

高中数学人教A版新旧教材数学内容比较研究 ——以“不等式”内容为例

马 媛, 何方国

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年3月16日; 录用日期: 2024年8月5日; 发布日期: 2024年8月14日

摘 要

随着时代的不断进步, 我国的基础教育质量大幅提升, 这与我国的数学课程教育改革密不可分。为了探究高中数学人教A版新旧教材在“不等式”内容的编写改动, 文章选取了高中数学人教A版2007年版和人教A版2019年版的不等式必修部分为研究对象, 采用了分析研究方法, 对不等式部分进行了分析和比较研究。结合新旧教材不等式部分编排的具体内容, 分析新旧教材内容的编排特点, 为我国基础教育数学教师的教学提供若干建议。

关键词

教材比较, 不等式, 课程标准

A Comparative Study on the Mathematics Content between the New and Old Versions of High School Mathematics Textbook People's Education Edition A

—Taking “The Inequality Content” as an Example

Yuan Ma, Fangguo He

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Mar. 16th, 2024; accepted: Aug. 5th, 2024; published: Aug. 14th, 2024

Abstract

With the continuous progress of the times, the quality of basic education in China has been greatly

improved, which is inseparable from the reform of mathematics curriculum education in China. In order to explore the changes in the contents of “inequality” in the new and old textbooks of Senior High School Mathematics People’s Education A Edition, this paper selects the compulsory inequality parts of Senior High School Mathematics Education A Edition in 2007 and 2019 as the research objects, and adopts the analytical research method to analyze and compare the inequality parts. Combined with the specific content of the inequality part of the new and old textbooks, this paper analyzes the layout characteristics of the new and old textbooks, and provides some suggestions for the teaching of mathematics teachers in basic education in China.

Keywords

Textbook Comparison, Inequality, Curriculum Standards

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

课程教材是衡量教育水平的标准, 是一个教育体系的核心。目前高中数学教材使用频率最高的有北师大版、人教版、苏教版等版本, 其中人教 A 版和人教 B 版在编排顺序上略有不同, 内容知识基本一致。课程标准是根据高考趋势等多个方面进行编排, 人教 A 版高中数学教材使用范围多达三十几个省, 由此看来, 使用高中数学人教 A 版教材的地区最多、面积最广。因此, 高中数学人教 A 版教材在课程改革前后的编排设计值得教育工作者深入挖掘、分析、思考其异同点, 探究修订前后的价值和意义。基于此, 对高中数学人教 A 版新旧教材中“不等式”章节的内容进行比较研究, 希望给教师的教学带来建议与帮助。

2. 研究设计

2.1. 研究对象

选择人民教育出版社普通高中课程标准实验教科版(A 版) (2007 年版)和人民教育出版社普通高中数学教科书(A 版) (2017 年版)为研究对象。

2.2. 研究现状

从现有的资料看, 我国在具体探究关于不等式内容在新旧教材中的差异的文献比较少。魏嘉(2021)在《人教 A 版新旧教材“不等式”部分比较研究》一文中, 对不等式部分多个方面的内容进行了具体分析, 运用文献法、比较分析法、访谈法等研究方法, 以及对一线教师的访谈, 提出了对人教 A 版新教材的教学建议, 并设计了教学案例[1]。余智敏(2011)在《高中数学新旧教材中“不等式”的对比研究》一文中, 对人教 2003 版和 2007 版中数学教材的教学目标、章节结构、不等式内容、不等式内容的部分例题和习题作了比较分析, 结合对新旧教材关于“不等式”的问卷调查与访谈分析, 提出了对旧教材关于不等式内容的使用建议和编写建议[2]。徐曼(2022)在《高中数学新旧教材不等式问题比较研究——以人教 A 版为例》一文中, 对《普通高中实验教科书·数学(人教 A 版)》与《普通高中教科书·数学(人教 A 版)》中的等式内容, 用多种研究方法, 分别对两版教材中不等式内容的知识系统、例题习题系统、课程难度三个部分进行了比较研究, 又结合了对教师访谈的结果, 提出了五条对不等式的教学建议[3]。

2.3. 研究方法思路

定性分析法是对我们所获得的各种材料进行加工处理，去除冗余、取其精华，从而达到深入认识事物的本质，揭示事物的内在规律的目的。定量分析法是在研究中运用一定的定量分析，用真实、可靠的数据让人信服，提高文章的可信度。文献分析法是阅读大量的文献，借助相关的文献形成自己的知识结构，为后续的论文撰写做好准备。比较分析法是对比研究论文中不可或缺的研究方法，通过对比分析对收集整理的资料进行加工处理，得到分析结果并加以利用。

