

# 基于Coulomb强度准则的重力坝岩石地基抗滑稳定系数的推演与教学设计

周晓军

西南交通大学土木工程学院, 四川 成都

收稿日期: 2024年6月11日; 录用日期: 2024年8月6日; 发布日期: 2024年8月15日

## 摘要

文章结合为本科学生开设的《岩石力学》课程中岩石地基抗滑稳定性分析的教学内容, 以重力坝岩石地基抗滑稳定性分析为例, 对基于Coulomb强度准则的重力坝岩石地基深层双斜滑移面、深层单斜滑移面和浅层水平滑移面的抗滑稳定系数计算方法进行了理论推演, 依据稳定系数计算表达式探讨了提高重力坝岩石地基抗滑稳定系数的工程措施, 给出了易于本科学生理解和掌握的岩石地基抗滑稳定性分析的教学组织和设计。通过将所设计重力坝岩石地基抗滑稳定系数计算方法在本科生中的教学实践, 可实现预期的教学目标。

## 关键词

岩石地基, Coulomb强度准则, 稳定系数, 计算方法, 教学设计

## Derivation and Instructional Panning of Anti-Slip Stability Factor for Rock Foundation of Gravity Dam Based on the Coulomb Strength Criterion

Xiaojun Zhou

School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan

Received: Jun. 11<sup>th</sup>, 2024; accepted: Aug. 6<sup>th</sup>, 2024; published: Aug. 15<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

In combination with the instructional contents of anti-slip stability analysis for rock foundation in

文章引用: 周晓军. 基于 Coulomb 强度准则的重力坝岩石地基抗滑稳定系数的推演与教学设计[J]. 创新教育研究, 2024, 12(8): 212-228. DOI: 10.12677/ces.2024.128527

the course entitled *Rock Mechanics* provided for undergraduates, the method for calculating the anti-slip stability factor of deep double oblique sliding planes, single oblique sliding plane in rock foundation of gravity dam, as well as shallow horizontal sliding plane in rock foundation of gravity dam is derived based on Coulomb strength criterion by taking rock foundation of gravity dam as an example. The technical engineering measures to enhance the anti-slip stability factor for rock foundation of gravity dam are also discussed based on the formula to calculate the stability factor of gravity dam rock foundation. Both the instructional planning and organization for analyzing the anti-slip stability for rock foundation of gravity dam in the course, which are easy for undergraduate students to understand and master, are still proposed in this paper. Through practice on teaching the proposed method for calculating the anti-slip stability factor for rock foundation of gravity dam to undergraduate students, the expected teaching objectives can be achieved.

## Keywords

Rock Foundation, Coulomb Strength Criterion, Stability Factor, Calculation Method, Instructional Planning

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

分析和计算岩石地基的抗滑稳定是国内高等学校针对土木工程专业、建筑工程专业、工程地质专业以及城市地下空间工程专业等本科生而开设的《岩石力学》课程中的重要教学内容，也是要求选修此课程的本科学学生应当理解和掌握的知识点之一。然而国内现阶段使用的岩石力学教材中对这部分内容和知识点的讲解较为简略[1]-[9]，尤其是对以重力坝岩石地基深层双斜滑移面和单斜滑移面为例的岩石地基抗滑稳定系数的理论推导过程讲解不详，教材中仅简单地列出了坝体岩石地基抗滑稳定系数的计算表达式。在文献[1]中，仅对重力坝坝基在浅层岩基和深层岩基中的抗滑稳定性进行了简要的介绍，分别列出了计算岩基抗滑稳定系数的数学表达式。但未对岩基抗滑稳定系数的具体理论推演过程进行讲解，尤其是对深层岩基受单斜滑移面和双斜滑移面控制下的岩基稳定系数的分析不详实，对坝基岩体剪切滑移面抗滑力的概念和计算方法未加以说明，也未明确指出滑移面的抗滑力是根据 Coulomb 强度准则来分析得到的这一重要知识点，并且所列出的岩石坝基深层单斜和双斜滑移面抗滑稳定系数中并未考虑坝基岩体重力对坝基抗滑稳定性的影响。在文献[2]中，虽然在讲述岩石地基稳定性时指出以重力坝坝基为例，分别就重力坝岩石地基浅层滑移和深层滑移面的抗滑稳定性进行说明，文中也仅简约给出了相应的抗滑稳定系数的计算表达式，但未对抗滑稳定系数的理论推演进行讲解，同样也未明确指出坝基岩体内滑移面的抗滑力是根据 Coulomb 强度准则而分析获得的知识点，在分析重力坝坝基深层滑移稳定时同样也忽略了坝基岩石重力对其抗滑稳定性的影响。在文献[3]-[6]中对岩石地基稳定性分析方法的讲解仍然以重力坝为例，仅给出了重力坝岩石地基浅层和深层抗滑稳定系数的计算表达式，但同样未考虑岩石地基中岩体重力对其稳定性的影响。在文献[7]-[9]中对岩石地基稳定性的讲解同样以重力坝坝基为例，分别讲解了坝基岩石浅层滑移和深层滑移时坝基抗滑稳定系数的计算方法，但文中仍未明确指出岩石坝体内剪切面的抗滑力由 Coulomb 强度准则加以分析得到的知识点，尽管文中对岩石坝基在深层双斜滑移面控制下的等稳定系数法和非等稳定系数法进行了说明，但文中并未对稳定系数计算表达式的理论推演过程进行讲解。实际上，重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的等稳定系数法也是通过分析岩体内剪切滑移面抗剪强度而

得到, 并且剪切滑移面的抗滑力是基于 Coulomb 强度准则而获得。并由此可进一步引入国内外普遍在岩土力学中采用对岩土体滑移剪切面黏聚力和内摩擦角进行折减的方式来分析其抗滑稳定的强度折减法这一新概念, 使学生及时接触和了解岩土力学中采用强度折减法来分析坝基或边坡抗滑稳定性的新方法。

综上所述, 国内现有的岩石力学教材中涉及岩石地基抗滑稳定性的教学内容均以重力坝岩石地基为例, 在教学内容的安排上存在以下问题:

1) 在讲解重力坝岩石地基抗滑稳定性时仅列出了抗滑稳定系数的计算表达式, 但未对抗滑系数的理论推演过程进行讲解, 尤其是未明确对岩石地基内剪切滑移面抗滑力按照 Coulomb 强度准则进行分析和计算的重要知识点。

2) 在分析重力坝岩石地基浅层和深层滑移面抗滑稳定时未考虑岩石坝基内岩体的重力。实际上重力坝岩石地基的抗滑稳定与坝体所承受的上游水压力、坝体的自重和地基岩体的重力有关, 尤其是对坝基内深层滑移面的抗滑稳定性而言, 坝基内岩体的重力对坝基下滑力具有一定的贡献, 因此不应当被忽略。

3) 未明确给出重力坝岩石地基深层双斜滑移面等稳定系数法中对双斜剪切面黏聚力和内摩擦角同时进行折减时稳定系数的计算方法, 也未明确提出强度折减法的概念。

因此, 在课程的教学实践中发现, 仅根据现有岩石力学教材中列出的内容进行讲授时, 只能结合岩石坝基的力学模型而列出相应的抗滑稳定系数计算表达式, 教学内容无论在广度和深度上均不能向学生传授相应的技术路线和理论分析方法, 学生也不了解教材中列出的抗滑稳定系数计算表达式的理论推演过程, 只能被动与消极地接受和记忆计算公式, 不能使学生掌握和分析岩石坝基抗滑稳定性的理论推演过程, 进而达不到启发和引导学生进行自主推演与创新思维的教学目的。因此学生对岩石地基抗滑稳定性分析与计算方法的理解和掌握尚存在不少的困难。如何合理地组织使学生易于理解和掌握的教学内容, 使学生能够在理解岩石地基抗滑稳定系数计算和分析技术路线的基础上掌握其分析方法, 并能够独立进行岩石坝基稳定性系数的推演和分析则是课程教学内容组织与教学方法设计中的关键。

