史, 并且通过学生相对陌生的数学史有意扩大学生的知识面。苏科版则是通过数学史引导学生逆向思考, 不仅仅局限于本章节轴对称的运用, 具有一定的引导性。

Table 2. Comparison of the history of mathematics in the “Axisymmetry” chapter of the textbook in three editions

表 2. 三版教材“轴对称”章节数学史的对比

教科书版本	数学史内容	位置
人教版	引入老北京门示意图, 指明西直门与东直门是关于中轴对称, 并建立平面直角坐标系引导学生探索坐标	阅读与思考
北师大版	引入法国画家 V.瓦萨雷利《委加·派尔》, 点出生活中大量运用轴对称	5.1 读一读
苏科版	引入宋朝司马光砸缸案例, 引导学生逆向思考逆定理线段垂直平分线上的点到线段两端距离相等	2.4 读一读

3. 三版教材中“轴对称”的习题对比

3.1. 三版教材中“轴对称”的习题对比

三版教材都是以 1、2 等数字命名, 有的题目还包含(1)、(2)等小问。为了方便地统计数量, 研究分别从例题、练习题、习题、复习题四个维度进行统计, 如表 3 所示。

Table 3. Comparison of the number of “Axisymmetric” exercises in the three editions of the textbook
表 3. 三版教材“轴对称”习题数量对比

教科书版本	例题	练习题	习题	复习题	合计
人教版	9	21	35	15	80
北师大版	2	8	23	16	49
苏科版	5	24	34	16	79

由表 3 可知, 三版教材在“轴对称”内容习题数量上具有一定的差异。在习题总数上, 人教版最多, 具有 80 道, 其次是苏科版, 具有 79 道, 最少的则是北师大版, 仅有 49 道; 在例题上, 三版教材差异不大, 都仅仅只有个位数, 在数量上呈现人教版 > 苏科版 > 北师大版; 在练习题与习题上, 人教版与苏科版习题数量差距不大, 仅仅只有 1、2 道的差距, 但北师大版在练习题与习题上相对较少, 至少有 10 道题目的差距; 在复习题上, 三版教材基本没有差距, 只有人教版比北师大版与苏科版少 1 道。综上所述, 在习题设计上, 人教版与北师大版更加注重习题量的设计, 但结合内容编排, 人教版与苏科版“轴对称”内容远远多于北师大版, 因此人教版与苏科版习题数量偏多也在情理之中。

3.2. 习题综合难度的对比

习题综合难度以鲍建生的中英两国初中数学期望课程综合难度的比较为框架[5], 从探究、背景、运算等五个维度来分析习题难度, 每个维度又划分了几个水平, 对其分别赋值, 如“探究”因素下的水平, 分别赋值: 识记(1 分)、理解(2 分)、探究(3 分), 其余难度因素赋值以此类推。通过对三版教材习题进行分析, 并利用公式(1)进行计算, 从而得出表 4 中各个难度因素的数据。

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n} \quad (\sum_j n_{ij} = n, i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (1)$$

Table 4. Comparison of the difficulty factors of the exercises in the three editions of the textbook
表 4. 三版教材习题的难度因素比较

教科书版本	探究	背景	运算	推理	知识含量
人教版	1.95	1.77	1.24	2.07	1.35
北师大版	1.91	1.85	1.25	2.13	1.22
苏科版	2.04	1.72	1.13	2.16	1.33

根据表 4 的数据分析, 可以观察到三个版本的教材中, 探究、背景和推理因素的得分都相对较高且差异不大, 而运算和知识含量因素得分较低。具体来说, 三个版本的教材在推理因素方面得分都在 2.0 以上, 而在运算因素方面得分较低。这一差异主要是因为轴对称内容更加着重于考查学生的推理能力和核心素养。在知识含量方面, 人教版和苏科版均高于北师大版。从教材内容编排来看, 人教版和苏科版在八年级上册学习轴对称内容, 而在之前已经学习了全等三角形等知识点, 这也导致这两个版本的教材在轴对称章节的习题设计中融入了其他相关知识点, 丰富了习题类型。这种有机整合不仅可以加深学生对知识的理解, 还有助于提高他们的综合运用能力, 促进他们在数学学科中的全面发展。