第一步，通过阅读相关文献，确定论文题目、研究对象、研究方法；运用文献分析法，对目前已有的文献进行整理分析，最终确定选取高中数学人教 A 版新旧教材的不等式内容为此文的研究对象。第二步，结合第一步整理的文献，综合考虑定下论文的研究思路。笔者先是对比分析新旧两版课程标准中对不等式内容的课程结构和内容要求，再对高中数学人教 A 版新旧教材中不等式的章节布局、知识内容、例题习题进行了对比分析。第三步，对第二步的对比分析结果进行定性研究、定量研究，得到新旧教材中不等式内容的异同。第四步，对第三步的研究结果进行分析、归纳、总结，得出研究结论，根据研究结论提出对高中数学教师运用新教材进行不等式内容教学的教学建议。

3. 研究分析

数学课程标准是依据高中数学课程理念、高中课程方案、高中数学课程数学性质、高中数学学科特点，并借鉴国际经验，体现课程改革，调整课程结构，改进学业质量评价，以每个学生都能获得良好的数学教育并在数学上得到不同的发展设计依据编写出来的。数学课程标准对数学教材、课堂教学、考试评价起指导作用，对数学课程标准的分析有助于教材使用者清楚教材编写者的编写依据、教材知识内容的重难点，以及教材编写者想通过教材中的知识内容发展学生哪方面的数学核心素养，提升学生什么样的能力的意图[1]。因此，笔者先是对高中数学课程标准新旧版中不等式的部分进行了比较分析。

3.1. 课程结构比较

笔者对比了新旧课程标准课程的结构，旧课标将高中数学课程分为选修系列和必修模块两个部分，新课标则设置了“必修 + 选择性必修 + 选修”3 类课程[4]。新旧课标中不等式的课程结构如表 1 [5]所示：

Table 1. Curriculum structure and textbook position of inequalities in new and old curriculum standards
表 1. 新旧课程标准不等式的课程结构及教材位置

	旧课标	新课标
不等式位置	必修五 第三章	必修一第二章
课程结构	3.1 不等关系与不等式 3.2 一元二次不等式及其解法 3.3 基本不等式： $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a,b \geq 0)$ 3.4 二元一次不等式(组)与简单的线性规划	2.1 等式性质与不等式性质 2.2 基本不等式： $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a,b \geq 0)$ 2.3 二次函数与一元二次方程、不等式

由表 1 得知，不等式在新旧课程标准中所处的位置不一样，但从其课程结构可以看出，新旧课标对不等式内容知识的编排设计都是螺旋式上升的过程，让学生在学习不等式内容的过程中，既能回顾前面的不等式知识，又会应用前面学到过的不等式知识帮助接下来的不等式知识的学习，起到一个承上启下、不断巩固不等式知识的作用，加深学生对知识的理解与应用，提升教学效果。此外，新课标与旧课标相

比，新课标在旧课标的基础上对基本不等式的编排顺序做了调整，删除了“二元一次不等式(组)与简单的线性规划”一节知识，用等式的性质类比推理得到不等式的性质，紧随其后安排“基本不等式”，最后用学过的知识学习一元二次不等式来收尾，用符号语言和文字语言相结合的方法学习不等式，整体衔接得当，安排合理，促进学生对不等式性质的理解、掌握、应用。

3.2. 内容要求比较

课程标准中对知识的内容要求决定了教师进行教学的目标，旧课标对不等式的内容要求多数是“了解”“求解”等词，强调从具体情境中抽象出不等式、不等式组的知识内容去解决简单的实际问题；新课标对不等式的内容要求多数是“理解”“掌握”等词。是在不等式与具体情境相结合的基础上，了解、理解、掌握不等式的知识内容，再将知识内容运用到解决实际问题的过程中，更加注重不等式知识内容的学习过程和数学思想方法的教学。例如，在对基本不等式的要求中，旧课标仅要求“探索”和“了解”基本不等式的证明过程，而新课标的要求则强调掌握基本不等式，“掌握”意味着不能只满足于一种方法的探索和证明，更要从多种维度去探究其内涵，更注重学习的过程、掌握不等式的解题步骤、领会数学思想方法。根据遗忘的特点，掌握数学知识的学习过程，对数学知识的保持时间更持久，促进学生的可持续发展。