本文结合课程的教学实践, 就《岩石力学》课程中岩石地基抗滑稳定系数基于 Coulomb 强度准则的理论推演进行了教学组织与设计, 同时结合岩石坝基深层双滑移面抗滑稳定分析的等稳定系数的理论推演, 引入岩土力学中强度折减法的概念, 讲解其工程意义, 使学生在理解和掌握岩石坝基稳定性分析方法的同时, 进一步了解和掌握强度折减法的基本原理和计算方法, 可增加学生的知识面和拓宽思维模式, 并启发和引导学生树立创新的思想。通过对所设计的岩石地基稳定系数教学内容的教学实践取得了良好的教学效果。

## 2. 重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的稳定系数

国内现有的岩石力学教材中对岩石地基抗滑稳定性分析的教学内容均以重力坝在浅层和深层岩体中的地基稳定分析为案例, 基本均列出了抗滑稳定系数的计算表达式, 但并未给出详实的理论推演, 而且表达式中未考虑坝基岩体的重力[1]-[9]。为便于课程教学, 使学生能够容易理解和掌握判断岩石地基稳定的技术路线和分析方法, 涉及此部分的教学内容可按照以下顺序进行教学组织和设计:

1) 首先建立以重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的力学模型, 并将岩石地基划分为失稳的主动区和被动区, 分析两个区域内岩体失稳的极限平衡状态, 由此得出岩石地基沿双斜滑移面上的下滑力, 基于岩土体的 Coulomb 强度准则计算滑移面的抗滑力, 由此推演得出用抗滑力和下滑力之间的比值表示的岩石地基抗滑稳定系数:

2) 结合岩石地基深层双斜滑移面抗滑稳定系数的推演, 讲解主动区和被动区岩体沿剪切滑移面发生失稳的极限平衡状态, 即岩体发生失稳是由于其内部潜在剪切面的抗滑力降低所致, 并由此对体现岩体内剪切面抗滑强度的黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\phi$  两个参数进行折减, 进而引入岩土力学中强度折减法的概

念，并据此给出分析岩石坝基等稳定系数和非等稳定系数的计算方法；

3) 以岩石地基深层双斜滑移面稳定性分析为基础，基于 Coulomb 强度准则分别提出单斜滑移面超向重力坝下游和重力坝上游时的地基抗滑稳定系数的计算方法；

4) 利用相同的技术路线和理论推演，可得出重力坝岩石地基浅层水平滑移稳定系数的计算方法。与此相对应的教学内容组织和教学设计详述如下。

## 2.1. 重力坝岩石地基深层双斜滑移面的力学模型

岩石地基稳定性的分析通常以重力坝岩石地基稳定性分析为典型案例。为便于课堂讲授和学生理解与掌握，建立如图 1 所示的重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的地基力学模型。

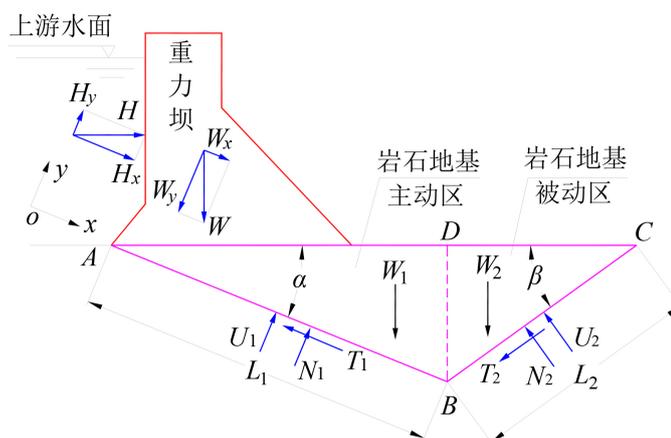


Figure 1. Mechanical model for gravity dam rock foundation with deep double sliding planes

图 1. 重力坝岩石地基深层双滑移面力学模型

在图 1 中，将重力坝放置于岩石地基上。为便于分析，针对重力坝岩石地基的力学模型做出以下假设：

1) 图 1 为重力坝岩石地基的横剖面图，设沿垂直于横剖面图的方向即为重力坝的纵向，且沿其纵向上重力坝岩石地基为无限长。受纵向上坝体和岩石地基的约束，沿重力坝和岩石地基纵向上的任何一点均不产生纵向位移，因而重力坝岩石地基属于弹性力学中的平面应变问题[10]，可取单位长度的坝体和岩石地基进行分析。考虑到本科生在选修岩石力学课程时尚未学习过弹性力学，因而在授课时可向学生讲明，可将坝体视为沿其纵向上为无限长，如此可取单位长度的坝体进行分析。顺便以此也可向学生说明和引入弹性力学中平面应变的概念，使学生理解坝体的承载和变形状况，了解弹性力学中的平面应变问题的概念，有利于拓宽学生的知识面，提升学生对课程内容学习的兴趣。

2) 当重力坝岩石地基受到上游水压力和自身重力作用下发生剪切滑移时，在深层岩体中形成两组潜在的剪切斜滑移面，其分别为 AB 和 BC。同时假设斜滑移面为平面，且设斜滑移面 AB 与水平面 AC 之间的夹角为  $\alpha$ ，斜滑移面 BC 与水平面 AC 之间的夹角为  $\beta$ ，角度的单位为°。

3) 在  $\triangle ABC$  中过点 B 的做水平面 AC 的垂直线段 BD，交点为点 D。此垂直线段 BD 沿岩石地基的纵向上便形成一个假设的平面。平面 BD 沿纵向上将  $\triangle ABC$  所包围的岩体划分为两个区域，即  $\triangle ABD$  和  $\triangle BCD$ ，且  $\triangle ABD$  所包围的岩体为主动区岩体，而  $\triangle BCD$  所包围的岩体为被动区岩体。

4) 建立  $xoy$  平面坐标系，使坐标系中的  $x$  轴平行于滑移面 AB，使坐标系中的  $y$  轴垂直于滑移面 AB，坐标轴的正方向见图 1。图 1 中  $H$  为重力坝所受到的上游水的水压力，其沿坐标轴  $x$  轴和  $y$  轴方向上的

分量分别为  $H_x$  和  $H_y$ ;  $W$  为重力坝自身的重力, 其沿  $x$  轴和  $y$  轴方向上的分量分别为  $W_x$  和  $W_y$ ;  $W_1$  和  $W_2$  分别为  $\triangle ABD$  和  $\triangle BCD$  所包围岩体的重力, 其单位均为 kN。

5) 在斜滑移面  $AB$  上承受有水压力又称扬压力  $U_1$ 、法向压力  $N_1$  和剪切力  $T_1$  的作用。在斜滑移面  $BC$  上承受有水压力或扬压力  $U_2$ 、法向压力  $N_2$  和剪切力  $T_2$  的作用, 各个力的单位均为 kN。

6) 岩石地基的斜滑移面  $AB$  和  $BC$  的抗剪强度均满足 Coulomb 强度准则, 即受剪切面黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\phi$  的以及剪切面上的法向正应力  $\sigma$  的影响。

7) 由于重力坝岩石地基沿其纵向上可取单位长度进行分析, 故斜滑移面  $AB$  的长度  $L_1$  即代表滑移面  $AB$  的面积, 而斜滑移面  $BC$  的长度  $L_2$  即代表了滑移面  $BC$  的面积, 面积的单位均为  $m^2$ 。

