

基于数学运算视角人教A版、苏教版与IBDP版 数学教材比较研究

——以“平面向量”章节内容为例

李希玲, 肖加清

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年4月17日; 录用日期: 2024年8月23日; 发布日期: 2024年9月3日

摘要

新课标背景下数学课堂越来越重视学生核心素养的培养, 数学运算核心素养在高中数学平面向量这一章节尤为重要, 对人教A版、苏教版和IBDP版(简称为海森版)三版教材平面向量章节进行数学运算思维、内容编排、例习题难度等维度对比分析得到一些有意义的建议, 并对各地域使用不同教材的教师们进行调查访谈再结合具体的教学环境进行总结, 从而提出教材使用及课堂教学建议, 以期望对高中数学课堂教学指导和学生数学知识体系的拓展有所帮助。

关键词

平面向量, 数学运算, 人教A版, 苏教版, 海森版

A Comparative Study of Mathematics Textbooks of PEP Edition, Jiangsu Education Edition, and IBDP Edition from the Perspective of Mathematical Operations

—Taking the “Plane Vectors” Chapter for Example

Xiling Li, Jiaqing Xiao

College of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Apr. 17th, 2024; accepted: Aug. 23rd, 2024; published: Sep. 3rd, 2024

Abstract

Under the background of the new curriculum standards, mathematics classrooms are placing increasing emphasis on the cultivation of students' core competencies, with mathematical operation being particularly crucial in the chapter of plane vectors in high school mathematics. A comparative analysis of the mathematical operation thinking, content arrangement, and difficulty level of example exercises in the plane vector chapters of the three textbooks versions: PEP Edition, Jiangsu Education Edition, and IBDP Edition (referred to as Haisen Edition), yields some meaningful suggestions. Furthermore, through survey interviews with teachers using different textbooks in various regions, combined with specific teaching environments, we summarize and propose recommendations for textbook usage and classroom instruction. It is hoped that these suggestions will be beneficial to guiding high school mathematics classroom teaching and expanding students' mathematical knowledge systems.

Keywords

Plane Vector, Mathematical Operations, PEP Edition, Jiangsu Education Edition, Haisen Edition

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

平面向量内容是沟通、承接和联合代数板块、几何板块和三角函数板块的工具桥梁，有着极其丰富的实际背景。在高中数学教学中，向量不仅是联结其他知识的工具，还有其物理背景，对学生理解矢量和物理概念有帮助。按照《普通高中数学课程标准(实验)》编写的各种版本教材对平面向量这一个章节内容的编排处理特点，选用人教A版(2019)高一数学必修二、苏教版高一数学必修四和IBDP版(简称海森版)三套教材[1]，在全球化背景下，对不同国家和地区的数学教育进行比较研究，帮助我们更好地理解教育系统之间的差异，从而为教育改革和政策制定提供参考。平面向量作为高中数学学习中的新运算对象，可以帮助培养学生的数学运算素养。运算是学生数学学习过程中重要的能力，之前是通过反复练习进行强化，而现在人们对运算给予更丰富的内涵，不是简单的罗列教材中的知识点，而是通过具体的案例和问题来呈现，让学生深入理解数学知识的本质和应用。

国际上的数学教育在教学方法上存在显著差异，一些国家更倾向于传统的教师主导型教学模式，而另一些国家则更注重探索性学习和问题解决[2]。这种差异反映了不同文化背景下对教育价值观和学习理念的不同理解。不同国家和地区的数学课程设置也存在差异，有些国家的数学课程更加注重基础概念和计算技能的训练，有些国家则更注重数学思维和应用能力的培养，这种差异反映了教育目标和价值观的不同，不同国家和地区的数学教育存在显著差异[3]，这反映了教育体系、文化背景和政策环境的差异。如果将我国使用最广泛的教材之二人教A版与苏教版与外国数学教材IBDP版(简称海森版)作研究比较，在数学运算的视角根据本国教育环境提出切合课堂实施的教材使用建议，是否能帮助高中数学教师找到新路径，提高教学质量和效果？