4. 新旧教材比较分析

教材的编写是教育研究者们经过多方面探究、挖掘，结合国家、国际的实际情况及未来发展深思熟虑的重要成果，因此文章将从教材章节布局、知识点内容、例题习题三个方面对高中数学人教 A 版新旧教材进行比较分析。

4.1. 章节布局比较

运用框图的形式能够直观地展现两版教材不等式内容的相同点和不同点。新旧教材不等式内容的章节布局结构图如图 1 和图 2 所示[1]。

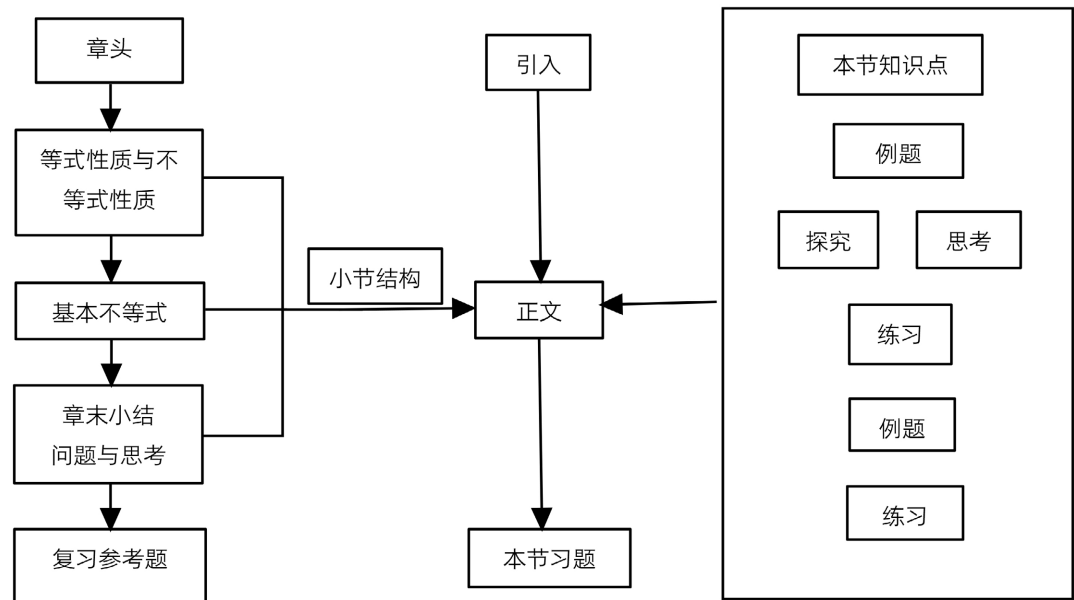


Figure 1. Layout structure of inequality content chapters in the new textbook
图 1. 新教材不等式内容章节布局结构图