上述的假设为重力坝岩石地基抗滑稳定系数的理论推演提供依据, 这些假设在课堂教学时应向学生予以重点说明, 也是推演岩石地基抗滑稳定系数理论计算公式的前提。

## 2.2. 重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的稳定系数

根据上述的基本假设, 现分析重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制下的承载状况和稳定系数。根据图 1 中所示的重力坝岩石地基深层双斜滑移面的力学模型, 当主动区  $\triangle ABD$  所包围的岩体受重力坝承受上游水压力  $H$  和自身重力  $W$  作用沿斜滑移面  $AB$  发生主动滑移时, 其必然要受到被动区由  $\triangle BCD$  所包围的岩体的阻止, 因而在  $\triangle ABD$  所包围的岩体和由  $\triangle BCD$  所包围的岩体之间的假设接触面  $BD$  上必然存在有作用力和反作用力。为便于分析, 先取重力坝和岩石地基中由  $\triangle ABD$  所包围的岩体作为研究对象, 得到重力坝岩石地基中部分岩体所承受的荷载见图 2。

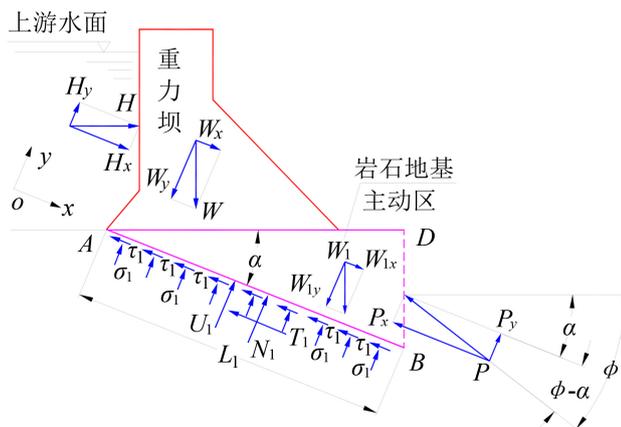


Figure 2. Loading condition of rock mass in active zone of gravity dam rock foundation

图 2. 重力坝岩石地基主动区岩体承载状况

在图 2 中, 由  $\triangle ABD$  所包围的主动区岩体的重力为  $W_1$ 。当重力坝在上游水压力  $H$  和自身重力  $W$  作用下沿斜剪切滑移面  $AB$  发生滑移时, 主动区  $BD$  平面上必定受到由  $\triangle BCD$  所包围的被动区岩体的阻力, 令该阻力为  $P$ , 其作用方向与水平面  $AD$  之间的夹角为  $\phi$ , 实际上角度  $\phi$  即可视为坝基岩体的内摩擦角。阻力  $P$  沿  $xoy$  二维坐标系中的  $x$  轴和  $y$  轴方向上的分量分别为  $P_x$  和  $P_y$ , 见图 2。

根据图 2 所建立的  $xoy$  二维坐标系, 重力坝所受到的上游水压力  $H$  沿  $x$  轴和  $y$  轴方向上分量为

$$\begin{cases} H_x = H \cos \alpha \\ H_y = H \sin \alpha \end{cases} \quad (1)$$

重力坝自身的重力  $W$  沿  $x$  轴和  $y$  轴方向上分量为

$$\begin{cases} W_x = W \sin \alpha \\ W_y = W \cos \alpha \end{cases} \quad (2)$$

由 $\triangle ABD$ 所包围的主动区岩体重力 $W_1$ 沿 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上分量为

$$\begin{cases} W_{1x} = W_1 \sin \alpha \\ W_{1y} = W_1 \cos \alpha \end{cases} \quad (3)$$

由 $\triangle ABD$ 所包围的岩体在平面 $BD$ 上所受的阻力 $P$ 沿 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上分量为

$$\begin{cases} P_x = P \cos(\phi - \alpha) \\ P_y = P \sin(\phi - \alpha) \end{cases} \quad (4)$$

在此处讲授时应当向学生说明式(4)中的角度 $(\phi - \alpha)$ 是根据图2中角度 $\phi$ 和角度 $\alpha$ 之间的几何关系而得到。具体讲授时可结合图2的几何关系进行说明,并在课堂上邀请部分同学结合图2中的角度自行证明,以便吸引学生在课堂上的注意力和引导其思路。

根据图2所示的力学模型分析,在 $xoy$ 平面坐标系内建立沿 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上的静力平衡关系,可得

$$\begin{cases} U_1 + N_1 + H_y - W_y - W_{1y} + P_y = 0 \\ H_x + W_x - T_1 + W_{1x} - P_x = 0 \end{cases} \quad (5)$$

将式(1)至式(4)代入式(5)并对其化简后可得到在单斜滑移面 $AB$ 上的法向力 $N_1$ 和剪切力 $T_1$ 分别为

$$\begin{cases} N_1 = W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - P \sin(\phi - \alpha) - U_1 \\ T_1 = H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha - P \cos(\phi - \alpha) \end{cases} \quad (6)$$

根据式(6)可得,斜滑移面 $AB$ 上的法向力 $N_1$ 和剪切力 $T_1$ 是由重力坝自重 $W$ 、坝体上游水压力 $H$ 、滑移面 $AB$ 上的水压力即扬压力 $U_1$ 和主动区岩体重力 $W_1$ 以及被动区岩体的阻力 $P$ 所引起,此处的剪切力 $T_1$ 实际就是重力坝岩石地基沿斜滑移面 $AB$ 的下滑力。其中重力坝的自重 $W$ 、水压力 $H$ 、扬压力 $U_1$ 和主动区岩体重力 $W_1$ 是已知量,而阻力 $P$ 则是未知量,其需要利用被动区岩体承载的静力平衡关系求得。

从图2分析,主动区岩体发生滑移时,滑移面 $AB$ 上的抗滑力 $R_1$ 是由滑移面 $AB$ 的剪应力 $\tau_1$ 所提供。根据前文的假设,剪切滑移面 $AB$ 上的剪应力 $\tau_1$ 符合Coulomb强度准则,因而有

$$\tau_1 = \sigma_1 \tan \phi_1 + c_1 \quad (7)$$

式中 $\sigma_1$ 为滑移面 $AB$ 上的法向正应力,MPa; $\tau_1$ 为滑移面 $AB$ 上的剪应力,MPa; $c_1$ 为滑移面 $AB$ 的黏聚力,kPa; $\phi_1$ 为滑移面 $AB$ 的内摩擦角,°。

滑移面 $AB$ 上的法向正应力 $\sigma_1$ 由滑移面 $AB$ 上的法向力 $N_1$ 所提供,从而有

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} \quad (8)$$

式中 $A_1$ 为滑移面 $AB$ 的面积, $m^2$ ;根据2.1节中的假设,此处滑移面 $AB$ 的面积有 $A_1 = L_1$ 。

根据滑移面 $AB$ 上的剪应力 $\tau_1$ 和滑移面的面积 $A_1$ 即可求得滑移面 $AB$ 上的抗滑力 $R_1$ ,根据滑移面 $AB$ 上的剪应力 $\tau_1$ 和抗滑力 $R_1$ 的关系可得滑移面 $AB$ 上的抗滑力 $R_1$ 为

$$R_1 = \tau_1 A_1 \quad (9)$$

将式(6)中的法向力 $N_1$ 和式(7)、式(8)均代入式(9)并对其化简后得到滑移面 $AB$ 上的抗滑力 $R_1$ 为

$$R_1 = \tan \phi_1 [W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - P \sin(\phi - \alpha) - U_1] + c_1 L_1 \quad (10)$$

要使重力坝岩石地基保持稳定,则斜滑移面 AB 上的抗滑力  $R_1$  必须大于下滑力  $T_1$ , 即  $R_1 > T_1$ , 两者的比值即为重力坝岩石地基的抗滑稳定系数  $k_{s1}$ , 即有

$$k_{s1} = \frac{R_1}{T_1} \quad (11)$$

将式(6)中的下滑力  $T_1$  和式(10)所代表的 AB 滑移面的抗滑力  $R_1$  代入式(11)即可得到重力坝岩石地基受滑移面 AB 控制的抗滑稳定系数  $k_{s1}$ , 其表达式为

$$k_{s1} = \frac{[W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - P \sin(\phi - \alpha) - U_1] \tan \phi + c_1 L_1}{H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha - P \cos(\phi - \alpha)} \quad (12)$$