2. 各版本教材平面向量章节体现方式分析

2.1. 数学运算思维在教学中的呈现形式比较

人的大脑接收信息、处理信息、加工信息并且表达输出的过程就是一个思维过程, 数学运算思维是算法思维的一种, 同时也是高中数学课程需要培养的六大核心素养之一, 培育高中生早期数学运算思维是中学阶段数学算法思维能力培养的重要手段之一, 特别是在科大讯飞等人工智能科技背景下, 数学运算信息化应用化的趋势越来越明显, 数学运算算法思维也越来越重要[4]。

各版本教材关于数学运算思维的呈现有所区别, 人教 A 版重视数学运算素养的培育, 并使其成为学生数学思维的重要组成部分, 章节开头通过引入平面向量的概念, 使学生能够更好地理解向量的性质和运算规则[5]。课程中通过例题和练习题, 引导学生逐步掌握平面向量的基本运算和几何意义, 从而培养学生的数学思维能力和解决问题的能力。苏教版重视数学运算素养的培育, 并且贯穿将其作为学生数学思维的重要组成部分的原则。通过引入向量的模、向量的数量积等概念, 使学生能够更好地理解向量的性质和运算规则[6]。海森版同样重视数学运算素养的培育, 并将其作为学生数学思维的重要组成部分。通过引入平面向量的概念和运算规则, 使学生能够更好地理解向量的性质和运算规则。通过例题和练习题, 引导学生逐步掌握平面向量的基本运算和几何意义, 从而培养学生的数学思维能力和解决问题的能力。海森版教材还注重与实际问题的联系, 通过解决实际问题来培养学生的数学应用能力。总之, 人教 A 版、苏教版和海森版平面向量部分都重视数学运算素养的培育, 并将其作为学生数学思维的重要组成部分。不同版本教材在呈现方式上略有差异, 但都注重通过实例、例题和练习题来引导学生逐步掌握平面向量的基本运算和几何意义, 从而培养学生的数学思维能力和解决问题的能力。

2.2. 知识呈现内容分析比较

《课标(2017)》的颁布是深化普通高中课程改革的重要环节, 教材是新课程目标和新理念的重要载体, 虽然我国现阶段流行的高中数学教材有多个版本, 但人教 A 版在数学课堂中使用最为普遍。《普通高中数学教科书(新人教 A 版)必修二》是根据《课标(2017)》编写的, 自 2019 年出版以来, 各省相继以此为教材进行教学。此后, 2020 年对其进行修订, 使得课程结构更优化、课程内容更明晰。对平面向量章节知识划分情况作分析, 具体情况见表 1~3 所示。

Table 1. The division of knowledge on plane vectors in PEP Edition A version
表 1. 人教 A 版平面向量知识划分

知识划分目录	具体概念
平面向量及其应用(章节名)	
6.1 平面向量的概念	6.1.1 平面向量的实际背景与概念 6.1.2 平面向量的几何表示 6.1.3 相等向量与共线向量
6.2 平面向量的运算	6.2.1 向量的加法运算 6.2.2 向量的减法运算 6.2.3 向量的数乘运算 6.2.4 向量的数量积运算

续表

6.3 平面向量的基本定理及坐标	6.3.1 平面向量基本定理 6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示 6.3.3 平面向量加减运算的坐标表示 6.3.4 平面向量数乘运算的坐标表示 6.3.5 平面向量数量积的坐标表示
6.4 平面向量的应用	6.4.1 平面几何中的向量方法 6.4.2 向量在物理中的应用举例 6.4.3 余弦定理、正弦定理

Table 2. The division of knowledge on plane vectors in Jiangsu Education Edition**表 2. 苏教版平面向量知识划分**

知识划分目录	具体概念
平面向量(章节名)	
2.1 向量的概念及表示	2.2.1 向量的加法
2.2 向量的线性运算	2.2.2 向量的减法 2.2.3 向量的数乘
2.3 向量的坐标表示	2.3.1 平面向量基本定理 2.3.2 平面向量的坐标运算
2.4 向量的数量积	
2.5 向量的应用	