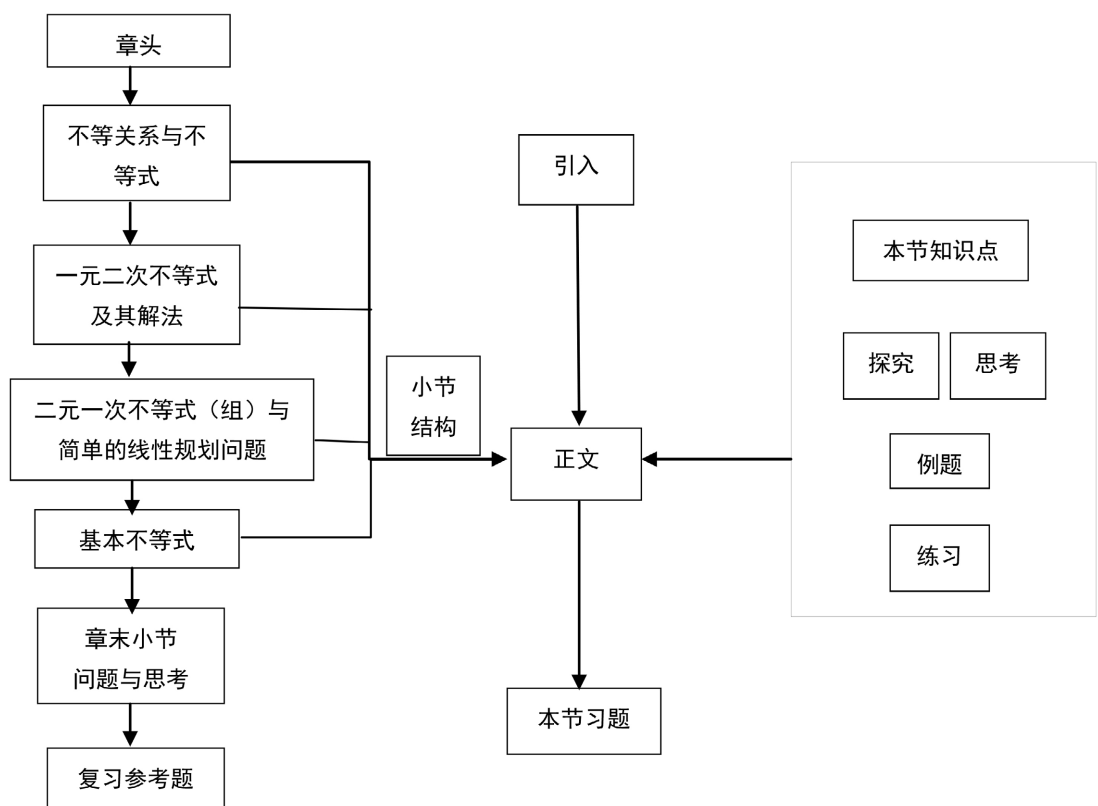


Figure 2. Layout structure of inequality content chapters in the old textbook
图 2. 旧教材不等式内容章节布局结构图

从两幅结构图看, 新旧教材部分知识点的内容发生了变化。例如, 旧教材中不等式内容采用的是引入→探究问题→总结知识点→例题→习题的模式; 新教材中不等式内容在旧教材的基础上又增加了例题→习题的模式。以“基本不等式”这一小节为例, 旧教材在基本不等式的知识点学完以后才进行习题练习, 新教材则是在学习完基本不等式知识中穿插例题习题, 每个小知识点后面都有针对性的练习题。旧教材不等式的内容安排虽然能让学生利用教材给出的解题步骤进行解题, 提高学生的解题效率, 但只关注学习效果, 忽视数学思想方法的培养, 教师起主导作用, 学生的主体性却没体现出来。新教材运用例题、习题穿插的方式, 增强学生对不等式知识内容的理解与记忆, 这样不仅关注学生的学习效果, 还关注学生的学习过程, 完成了课程标准中培养学生的数学思想方法的要求, 教师的主导作用和学生的主体地位都有体现, 符合我国“以人为本”的教育理念。

4.2. 知识点内容比较

新旧课标对不等式的要求变化使得新旧教材中不等式的知识点内容发生了改变, 新旧教材不等式的知识点内容如表 2 所示[3]。

从表 2 可知, 新旧教材中不等式的知识点内容差异表现在以下四个方面: 首先, 关于不等式的性质, 详细对比新旧教材不等式的知识点内容后发现, 旧教材不等式的性质共有 8 个, 新教材共有 7 个, 两版教材的前六个性质是一致的, 旧教材的第七个性质是: 如果 $a > b > 0$, 那么 $a^n > b^n$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$), 新教材则将 n 的取值范围缩小定为 ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$), 更符合数学的严谨性; 除此之外, 新教材删除了旧教材不等式的第八个性质: 如果 $a > b$, 那么 $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$), 因为此性质涉及指数的运算性质, 若学生学习了指数的性质, 自然而然就能推出旧教材的性质 8, 因此, 新教材将其删除, 减轻学生的学习负担。