式(12)中除了坝体自重  $W$ 、水压力  $H$ 、扬压力  $U_1$  和由  $\triangle ABD$  所包围的岩体重力  $W_1$  为已知量而外, 仅有阻力  $P$  是未知量。

阻力  $P$  可结合图 1 中被动区  $\triangle BCD$  所包围的岩体在  $xoy$  二维坐标系中的静力系平衡来加以确定。现分析重力坝岩石地基中由  $\triangle BCD$  所包围的被动区岩体的承载状况, 其所承受的荷载见图 3。

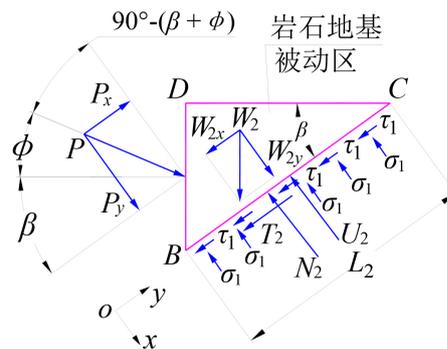


Figure 3. Loading condition of rock mass in passive zone of gravity dam rock foundation  
图 3. 重力坝岩石地基中被动区岩体承载状况

为便于分析, 在图 3 中建立了  $xoy$  二维坐标系。从图 3 可知, 由被动区  $\triangle BCD$  所包围的岩体在 BD 平面上承受推力  $P$  的作用, 该推力  $P$  就是由主动区  $\triangle ABD$  所包围的岩体沿斜滑移面 AB 发生主动滑移时对被动区  $\triangle BCD$  所包围的岩体产生的推力。因此该推力  $P$  和  $\triangle ABD$  所包围的岩体在 BD 平面上受到由  $\triangle BCD$  所包围的岩体所施加的阻力  $P$  为作用力和反作用力, 两者大小相等、方向相反。推力  $P$  与水平面之间的夹角仍然为  $\phi$ , 见图 2 和图 3。

根据图 3 中所示的  $xoy$  二维坐标系, 由  $\triangle BCD$  所包围的被动区岩体重力  $W_2$  在  $x$  轴和  $y$  轴方向上的分量分别为

$$\begin{cases} W_{2x} = W_2 \sin \beta \\ W_{2y} = W_2 \cos \beta \end{cases} \quad (13)$$

图 3 中推力  $P$  在  $xoy$  二维坐标系中沿  $x$  轴和  $y$  轴方向上的分量分别为

$$\begin{cases} P_x = P \sin [90^\circ - (\beta + \phi)] = P \cos(\beta + \phi) \\ P_y = P \cos [90^\circ - (\beta + \phi)] = P \sin(\beta + \phi) \end{cases} \quad (14)$$

具体讲授时可结合图 3 中的角度  $\beta$  和角度  $\phi$  之间的关系进行说明。在课堂上先示出图 3, 然后随机抽

点若干名同学对图3中两个角度的关系进行分析,由同学们根据图3中的角度关系自己给出证明,从而引导学生的注意力和思路,同时也可活跃课堂教学的氛围。

根据 $\triangle BCD$ 所包围的岩体在 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上所承受荷载的静力系平衡可得如下关系式

$$\begin{cases} -U_2 - N_2 + P_y + W_{2y} = 0 \\ T_2 - P_x + W_{2x} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

将式(13)和式(14)代入式(15)并对其化简后得到剪切滑移面 $BD$ 上的法向力 $N_2$ 和剪切力 $T_2$ ,即

$$\begin{cases} N_2 = P \sin(\beta + \phi) + W_2 \cos \beta - U_2 \\ T_2 = P \cos(\beta + \phi) - W_2 \sin \beta \end{cases} \quad (16)$$

式(16)中的 $T_2$ 是由推力 $P$ 和被动区 $\triangle BCD$ 所包围的岩体自重 $W_2$ 所引起,因而是滑移面 $BD$ 上岩石地基的下滑力。

滑移面 $BC$ 上的抗滑力 $R_2$ 则由该面上的剪应力 $\tau_2$ 所引起,其满足Coulomb强度准则,因而有

$$\tau_2 = \sigma_2 \tan \phi_2 + c_2 \quad (17)$$

式中 $\sigma_2$ 为滑移面 $BC$ 上的法向正应力,MPa; $\tau_2$ 为滑移面 $BC$ 上的剪应力,MPa; $c_2$ 为滑移面 $BC$ 的黏聚力,kPa; $\phi_2$ 为滑移面 $BC$ 的内摩擦角,°。

滑移面 $BC$ 上的法向应力 $\sigma_2$ 由滑移面 $BC$ 上的法向力 $N_2$ 提供,从而有

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} \quad (18)$$

式中 $A_2$ 为滑移面 $BC$ 的面积, $m^2$ ;根据前文的假设,此处有 $A_2 = L_2$ 。

根据滑移面 $BC$ 上的剪应力 $\tau_2$ 和滑移面 $BC$ 的面积 $A_2$ ,即可计算得到滑移面 $BC$ 上的抗滑力 $R_2$ 为

$$R_2 = \tau_2 A_2 \quad (19)$$

将式(16)中的法向力 $N_2$ 和式(17)、式(18)均代入式(19)可得滑移面 $BC$ 上的抗滑力 $R_2$ 为

$$R_2 = \tan \phi_2 [P \sin(\beta + \phi) + W_2 \cos \beta - U_2] + c_2 L_2 \quad (20)$$

要使重力坝岩石地基保持稳定,则滑移面 $BC$ 上的抗滑力 $R_2$ 必须要大于重力坝和岩体发生失稳的下滑力 $T_2$ ,即 $R_2 > T_2$ ,两者的比值即为 $\triangle BCD$ 所包围的岩石地基沿滑移面 $BC$ 的抗滑稳定系数 $k_{s2}$ ,即

$$k_{s2} = \frac{R_2}{T_2} \quad (21)$$

将式(16)中的下滑力 $T_2$ 和式(20)所代表的抗滑力 $R_2$ 代入式(21)即可得到重力坝岩石地基受滑移面 $BC$ 控制的稳定系数 $k_{s2}$ ,其表达式为

$$k_{s2} = \frac{[P \sin(\beta + \phi) + W_2 \cos \beta - U_2] \tan \phi_2 + c_2 L_2}{P \cos(\beta + \phi) - W_2 \sin \beta} \quad (22)$$

式(22)中除了推力 $P$ 为未知量之外,其余的参数均为已知量。

在推演得到滑移面 $AB$ 和滑移面 $BC$ 控制的岩石地基两个抗滑稳定系数 $k_{s1}$ 和 $k_{s2}$ 后,结合两个数学表达式,可分析影响岩石地基抗滑稳定系数的因素。很显然,要计算两个稳定系数 $k_{s1}$ 和 $k_{s2}$ ,则必然要求得其中的推力 $P$ 。

为求得推力 $P$ ,可根据被动区岩体处于极限平衡的状态进行分析。当由 $\triangle BCD$ 所包围的被动区岩体处于极限平衡状态时,剪切滑移面 $BC$ 上的下滑力 $T_2$ 等于抗滑力 $R_2$ ,即有

$$R_2 = T_2 \quad (23)$$

将式(20)所表示的抗滑力  $R_2$  和式(16)中的下滑力  $T_2$  代入式(23)并对其进行化简后可得到推力  $P$  的表达式为

$$P = \frac{W_2 \sin \beta + (W_2 \cos \beta - U_2) \tan \phi_2 + c_2 L_2}{\cos(\beta + \phi) - \sin(\beta + \phi) \tan \phi_2} \quad (24)$$

式(24)就代表了被动区岩体处于滑移极限平衡状态时所承受的推力  $P$ 。

在课堂教学时, 需要对说明这个知识点, 即由  $\triangle BCD$  所包围的被动区岩体处于滑动的极限平衡状态时, 滑移面  $BC$  上的抗滑力  $R_2$  等于下滑力  $T_2$ 。如果抗滑力  $R_2$  小于下滑力  $T_2$ , 则岩石地基会发生滑移失稳而破坏, 反之, 当抗滑力  $R_2$  大于下滑力  $T_2$ , 则岩石地基不会发生失稳破坏, 坝基处于稳定状态。在讲授此内容后, 也可随机抽点若干名同学, 让学生讲述被动区岩体处于滑移极限状态的判断方法, 以引导学生掌握该知识点。