Table 3. The division of knowledge on plane vectors in Haisen Edition**表 3. 海森版平面向量知识划分**

第十四章 向量	14.1 向量和标量 14.2 向量的几何运算 14.3 坐标系中的向量 14.4 向量的模 14.5 向量的坐标运算 14.6 两点间的向量 14.7 空间向量 14.8 空间向量的运算 14.9 向量的平行 14.10 向量的数量积 14.11 向量的叉乘 复习回顾
---------	--

续表

第十五章 向量的应用

-
- 15.1 涉及向量的运算
 - 15.2 区域
 - 15.3 向量的二维和三维表示
 - 15.4 两向量的夹角
 - 15.5 匀速问题
 - 15.6 两点之间最短距离
 - 15.7 向量的相交
 - 15.8 向量间的关系
 - 15.9 平面
 - 15.10 空间向量夹角
 - 15.11 平面的相交
- 复习回顾
-

人教 A 版会采用更加传统的方式, 按照基本概念定理、如何运用概念知识、如何在实际题目或生活中运用这个逻辑层面进行划分, 从简单到复杂地呈现相关概念和技巧。苏教版更注重知识的整体性和连贯性, 将平面向量的知识与其他几何知识或者数学知识结合起来, 通过案例或者问题情境的设置, 引导学生深入理解平面向量的应用场景。海森版教材倾向于将平面向量的知识与其他数学分支或实际应用相结合, 强调数学在现实生活和其他学科中的应用, 帮助学生理解数学的综合性和实用性。除了基本的平面向量概念和运算, 教材可能还会涉及到更深入、更拓展的内容, 如向量的线性组合、向量的夹角与垂直、向量的数量积和向量积等, 以满足 IBDP 课程对数学知识的深度和广度要求, 更加注重整合性、实践性和探究性, 旨在培养学生的综合运用能力和创新思维。

2.3. 教材内容编排顺序对比

人教 A 版教材的编排顺序为: 封面→本册索引→目录→章节名→章节说明。这一章节的章节说明页配有向量图标应用于生活中航船位置标注定位的实例图, 具体章节内容包括章目录、章引言、章节内容、图片、观察(部分章节有)、问号框(跨学科举例)、思考、例题、阅读、探究、拓展框(点明向量与运算的关系)、练习题。

苏教版的教材编排顺序为: 封面→致同学→目录→本书部分常用符号→章节内容→说明。具体章节内容包括章目录、章引言、章节内容、思考、阅读、探究、例题、链接、练习、习题、复习题、本章回顾, 信息技术应用(部分章节有)。

海森版教材的编排顺序是封面、说明及前言、致谢、教材使用说明、目录、本书使用的符号和记号、知识论部分、写数学研究报告、背景知识、图形计算器介绍、章节具体内容、习题答案、索引。具体章节内容包括知识点讲解、例题、练习题。

对平面向量概念的引入三套教材也各有不同, 人教 A 版的开头先结合小木块在桌面上的受力图和木块漂浮于水面受到了什么力, 给出力、位移、速度等物理量, 结合物理知识引入, 这些物理量既有方向又有大小, 画出木块的受力分析图能得到一些既有方向又有数量的示意图, 通过对这些物理量的抽象得到在平面空间向量的图像表示, 初步认识向量的特征, 并研究向量间的关系和运算方法。将这种有固定

方向和一定数值的量定义为向量, 并采用图解的方式进行批注, 赋予向量具体的生活背景和跨学科联动, 并结合图形便于学生直观理解和向量概念的抽象与掌握。

苏教版的引入在开头直接给出三个生活中一些既有方向又有大小的实例, 让学生试着用数学模型刻画这些实例用包含的量, 例如位移(飞机从东向西位移 10,000 km)、速度(飞机每小时向西北分向飞行 900 km)、力(提起某物体需要 300 kg 向上的力)等, 引出如何用数学语言描述这些生活中常用的量, 并且思考与描述这些量在数学上有什么意义。可以看出苏教版的引言实际上是利用学生已经形成的观念, 并且用新的冲突引导学生发现问题从而顺势而为提出新的工具“向量”来解决形成认知冲突。