其次, 关于一元二次不等式及其解法, 在讨论二次函数与一元二次方程、不等式的解的对应关系图上, 旧教材在图表中只给出了不等式的图象, 不等式大于 0、小于 0、等于 0 的解集需要学生将其补充完整, 新教材是将对应关系图完整给出, 让学生去找出其中的关系, 缩短教学时间, 增强教学效果。再次, 关于表示求解一元二次不等式的过程, 旧教材运用程序框图来进行求解, 新教材运用树状图来求解, 相比之下, 新教材的树状图分类明确, 运算结果清晰, 对于学习任务重、学习强度大的高中生来说更加简明扼要。最后, 关于基本不等式, 新教材将基本不等式的知识点内容提前, 并删去了旧教材中二元一次不等式(组)简单的线性规划问题, 这说明在学生此阶段, 新教材不再重视线性规划问题, 因为线性规划涉及多元极值的知识, 比较复杂难懂, 虽然旧教材中的知识安排能让学生简单学习用线性规划解题, 但因为线性规划的难度较大也只能浅显学习, 如果遇到需要学生变化方式才能求出答案的题目, 学生只能望尘莫及了。总之, 新教材将不等式安排在必修一的部分是想起到一个初高中的过渡作用, 此时, 数学教学的重点不是让学生多学知识、学难知识, 而是要让学生学会学习, 新教材删除线性规划的做法降低了不等式整个章节的难度, 减轻了学生的学习压力, 体现了高中数学课程“优化课程结构, 突出主线, 精选内容”的教育理念。

Table 2. Comparison table of knowledge points and content of inequalities in new and old textbook
表 2. 新旧教材不等式的知识点内容对照表

旧教材	新教材
用不等式组表示不等关系	
不等式性质	等式性质
一元二次不等式及其解法	不等式性质
一元二次不等式与相应的函数、方程的关系	基本不等式
一元二次不等式求解过程框图	二次函数与一元二次方程、不等式
二元一次不等式(组)解集	一元二次不等式求解过程框图
二元一次不等式(组)的平面区域	
简单的线性规划问题	
基本不等式及其证明	

4.3. 例题习题比较

对于数学学习, 我们的目标是要理解、掌握并会应用知识解决问题, 而例题习题就可以检验学生数学学习效果。例题、习题的研究对数学教学目标的制定、数学教学过程的实施方式、数学教学结果的评价至关重要。因为新教材删除了二元一次不等式的简单线性规划问题, 所以将不会比较新旧教材中二元一次不等式的简单线性规划的例题习题。新旧教材不等式内容的例题、习题数量表及题型分布如表 3。

从表 3 可见, 在例题的数量上, 旧教材的不等式内容中一元二次不等式的解法的例题是不等关系与不等式例题的 4 倍, 是基本不等式的 2 倍; 新教材中, 二次函数与一元二次方程、不等式的例题数量与基本不等式的例题数量基本相等, 是等式性质与不等式性质例题的 2 倍; 在例题的题型分布上, 旧教材的例题题型主要是计算题和应用题, 新教材比旧教材多了一种证明题。在习题的数量上, 旧教材不等式内容中的一元二次不等式及其解法的习题数量仍是三个知识内容中数量最多的, 高达 28 个, 是基本不等式习题数量的近 3 倍; 新教材中, 三个知识点内容的习题数量分布几乎相等。在习题的题型上, 旧教材习题的题型主要为计算题、简答题、应用题, 新教材习题类型比旧教材多了一种证明题。在复习参考题方面, 新旧教材题目数量几乎相等, 其中简答题数量最多, 新教材删去了旧教材的选择题题型, 增加了填空题的数量。

总体来看, 一方面新教材的知识点内容相比旧教材相应的知识点内容题目的数量都有所增加, 因此

新教材不等式内容题目的总数量比旧教材题目的总数量多。另一方面, 新旧教材的例题、习题都是计算题较多, 其次是简答题和应用题, 这是求不等式的解集、比较两个数和两个代数式的大小都是以计算题的形式出现而导致的; 而简答题和应用题则与实际生活中出现的求最大、最小的形式有关。对比习题题型时发现, 旧教材的习题有 A 组和 B 组两类综合题, 新教材的习题有复习巩固、综合应用、拓广探索三类层次题。

Table 3. Example questions, number of exercises, and distribution of question types for inequality content in new and old textbooks

表 3. 新旧教材不等式内容的例题、习题数量表及题型分布

题名	旧教材			新教材		
	内容	数量	题型分布	内容	数量	题型分布
例题	不等关系与不等式	1	证明	等式性质与不等式性质	2	计算 1、证明 1
	一元二次不等式及其解法	4	计算 2、应用 2	基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b \geq 0)$	4	计算 1、证明 1、应用 2
	基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b \geq 0)$	2	应用	二次函数与一元二次方程、不等式	5	计算 3、应用 2
习题	不等关系与不等式	20	填空 4、计算 6、证明 2、应用 7、开放 1	等式性质与不等式性质	25	选择 1、填空 4、计算 11、证明 6、应用 2、开放 1
	一元二次不等式及其解法	28	计算 21、简答 4、应用 3	基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b \geq 0)$	20	计算 3、简答 4、证明 4、应用 9
	基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b \geq 0)$	11	简答 7、应用 4	二次函数与一元二次方程、不等式	23	计算 10、简答 9、应用 4
复习参 考题		15	选择 1、填空 1、计算 3、简答 6、应用 4		17	填空 3、计算 4、简答 6、应用 5
总计		81			96	