在得到推力  $P$  之后可将其分别代入式(12)和式(22), 即可得到重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制下的两个稳定系数  $k_{s1}$  和  $k_{s2}$ , 即

$$\begin{cases} k_{s1} = \frac{[W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - P \sin(\phi - \alpha) - U_1] \tan \phi_1 + c_1 L_1}{H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha - P \cos(\phi - \alpha)} \\ P = \frac{W_2 \sin \beta + (W_2 \cos \beta - U_2) \tan \phi_2 + c_2 L_2}{\cos(\beta + \phi) - \sin(\beta + \phi) \tan \phi_2} \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} k_{s2} = \frac{[W_2 \cos \beta + P \sin(\beta + \phi) - U_2] \tan \phi_2 + c_2 L_2}{P \cos(\beta + \phi) - W_2 \sin \beta} \\ P = \frac{W_2 \sin \beta + (W_2 \cos \beta - U_2) \tan \phi_2 + c_2 L_2}{\cos(\beta + \phi) - \sin(\beta + \phi) \tan \phi_2} \end{cases} \quad (26)$$

式(25)和式(26)中的  $P$  就是重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制时主动区岩体与被动区岩体之间的作用力。因此, 要计算重力坝岩石地基的抗滑稳定系数, 首先需要计算主动区和被动区岩体之间的作用力  $P$ , 将计算得到的  $P$  代入式(25)和式(26)后即可计算得到岩石地基的抗滑稳定系数。

从计算稳定系数的式(25)和式(26)可以看出, 图 1 所示的分析重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的稳定系数有两个, 且两个稳定系数的数值并不相等。因此需要分别计算岩石地基主动区  $\triangle ABD$  和被动区  $\triangle BCD$  所包围岩体的抗滑稳定系数。对于重力坝地基的工程而言, 考虑到工程的重要性, 当岩石地基主动区和被动区岩体沿剪切滑移面的抗滑稳定系数均大于 4.0 时, 即认为重力坝岩石地基是稳定的, 此时重力坝岩石地基不会发生沿深层双剪切滑移面滑移而引起的失稳破坏。

在课堂教学期间, 当教师讲述完上述内容后, 可与学生进行互动, 了解学生是否明确理解与掌握了对所讲授的重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的抗滑稳定系数理论公式的推演过程和技术思路。即在课堂上可随机抽点若干名学生, 让学生结合其本人的理解就重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的抗滑稳定系数的理论推演过程进行简述, 以此来考察和了解学生在课堂上对教师所讲授内容的理解与掌握程度。目的在于既发挥教师在课程教学中传授知识的引导作用, 同时又充分调动学生参与课程学习内容学习的主动性, 引导和促使学生参与课程教学内容与知识点的研讨, 进而加深学生对教师在课堂上所讲授内容和知识的理解与掌握。按照上述教学内容的组织与设计, 通过在我校 2022 学年、2023 学年以及 2024 学年中的教学实践, 在课堂讲授此部分内容时被抽点的同学均能较清晰地讲述分析重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制时坝基抗滑稳定系数公式理论推演的过程, 由此也表明如此组织和设计的课堂

讲授内容易于学生理解和掌握。

此外,对于上述的重力坝岩石地基受深层双滑移面控制的稳定系数的计算,还可以讲授用相同稳定系数法即等稳定系数法来加以分析,即将重力坝岩石地基中深层双斜滑移面 AB 和 BC 的黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\phi$  的正切同时乘以  $1/K$  倍,即降低滑移面 AB 和滑移面 BC 的抗剪强度值。当两个滑移面的抗剪强度值均同时降低  $1/K$  倍时,即可认为重力坝岩石地基处于失稳破坏的极限平衡状态。在课堂向学生讲授岩石地基沿剪切面发生滑移而失稳破坏时,可将引发重力坝岩石地基失稳破坏主要的原因视为双斜剪切面 AB 和 BC 上抗滑力的降低,即抗滑力小于下滑力。剪切面上的抗滑力无法阻止岩体下滑所致,如此讲解便于学生理解和掌握评价岩石地基抗滑稳定性以及稳定系数的工程意义。

为此可对式(25)和式(26)所示的计算稳定系数中的滑移面 AB 和 BC 的黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\phi$  的正切进行折减,使两者的数值均降低  $1/K$  倍,并认为此时坝基岩体处于极限失稳的平衡状态,因而式(25)和式(26)的表达式可改写为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\left[ W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - P \sin(\phi - \alpha) - U_1 \right] \frac{\tan \phi_1}{K} + \frac{c_1}{K} L_1}{H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha - P \cos(\phi - \alpha)} = 1 \\ \frac{\left[ W_2 \cos \beta + P \sin(\beta + \phi) - U_2 \right] \frac{\tan \phi_2}{K} + \frac{c_2}{K} L_2}{P \cos(\beta + \phi) - W_2 \sin \beta} = 1 \end{array} \right. \quad (27)$$

式(27)中的  $K$  值就代表了双斜滑移面 AB 和 BC 的黏聚力  $c$  以及内摩擦角  $\phi$  的正切同时降低到  $K$  值时重力坝岩石地基主动区和被动区的岩体在深层滑移面达到滑移失稳的极限平衡状态,因而可将此  $K$  值视为评价重力坝岩石地基抗滑稳定的系数,而且仅有一个稳定系数。

为求得抗滑稳定系数  $K$  值,将式(27)中的两个方程进行联立并组成方程组,采用消元法就可以求得系数  $K$  和推力  $P$  两个未知量,如此便可得到重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制时处于极限平衡状态的不同稳定系数  $K$  值和推力  $P$  值。就重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的稳定性而言,计算其抗滑稳定系数  $K$  值更具有工程实际意义,因而对式(27)中联立方程组进行求解,便可得到一个关于稳定系数  $K$  的一元二次方程式,其表达式为

$$\psi K^2 + \omega K + \xi = 0 \quad (28)$$

式中  $\psi$ 、 $\omega$ 、 $\xi$  分别为与各个荷载和角度相关的系数,各自的计算式如下

$$\begin{aligned} \psi &= (H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha) \cos(\beta + \phi) - W_2 \sin \beta \cos(\phi - \alpha) \\ \omega &= (H \sin \alpha - W \cos \alpha - W_1 \cos \alpha) \cos(\beta + \phi) \tan \phi_1 - (H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha) \sin(\beta + \phi) \tan \phi_2 \\ &\quad + W_2 \sin \beta \sin(\phi - \alpha) \tan \phi_1 - W_2 \cos \beta \cos(\phi - \alpha) \tan \phi_2 + U_2 \cos(\phi - \alpha) \tan \phi_2 + U_1 \cos(\beta + \phi) \tan \phi_1 \\ &\quad - \cos(\phi - \alpha) c_2 L_2 - \cos(\beta + \phi) c_1 L_1 \\ \xi &= (W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha) \sin(\beta + \phi) \tan \phi_1 \tan \phi_2 + W_2 \cos \beta \sin(\phi - \alpha) \tan \phi_1 \tan \phi_2 \\ &\quad - U_2 \sin(\phi - \alpha) \tan \phi_1 \tan \phi_2 - U_1 \sin(\beta + \phi) \tan \phi_1 \tan \phi_2 + \sin(\phi - \alpha) \tan \phi_1 c_2 L_2 \\ &\quad + \sin(\beta + \phi) \tan \phi_2 c_1 L_1 \end{aligned}$$

上式中各个物理量的含义见前文中的说明。

由此得到,式(28)的正数根即为所求的重力坝岩石地基抗滑稳定系数。很显然,从式(28)可以看出,要求解该方程的正数根需要大量的数学运算,不便于工程应用。因此推荐采用两个不相等的稳定系数即非等稳定系数法来判断重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制的抗滑稳定性。