海森版的教材在第十四章的引言中利用一个实际问题来引入向量, 一般是一个实际的情景问题, 想要解决这样的一个问题, 就需要学习新的工具-向量, 从这三个问题中, 我们可以发现, 第一个问题是对向量的表示, 第二, 第三个问题都是向量的运算, 正是本章所学习的重要内容。而三个问题层层递进, 也符合学生的最近发展区, 让学生在解决问题的同时提升自己的知识与能力。在第十五章向量的应用中, 海森版教材同样用一个实际问题放入坐标系中, 让学生利用已有的知识体系即已学过的向量坐标来解决问题, 并对学生提出新的学习要求, 学生利用已构建认知的向量知识体系的概念解决问题时也掌握了向量在实际生活中的应用。

三版教材在引言部分都用到了生活背景中的实际例子, 让学生回忆脑海中已经构建的知识体系并且尝试用已有的知识解决新的问题形成认知冲突从而引出新的知识概念。但是三版教材还是有不同之处的, 人教 A 版结合物理学物体受力分析的实验进行两个探究活动并且设置插图让学生有更直观的感受, 探究小木块受力分析示意图既体现了跨学科的联动性又能提高学生的主观能动性, 让学生形成用数学的逻辑思维思考世界的能力和培养学生用数学的语言表达世界的能力。苏教版语言简练直观, 利用生活中的向量让学生发现已有知识的匮乏, 从而提起解决新问题的兴趣而引出新的数学模型解决问题。海森版则是利用实际问题, 从学生已有的知识建构出发, 使得学生在解决问题的同时掌握新的知识, 并且锻炼学生的动手操作能力, 体现了“学生的学”和“以学生为主”的教学理念与学习方式。

2.4. 习题、例题内容难度比较

数学知识的掌握离不开在习得和理解数学概念之后课本中例题与习题的练习, 不同学习阶段和学习内容编排对不同难度和类型的题目有不同的需求。对三套教材中平面向量章节例题习题进行比较, 根据鲍建生综合难度的五个维度来分析[7], 依次赋值并计算各类型题目占比和加权平均值, 结果见表 4。

Table 4. Comparison of the difficulty level of example exercises in the plane vector sections of PEP Edition, Jiangsu Education Edition, and Haisen Edition textbooks

表 4. 人教 A 版、苏教版和海森版教材平面向量部分例习题难度比较

难度因素	等级水平	赋值	题量				百分比(%)			加权平均值		
			人教 A 版	苏教版	海森版	人教 A 版	苏教版	海森版	人教 A 版	苏教版	海森版	
探究	识记	1	6	2	3	14	2.1	1.6				
	理解	2	9	38	69	20.9	41.3	37.8				
	应用	3	26	46	84	60.5	50	45.9				
	探究	4	2	6	27	4.7	6.5	14.7				
背景	无实际背景	1	28	113	168	84.9	95	78.9				
	个人生活背景	2	1	3	18	3	2.5	8.4				
	公共常识背景	3	1	0	14	3	0	6.6				
	科学背景	4	3	3	13	9.1	2.5	6.1				

续表

	无运算	1	7	10	4	21.2	8.3	7.7			
运算	数值运算	2	3	3	12	9.1	2.5	23.1	2.70	3.33	3.02
	简单符号运算	3	16	45	15	48.5	37.2	28.8			
	复杂符号运算	4	7	63	21	21.2	52.1	40.4			
	无推理	1	10	6	11	30.3	5	21.6			
推理	简单推理	2	10	51	17	30.3	42.9	33.3	2.09	2.47	2.24
	复杂推理	3	13	62	23	39.4	52.1	45.1			
	1个知识点	1	8	15	13	21.6	12.5	15.1			
知识含量	2个知识点	2	7	38	26	18.9	31.7	30.2	2.7	2.6	2.54
	3个知识点	3	10	47	34	27	39.2	39.5			
	多个知识点	4	12	20	13	32.4	16.7	15.1			