4. 反思与启示

4.1. 统筹三版教材, 基于学生心理认知合理开展教学

在不同阶段, 学生的认知水平确实存在差异。一方面, 教材编写者在设计教材时需要考虑到这种差

异, 合理组织内容, 帮助学生逐步深入、由简单到复杂地理解教材知识。根据学生的认知发展水平, 教材的内容设置可以分阶段设置, 引导学生逐步建立知识结构, 促进他们的认知发展。这种量身定制的教材设计可以帮助学生更好地理解 and 掌握知识, 提高学习效率, 并激发他们对学习的兴趣和积极性。另一方面, 教师在教学过程中也扮演着至关重要的角色。教师不仅需要了解学生的认知水平, 还需要不断提升自己的专业水平, 深入理解教材内容的呈现方式和逻辑顺序。通过不断学习和专业发展, 教师可以更好地把握教学内容, 针对不同阶段的学生实施差异化教学, 有效引导学生学习, 提高他们的学习成效。同时, 教师还应当关注教学方法和手段的更新, 以适应不同阶段学生的学习需求和认知水平, 帮助他们更好地成长和发展。举例来说, 在介绍轴对称这一概念时, 教师应该拓展教材内容的阅读和分析深度, 比较不同版本教材中介绍轴对称的方式, 如为什么人教版和北师大版都用“生活中的轴对称”例子作为导入, 而苏科版则引入观察图形和动手操作的案例。教师应该深入思考原因, 结合学生的认知特点来优化教学方法。另外, 在学习轴对称性质这一内容时, 教师需要考虑是直接引入还是通过例题引入, 哪种方式更符合学生的认知水平。例如, 苏科版和北师大版都是通过解决问题来引导学生理解轴对称性质, 而人教版则通过引用生活中的常见图形帮助学生理解。对于这种内容编排的逻辑, 教师需要善于总结和发现, 找到最适合的教学方式。

4.2. 丰富教学手段, 促进教学形式多元化

教师在教学过程中需要善于创新教学方法, 让教学不再是单调乏味的过程。如果教师只是为了完成教学任务而采用传统的灌输式授课方式, 学生可能会失去兴趣, 导致课堂缺乏活力, 整体教学氛围比较沉闷。面对这一挑战, 教师可以通过多种途径学习国内外先进的教学理念和模式, 关注教育科技的发展, 探索数字化教学工具、在线学习平台等新技术的应用, 为课堂注入新的活力和创新元素。例如, 可以从数学史的角度设计教学。比如, 在教授轴对称这一概念时, 可以借助数学史内容, 如老北京门示意图, 引导学生探索坐标系, 或者介绍剪纸历史与剪纸作品来展示轴对称在生活中的应用。通过讲解历史案例, 可以让学生了解数学知识的演变过程, 从发现到验证再到纠错, 激发学生对数学的兴趣, 体会数学的魅力。近年来, 基于历史、哲学和数学之间的联系设计教学方法逐渐成为数学教育界的热议话题, 这也表明数学史与教学相结合在实际教学中是可行的, 具有极大的可操作性。

4.3. 提升习题难度, 优化背景及知识含量

为了与“轴对称”这一章的教学目标相契合, 三个版本的教材在探究、背景和推理方面都下了很大功夫。然而, 前述研究显示, 三版教材设计习题的难度相对较低。为了进一步提高教学效果, 可以探索如何在习题设计上增加一些挑战, 激发学生的思维能力和解决问题的能力。这可能涉及到设计更具挑战性和创造性的问题, 引导学生进行更深入的思考和探究, 从而更好地达到教学目标并提升学生的学习体验。同时, 针对习题难度较低这一问题, 教师可以通过多方面的方式进行调整和优化。首先, 可以在原有习题的基础上增加一些延伸性的问题, 要求学生应用所学知识进行更复杂的推理和解决问题。其次, 可以设计一些开放性的问题, 让学生展开思维, 提出自己的见解和解决方案, 从而培养其批判性思维和创造性解决问题的能力。此外, 可以引入一些真实生活中的案例或情境, 让学生将所学知识与实际应用相联系, 加深他们对轴对称概念的理解和运用能力。

在知识含量方面, 应侧重于考查学生对相关知识的整合与调动能力。在数学学习过程中, 如果缺乏知识间整合能力, 就会导致学生无法调动知识间的相关性理解问题。在北师大教材中, 由于轴对称内容安排在七年级下册, 与其他知识点(如全等三角形等)综合考查的机会几乎没有, 尽管北师大教材对课程板块的重点放在轴对称图形的性质和简单轴对称图形介绍等方面, 但不可否认的是, 多知识点的融合不仅

可以帮助学生温故知新, 还能够增强他们综合解决问题的能力, 培养他们从联系的角度看待问题, 提升其问题提出和解决的能力。因此, 在教学中教师应注重多元化知识点的整合和运用, 引导学生将不同知识点进行有效串联, 以便更好地理解和应用数学知识。这种综合性的学习方法有助于激发学生的学习兴趣, 提高他们解决问题的能力, 并为未来的学习和发展奠定坚实基础。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [2] 杨正朝. 三版初中数学教材中“实数”内容的对比研究[J]. 中学数学教学, 2023(5): 6-9.
- [3] 王瑞芳, 代钦. 新时代下数学史与数学教育的蓬勃发展——第十一届中国数学会数学史分会学术年会暨第十届数学史与数学教育学术研讨会会议综述[J]. 数学教育学报, 2024, 33(1): 98-102.
- [4] 彭刚, 汪晓勤, 程靖. 数学史融入数学教学: 意义与方式[J]. 成都师范学院学报, 2016, 32(1): 115-120.
- [5] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.