此外,为便于计算,对图1所示的剪切滑移面AB和BC而言,也可令两个滑移面AB和BC的黏聚力和内摩擦角均相等,即有

$$\begin{cases} c_1 = c_2 = c \\ \phi_1 = \phi_2 = \phi \end{cases} \quad (29)$$

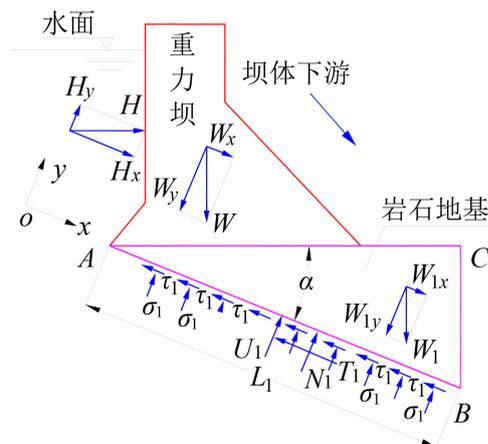
将式(29)代入式(25)、式(26)和式(27)可得到判断重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制下的稳定系数,如此可简化计算重力坝深层岩基双斜滑移面两个稳定系数的计算过程,便于工程应用。

### 3. 重力坝岩石地基受深层单斜滑移面控制的稳定系数

在对重力坝岩石地基受深层双斜滑移面控制下的稳定性分析基础上,可进一步分析岩石地基受深层单斜滑移面控制的岩石地基稳定性。岩石地基中深层单斜滑移面可分为两种状况,即单斜滑移面倾向重力坝的下游和单斜滑移面倾向重力坝的上游。因而需要分别分析这两种状况下的岩石地基抗滑稳定性。

#### 3.1. 深层单斜滑移面倾向重力坝下游的稳定系数

首先分析深层单斜滑移面倾向重力坝下游的状况,为此在课堂向学生讲授时建立图4所示的重力坝岩石地基受深层单斜滑移面控制时倾向坝体下游的力学模型。



**Figure 4.** Model of deep single sliding plane inclined toward the downstream of gravity dam rock foundation

**图4.** 重力坝岩石地基深层单斜滑移面倾向下游的模型

图4中各个物理量的含义同图1中的各个物理量。以图4中的xoy平面坐标系建立重力坝岩石地基沿x轴和y轴方向上的静力平衡方程,即得到作用于单斜滑移面AB上的法向力 $N_1$ 和剪切力 $T_1$ 的表达式为

$$\begin{cases} N_1 = W_y + W_{1y} - H_y - U_1 \\ T_1 = H_x + W_x + W_{1x} \end{cases} \quad (30)$$

将式(1)、式(2)和式(3)均代入式(30)可得

$$\begin{cases} N_1 = W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - U_1 \\ T_1 = H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha \end{cases} \quad (31)$$

对于由 $\triangle ABC$ 所包围的岩体单斜滑移面 $AB$ 而言,其所受的法向正应力 $\sigma_1$ 和切向剪应力 $\tau_1$ 分别为

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} \\ \tau_1 = \sigma_1 \tan \phi_1 + c_1 \end{cases} \quad (32)$$

式(32)中, $c_1$ 为单斜滑移面 $AB$ 的黏聚力, kPa;  $\phi_1$ 为单斜滑移面 $AB$ 的内摩擦角,  $^\circ$ 。 $A_1$ 为单斜滑移面 $AB$ 的面积, 此处, 根据本文 2.1 节中的假设可得单斜滑移面的面积 $A_1 = L_1$ 。

同理在图 4 中岩石地基深层单斜滑移面 $AB$ 上的抗滑力 $R_1$ 由该面上的剪应力 $\tau_1$ 所提供, 即

$$R_1 = \tau_1 A_1 \quad (33)$$

将式(31)中的法向力 $N_1$ 和式(32)代入式(33)并对其化简得到抗滑力 $R_1$ 的表达式为

$$R_1 = (W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - U_1) \tan \phi_1 + c_1 L_1 \quad (34)$$

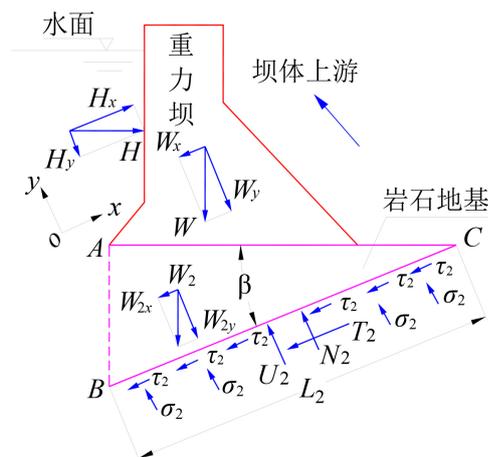
由重力坝和岩石地基的重量以及坝体上游水压力引起的下滑力为 $T_1$ , 从而将抗滑力 $R_1$ 与下滑力 $T_1$ 的比值即视为岩石地基的抗滑稳定系数 $k_{s1}$ , 其表达式为

$$k_{s1} = \frac{R_1}{T_1} = \frac{(W \cos \alpha + W_1 \cos \alpha - H \sin \alpha - U_1) \tan \phi_1 + c_1 L_1}{H \cos \alpha + W \sin \alpha + W_1 \sin \alpha} \quad (35)$$

要使重力坝岩石地基受深层单斜滑移面控制下保持稳定, 则需要满足 $k_{s1} > 4.0$ 的要求, 如此式(35)就是重力坝岩石地基中深层单斜滑移面倾向重力坝下游时岩石地基稳定系数的计算公式。

### 3.2. 深层单斜滑移面倾向重力坝上游的稳定系数

为分析岩石地基深层单斜滑移面倾向重力坝上游的稳定性, 在课堂向学生讲授时可建立图 5 所示的重力坝岩石地基深层单斜滑移面倾向上游的力学模型。



**Figure 5.** Model of deep single sliding plane inclined toward the upstream of gravity dam rock foundation

**图 5.** 重力坝岩石地基深层单斜滑移面倾向上游的模型

图 5 中各个物理量的含义同图 1 中的各个物理量。在图 5 所示的 $xoy$ 二维坐标系中, 重力坝所受到的上游水压力 $H$ 沿 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上分量为

$$\begin{cases} H_x = H \cos \beta \\ H_y = H \sin \beta \end{cases} \quad (36)$$

重力坝自身的重力  $W$  沿  $x$  轴和  $y$  轴方向上分量为

$$\begin{cases} W_x = W \sin \beta \\ W_y = W \cos \beta \end{cases} \quad (37)$$

在图 5 中由  $\triangle ABC$  所包围的岩体重力  $W_2$  沿  $x$  轴和  $y$  轴方向上分量为

$$\begin{cases} W_{2x} = W_2 \sin \beta \\ W_{2y} = W_2 \cos \beta \end{cases} \quad (38)$$

以图 5 中的  $xoy$  平面坐标系建立岩体所受荷载沿  $x$  轴和  $y$  轴方向上的静力平衡关系式, 可得到作用于单斜滑移面  $BC$  上的法向力  $N_2$  和剪切力  $T_2$  为

$$\begin{cases} N_2 = H_y + W_y + W_{2y} - U_2 \\ T_2 = H_x - W_x - W_{2x} \end{cases} \quad (39)$$

将式(36)、式(37)和式(38)均代入式(39)并对其进行化简得到单斜滑移面  $BC$  上的法向力  $N_2$  和剪切力  $T_2$  的表达式为

$$\begin{cases} N_2 = H \sin \beta + W \cos \beta + W_2 \cos \beta - U_2 \\ T_2 = H \cos \beta - W \sin \beta - W_2 \sin \beta \end{cases} \quad (40)$$