根据表 4, 三套教材的数学例习题综合难度五维度分析五边形图如下图 1:

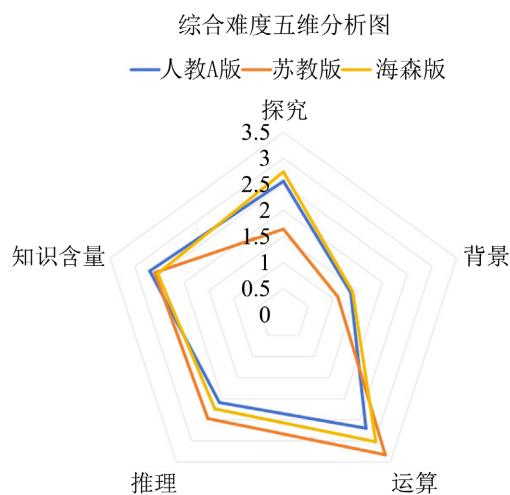


Figure 1. The pentagon diagram for the comprehensive difficulty level of the plane vector sections in the three sets of textbooks

图 1. 三套教材平面向量部分综合难度五边形图

3. 各版本教材使用的反馈

运用课堂观察法和与在一线教学的数学教师们进行访谈收集关于人教 A 版和苏教版教材的使用情况, 对所在地区的几所高中进行实地观察探究, 发现湖北地区教师们最常用的授课教材是人教 A 版, 教师们谈到这是因为它更偏向基础和常规数学知识的讲解, 适用于学习数学基础较薄弱或对数学不太感兴趣的学生, 而且它通常是作为高中数学的起始教材, 为学生奠定数学学科的基础, 所以内容相对基础、简化, 更注重基本概念的理解和运用。人教 A 版教材编写更侧重于帮助学生掌握基本的数学知识和解题方法, 为学生打下扎实的数学基础以备将来学习和应用。苏教版数学教材通常适用于中国的江苏省地区, 这是因为“苏教版”是江苏省教育厅组织编写的教材体系, 旨在符合江苏省的教学大纲和教育教学改革方向。因此, 苏教版数学教材在内容设置、教学方法和难度控制上都与江苏省的教学要求相匹配, 更适合

江苏省地区的学生学习和教师教学。在对江苏省高中数学教师进行访谈和问卷调查后收到反馈为, 江苏省教师普遍认为苏教版数学教材与江苏省高中数学教学大纲和教学目标相契合, 教材编写是与教学大纲紧密结合的, 内容涵盖了教学大纲要求的各个知识点和能力要求, 而且它的例题和习题设计丰富多样满足不同层次学生的学习需求, 提供了丰富的教学资源和辅助材料, 如教学课件、习题解析、试卷分析等, 为教师备课和教学活动提供了便利。而且苏教版数学教材的编写团队对教师的反馈和意见比较重视, 会定期进行教材的修订和更新, 不断改进教材质量提高教学效果, 利于教师开展有效的教学活动。在国内使用海森版教材的主要是一些国际学校或者特定的教育机构, 这些学校和机构会引进或采用海森版高中数学教材来满足学生和教师对 IBDP 课程的需求, 例如为学生学习高级数学和标准数学提供资源, 它们具有国际化的背景或者特殊的教育理念, 致力于提供与国际标准接轨的教育课程和资源。

4. 教材使用效果评估方案

在充分了解三套教材的内容编排设置等情况后, 若提出一个实验方案, 设计和实施预后对照研究比较人教 A 版、苏教版、海森版三套教材使用的效果, 分析教材变更前后的学习成效, 提供量化的效果评估, 相信会对教师备课工作提供有利的选择支撑。此预后对照研究可设置实验组(使用新版教材(苏教版、海森版)的学生)和对照组(继续使用传统的人教 A 版教材的学生), 实验期限为一个学期或一个学年, 以确保有足够的时间收集数据和评估效果。随机选择若干学校作为样本学校, 在每个学校内, 随机分配班级为实验组和对照组, 根据学生人数确定实验组和对照组的样本数量, 确保统计结果具有代表性。实验组学生使用苏教版或海森版教材进行学习, 对照组学生继续使用人教 A 版教材, 课堂教学内容和方法尽量保持一致, 以消除其他因素对实验结果的影响。在试验期间记录学生的学习过程、学习成绩和态度等信息, 收集学生在实验期间的考试成绩, 包括期中考、期末考等。并通过问卷调查或访谈收集学生和教师对不同教材的看法和体验。