综上所述, 新教材与旧教材中的例题习题都注重数学知识与实际生活相联系, 让学生感受到数学与我们的实际生活息息相关, 处处都有数学。不同之处在于新教材的例题习题更加注重对学生数学探究能力和逻辑推理能力的培养, 符合新课程标准让学生在学习数学的过程中深入理解并领会数学思想方法的要求。

5. 基于新旧教材的比较分析的教学建议

不等式在整个高中数学学习起着不可或缺的作用, 如函数、方程组、几何题等的学习都需要不等式的参与[3]。由于新教材不等式内容例题习题数量的增多, 课程难度的增大, 高中数学教师的教学难度也相应的被提高。数学教师在进行数学教学时如何制定教学目标, 抓住重点、突破难点, 让学生理解知识, 掌握知识, 运用知识, 而不是将不等式的知识内容强行灌输给学生, 是教师进行教学工作的重难点。根据文章的研究结论, 笔者针对高中数学人教 A 版新教材中不等式的必修内容提出了以下教学建议:

5.1. 认真钻研新课程标准, 分析新教材编写者意图

研究发现, 新课标对学生学习不等式内容的要求比旧课标更高, 教材的编写是以课程标准的要求为编写依据, 新教材中不等式内容的知识点篇幅安排是新课标对不等式知识点重要性的体现, 即培养学生

哪一方面的能力。例如新课标对不等式内容的要求既关注学生学习结果, 还关注学习过程。所以就需要教师在备课前深入钻研新课标, 熟悉新教材, 遵循教材不等式章节编写顺序, 为后续进行难度更大的不等式教学工作打下基础。

5.2. 注重学生认知心理, 合理安排教学目标

新课标在高中数学课程中提出了以学生发展为本, 落实立德树人的根本任务。教师在备课时要联系实际, 考虑学生的认知心理, 合理安排教学目标。例如学生在初中阶段对于不等式内容的学习比较形象具体, 大多是模仿性学习, 高中的不等式内容被安排在必修一中, 此时学生刚刚进入高中, 不等式对学生来说相对抽象严谨, 再加上高中强调以自主学习为主, 因此教师在进行备课时可以把图形等直观工具安排在教学过程中, 提高教学效率。

5.3. 注重例题习题详尽应用, 提高学生成就感

在例题习题对比分析中, 新教材选择的例题习题更具有典型性和示范性, 且例题习题穿插进行, 题目难度随呈现顺序逐渐增大, 更加符合学生由易到难, 层层递进学习特点。因此, 教师要注重例题习题的应用, 详细分析例题, 引导学生分析解题思路, 完成解题过程, 获得成功的喜悦, 进而提高学生成就感, 增强学好数学的信心。

5.3. 充分利用数学文化知识, 渗透数学思想方法

教材中蕴含不少数学文化知识, 例如赵爽弦图、毕达哥拉斯定理、第 24 届国际数学家大会会标。教师在教学过程中可以利用数学文化知识, 让学生了解不等式相关的人物、历史、文化, 利用学生对不等式的好奇心, 激发学生的学习动机, 培养学生对不等式的求知欲。将新课标中的数学思想方法无形地渗透在数学教学过程中, 让学生感受到数学思想方法的重要作用。

参考文献

- [1] 魏嘉. 高中数学人教 A 版新旧教材“不等式”部分比较研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨师范大学, 2021.
- [2] 余智敏. 高中数学新旧教材中“不等式”的对比研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2011.
- [3] 徐曼. 高中数学新旧教材不等式问题比较研究[D]: [硕士学位论文]. 牡丹江: 牡丹江师范学院, 2022.
- [4] 吕世虎, 彭燕伟. 2020 版高中数学课标中课程结构的变化和特点[J]. 数学教育学报, 2022, 31(4): 1-6.
- [5] 薛丽, 吴京霖. 人教 A 版新旧教材“基本不等式”一节内容的比较研究[J]. 辽宁师专学报(自然科学版), 2023, 25(1): 10-13+86.