同样对于由  $\triangle ABC$  所包围的岩体单斜滑移面  $BC$  而言, 其所受的法向正应力为  $\sigma_2$  和切向剪应力为  $\tau_2$ , 且剪应力  $\tau_2$  满足 Coulomb 强度准则, 即

$$\begin{cases} \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} \\ \tau_2 = \sigma_2 \tan \phi_2 + c_2 \end{cases} \quad (41)$$

式中  $c_2$  为单斜滑移面  $BC$  的黏聚力,  $\text{kPa}$ ;  $\phi_2$  为单斜滑移面  $BC$  的内摩擦角,  $^\circ$ 。  $A_2$  为单斜滑移面  $BC$  的面积,  $\text{m}^2$ , 此处根据本文中 2.1 节的假设条件可有  $A_2 = L_2$ 。

则单斜滑移面  $BC$  上的抗滑力  $R_2$  由该面上的剪应力  $\tau_2$  提供, 且有

$$R_2 = \tau_2 A_2 \quad (42)$$

将式(40)中的法向力  $N_2$  和式(41)中的法向正应力  $\sigma_2$  的表达式代入式(42)即得到单斜滑移面  $BC$  上抗滑力  $R_2$  的表达式为

$$R_2 = (H \sin \beta + W \cos \beta + W_2 \cos \beta - U_2) \tan \phi_2 + c_2 L_2 \quad (43)$$

而由重力坝和岩石地基的重量以及坝体上游水压力所引起的下滑力为  $T_2$ , 则抗滑力  $R_2$  与下滑力  $T_2$  的比值即为岩石地基受深层单斜剪切滑移面  $BC$  控制的抗滑稳定系数  $k_{s2}$ , 其表达式为

$$k_{s2} = \frac{R_2}{T_2} = \frac{(H \sin \beta + W \cos \beta + W_2 \cos \beta - U_2) \tan \phi_2 + c_2 L_2}{H \cos \beta - W \sin \beta - W_2 \sin \beta} \quad (44)$$

要使重力坝岩石地基受单斜滑移面倾向重力坝上游时保持稳定, 则需要满足  $k_{s2} > 4.0$  的要求。则式(44)就是重力坝岩石地基深层单斜滑移面倾向重力坝上游时岩石地基的抗滑稳定系数计算公式。

#### 4. 重力坝岩石地基浅层水平抗滑稳定系数

前文分别对重力坝岩石地基受深层双斜滑移面和单斜滑移面控制的稳定系数计算方法进行了推演,

在此基础上还应当向学生讲解重力坝岩石地基受浅层滑移面水平滑动时坝基抗滑稳定系数的分析方法。在课堂向学生讲授时可建立图6所示的重力坝岩石地基沿浅层滑移面AB滑移的力学模型。

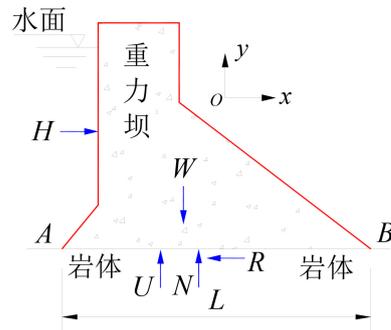


Figure 6. Model of shallow sliding plane in rock foundation of gravity dam

图6. 重力坝岩石地基浅层滑移模型

在图6中重力坝所承受的荷载有上游水的水压力 $H$ 、浅层滑移面 $AB$ 上的水压力即扬压力 $U$ 、法向力 $N$ 和抗滑力 $R$ ，其单位均为 $kN$ 。为便于分析，建立 $xoy$ 平面坐标系，并根据荷载沿 $x$ 轴和 $y$ 轴方向上的静力系平衡可得

$$\begin{cases} R = H \\ N = W - U \end{cases} \quad (45)$$

若要保持重力坝岩石地基受浅层水平滑移面 $AB$ 控制下的稳定，则其上的抗滑力 $R$ 应大于水平水压力 $H$ ，而抗滑力 $R$ 则是由岩石地基浅层滑移面 $AB$ 上的剪应力 $\tau$ 所提供，其按照Coulomb强度准则进行确定，即

$$\tau = \sigma \tan \phi + c \quad (46)$$

式中 $\sigma$ 为岩体浅层滑移面上的法向正应力， $MPa$ ； $c$ 为岩体的黏聚力， $kPa$ ； $\phi$ 为岩体的内摩擦角， $^\circ$ 。

法向正应力 $\sigma$ 由作用于该面的法向力 $N$ 引起，则有

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (47)$$

式中 $A$ 为浅层滑移面 $AB$ 的面积， $m^2$ ；同样根据本文中2.1节中的假设条件，此处有 $A = L$ 。

岩石地基浅层滑移面 $AB$ 上的抗滑力 $R$ 由该面上的剪应力 $\tau$ 所提供，其表达式为

$$R = \tau A \quad (48)$$

将式(45)中的法向力 $N$ 、式(46)和式(47)均代入式(48)即可到抗滑力 $R$ 为

$$R = (W - U) \tan \phi + cL \quad (49)$$

抗滑力 $R$ 与坝体所受到的水平推力 $H$ 的比值即为岩石地基的抗滑稳定系数 $k_s$ ，其值为

$$k_s = \frac{R}{H} = \frac{(W - U) \tan \phi + cL}{H} \quad (50)$$

式(50)就是重力坝岩石地基受浅层水平滑移面 $AB$ 控制下的稳定系数计算公式。对于重力坝岩石地基受浅层水平滑移面控制时，通常不考虑滑移面的黏聚力，即 $c = 0kPa$ ，如此设计的目的在于使重力坝岩石地基偏于安全。在课堂向学生讲授此部分内容时，还需要向学生说明，浅层岩石地基稳定性分析中重

力坝所受到的水平荷载和竖向荷载不仅仅是上游水的水压力和坝体的重力，实际工程中还需要考虑坝体上游淤积泥沙的水平推力以及地震时坝体受到地震力在竖向和水平方向上的分力，需要结合工程的实际条件具体分析。

通过上述的教学设计和组织，便得到了以重力坝岩石地基为研究对象的岩石地基抗滑稳定系数理论推演的教学内容，其分别包含了岩石地基受深层双斜滑移面、深层单斜滑移面和浅层水平滑移面控制下重力坝基稳定系数的理论推演及其计算公式。在课程教学时，应当向学生说明，三个公式的选用需要结合实际岩石地基工程的水文和工程地质条件及重力坝的规模。对于重力坝的岩石地基而言，考虑到结构安全与稳定的重要性，其抗滑稳定系数要大于 4.0。若计算得到的抗滑稳定系数小于 4.0 时，则可判断岩石地基不稳定，需要对岩石地基进行处理。

## 5. 讨论

前文中对岩石地基抗滑稳定系数的分析方法从重力坝岩石地基受深层双斜滑移面、深层单斜滑移面以及浅层水平滑移面控制的状况分别进行了推演，理论推演和分析的技术路线就是分析岩石地基内滑移面的抗滑力和岩体下滑力或浅层岩体所受到的水平推力，抗滑稳定系数就是岩石地基内岩体潜在的剪切滑移面上抗滑力与由坝体和岩体重力等所引起的下滑力之间的比值或抗滑力与水平推力之间的比值。在课堂讲授时需要向学生重点予以说明，以便加深和引导学生对岩石地基抗滑稳定性分析方法的理解和掌握。岩体发生剪切滑移时滑移面上的抗滑力应根据 Coulomb 强度准则进行分析，此时需要计算岩体剪切滑移面上的法向正应力，而法向正应力则需要考虑岩体所承受的荷载，需要建立二维坐标系，并分析岩体或地基承受的各荷载沿  $x$  轴和  $y$  轴方向的静力平衡关系式，进而求得滑移面上的法向力。

此外，在课堂教学期间，结合重力坝岩石地基抗滑稳定系数的计算公式，对岩石地基稳定系数受岩石地基中地下水以及岩体内潜在滑移面的黏聚力影响进行讨论与分析，具体内容如下：

1) 结合文中推演得到的理论公式即式(25)、式(26)、式(35)、式(44)以及式(50)，当不考虑岩体中剪切滑移面上的扬压力  $U$  时，岩石地基的抗滑稳定系数会增大，从而使地基的稳定性得以提高；而不考虑剪切滑移面的黏聚力  $c$  时，地基的抗滑稳定系数会降低，地基稳定性会降低。

2) 增加岩石地基岩体的黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\phi$  有助于提高岩石地基的抗滑稳定系数，也就是能够提高岩石地基的抗滑稳定性。在实际工程中可采用向地基岩体内或滑移面压注浆液、设置抗滑桩、设置锚杆或锚索等工程措施对岩体或其内部潜在的结构面进行加固，其目的在于提高岩体或结构面的抗剪强度，进而提升岩石地基的抗滑稳定性。也可在重力坝岩石地基的上游岩体中设置垫层、防渗帷幕或加深坝基基础等工程措施以及调整重力坝的结构形式等。在课堂讲授时还可列举一些工程实例，如我国已建成的湖北省境内的三峡工程、处于云南省和四川省交界处金沙江上的溪洛渡水电站和白鹤滩电站以及美国科罗拉多州的胡佛大坝等典型重力坝工程，并介绍大坝的基本概况，使课程的教学内容和形式更加丰富与生动，同时也会促进学生课程内容学习的兴趣。

3) 对于重力坝岩石地基深层双斜滑移面的稳定性分析而言，可采用非等稳定系数和相同稳定系数两种方法来判定岩石地基的抗滑稳定性。两者相比，采用非等稳定系数的方法具有计算工作量和难度小的优点，因此推荐采用非等稳定系数法。

4) 此外，在课堂教学的过程中，针对需要讲授的内容和知识点，可事先向学生说明，在课堂讲授内容的过程中会随时抽取部分学生参与教学互动，让学生就所讲授的内容进行回顾。也即结合课堂教学的内容，随机抽取若干名学生，让学生结合各自对课堂已讲授内容的理解与掌握状况，向其余学生回顾或简述重力坝岩石地基抗滑稳定系数理论推演的技术路线和过程，其目的在于提升课程的课堂教学质量，积极引导参与课程内容的学习和课堂讨论，并以此考察和督促学生对课程教学内容的理解与掌握。

根据课堂上随机抽取学生进行教学内容交流的情况，有目的和有针对性地对学生难以理解和掌握的内容予以再次补充和强调，进而引导和加深学生对所学知识的理解与掌握。

例如，根据上述设计和组织的教学内容，在 2022 学年、2023 学年和 2024 学年向我校城市地下空间工程专业本科生开设岩石力学课程的教学过程中，针对课堂讲授岩石地基稳定性分析方法的内容，在课堂讲授完主要内容后曾随机抽取了 5 位学生参与课堂互动，被抽取的 5 位学生均能够在课堂上较清晰地讲述岩石地基抗滑稳定系数推导的思路和方法，其中部分学生还提出了如何计算坝基滑移面承受的扬压力和坝体水压力以及如何使用强度折减法进行岩石边坡和地基稳定性分析的相关问题。由此也表明本文针对岩石地基抗滑稳定性教学内容而开展的教学组织和设计是有助于学生理解与掌握教学内容的。

6) 在分析重力坝岩石地基受岩体内潜在的滑移面控制的稳定系数计算中，基于岩体内剪切滑移面抗剪强度满足 Coulomb 强度准则而给出了滑移面的抗滑力。在课堂教学时应向学生着重加以说明，从而可以有效避免学生误将抗滑力视为由重力坝体和岩石地基重力以及坝体所承受上游水压力引起的下滑力，如此讲解可使学生明确抗滑力和下滑力的基本概念和计算方法。此外，对于计算岩石地基受深层双斜滑移面控制的等稳定系数方法中，将主动区和被动区岩体滑移面的抗滑参数即黏聚力和内摩擦角进行了折减，其物理意义就是使滑移面的抗滑力降低一定数值而使岩石地基处于滑移失稳的极限平衡状态，该数值就是岩石地基双斜滑移面的抗滑稳定系数。降低岩体中潜在滑移面黏聚力和内摩擦角的方法实际上就是岩土力学中使用较广泛的分析岩土体稳定性的强度折减法。但国内岩石力学教材中并未明确指出这一概念，因而结合课程的教学可向学生明确提出强度折减法的概念及其分析方法，有利于拓宽学生的思维和树立创新意识。

7) 在课堂上将岩石地基抗滑稳定性系数的理论计算方法向学生讲授之后，结合所讲授的重力坝岩石地基抗滑稳定系数计算的典型力学模型，可向学生布置与课程教学内容相对应的课后作业，其目的在于让学生结合在课堂上已学习过的知识点和方法完成课后作业，并通过完成课后作业进一步加深和巩固学生对所学知识的理解和掌握。

以上结合岩石力学课程教学实践而研究的关于岩石地基抗滑稳定性分析的教学组织与设计，既着重分析方法的理论推演，又结合实际工程，与现行岩石力学教材中提供的内容相比，具有概念明确，思路清晰的特点，不仅有助于学生对教学内容的理解和掌握，而且能够引导学生树立严谨务实的学习态度和创新意识，更有助于增强学生学习课程的兴趣和工程经验，同时也可为学生今后进一步的学术深造和就业奠定扎实的基础。

## 6. 结束语

岩石地基的抗滑稳定性分析是《岩石力学》课程中重要的教学内容之一，而目前使用的岩石力学教材中对岩石地基抗滑稳定系数计算方法的讲解较为简略，未给出其具体的理论推演，学生无法理解和掌握岩石地基抗滑稳定分析的推演过程和方法，从而使学生在学习岩石地基抗滑稳定系数时遇到较大的困难，学生仅了解重力坝岩石地基抗滑稳定系数的计算表达式，但未能掌握其理论推演的过程。本文结合课程的教学实践，就基于 Coulomb 强度准则的重力坝岩石地基抗滑稳定系数计算方法进行了理论推演，给出了相应的教学组织和设计，并且对此内容的教学实践与目标考核，有助于学生理解和掌握岩石地基抗滑稳定性的分析方法，能够达到预期的教学目标。

根据上述对岩石地基抗滑稳定系数教学内容的组织和教学设计，通过在我校 2022 学年、2023 年学年以及 2024 学年度选修《岩石力学》课程的城市地下空间工程专业本科生中的教学实践，就此部分教学内容的课程作业和单元测试结果所进行的统计表明，3 个学年度选修本课程的学生人数合计有 150 人，单元测试成绩均在 90 分以上，且 95.8% 的学生能够较熟练推导和应用岩石坝基深层双斜滑移面抗滑稳定

性的分析方法，实现了预期的教学目标。

### 基金项目

本文的研究得到四川省 2021~2023 年高等教育人才培养质量和教学改革项目“服务交通强国，聚焦智能建造”(JG2021-258)的支持，并得到了西南交通大学课堂教学与改革项目的支持。

### 参考文献

- [1] 许明, 张永兴. 岩石力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2020.
- [2] 吴顺川, 李利平, 张晓平. 岩石力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2021.
- [3] 沈明荣, 陈建峰. 岩体力学[M]. 第二版. 上海: 同济大学出版社, 2015.
- [4] 沈明荣. 岩体力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1999.
- [5] 蔡美峰, 何满潮. 岩石力学与工程[M]. 第二版. 北京: 科学出版社, 2013.
- [6] 刘佑荣, 唐辉明. 岩体力学[M]. 北京: 化学工业出版社, 2013.
- [7] 李元松, 张小敏, 周春梅, 等. 岩土力学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2013.
- [8] 李俊平. 矿山岩石力学[M]. 第 2 版. 北京: 冶金工业出版社, 2017.
- [9] 侯公羽. 岩石力学高级教程[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [10] 徐芝纶. 弹性力学(上册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.