5. 结论与展望

5.1. 增强数学运算思维与现实生活的联系

三版教材对于隐形课程联系生活的体现有所不同, 而且呈现方式大多是通过问题引入环节, 给出数学相关生活背景提出运算的题目, 也就是在教材中引入与现实生活相关的问题, 让学生学习和应用数学知识来解决实际问题。但也可以与多学科联动增强数学运算思维与生活的联系, 例如, 在函数板块中, 可以设计与经济、物理、生物等领域相关的问题, 让学生通过函数的分析和运算来解决实际问题。也可以利用计算机软件、数学建模软件等技术工具, 让学生通过实际操作来应用数学知识解决问题。例如, 在几何板块中, 可以使用几何软件来构建几何图形并进行分析, 让学生通过实际操作来加深对几何知识的理解。如果考虑将数学与其他学科进行整合设计跨学科的综合性问题, 相信学生的思维面和生活视野也会得到拓宽。例如, 在概率与统计板块中, 可以设计与社会科学、自然科学等学科相关的问题, 让学生通过统计数据的分析和概率计算来解决跨学科问题。

5.2. 基于学生学情与教学环境选取教材

在不同类型的教学环境中, 切合新课标提出高中数学教材应注重培养学生的核心素养, 如何使学生在数学学习中不仅仅掌握知识和技能, 同时也能够培养出批判性思维、数学运算能力、问题解决能力、实际应用能力等, 教师对于教材的选取和使用至关重要, 要结合授课计划根据当节要讲授内容章节和学生学习情况选择适配的教材内容设置环节, 例如在平面向量章节, 如果学生对平面内图形的几何直观能力掌握较好, 且对于向量的基础运算能够基本掌握, 可继续选用苏教版的习题加深难度, 若有学生已全

部掌握,但是对平面向量的应用抱有困惑,愿意更深入探索它在实际生活中的应用和审视平面向量定义定理推导过程,或者想了解其在国际背景其他领域的拓展,可引入海森版教材拓宽学生思维视野。除此之外,多版本教材可选为教师问题情境设置也提供了多种选择,教师可以根据教材选择一些具有实际意义和现实背景的问题,让学生通过数学方法解决,从而加深他们对数学知识的理解和应用。

5.3. 强化课堂教学与现代智能信息技术的结合

教师可根据实际情况和需求,灵活运用各种智能信息技术,信息网络的发达使教师们可以在网上获取想要的任何版本数学教材,并且与使用不同版本教材的教师交流探讨学习教学经验。一方面将高中数学教材与现代智能信息技术结合,提高教学质量和学生的学习效果,例如利用智能教学系统,智能教学系统可以根据学生的学习情况,提供个性化的教学方案,帮助学生更好地掌握知识,为学生提供实时反馈,让他们了解自己的学习进度和问题,同时也可为教师提供数据,帮助他们改进教学方法。另一方面可以利用多媒体资源,如动画、视频、图形等,选择合适版本教材的情境导入,例如平面向量章节人教A版和苏教版在问题导入环节就有所不同,择取更合适的概念导入,可以将抽象的数学概念变得生动、形象,便于学生理解和记忆,让学生更直观地理解空间关系。

5.4. 演进铺垫基于学生认知构建阶梯式课堂

在具体的教学场景中,教师需要仔细挑选适用的高中数学教材,确保其内容与教学目标相符,并能够根据学生已有的认知情况进行灵活调整和应用。通过精心设计的教学计划,教师可以循序渐进地引导学生逐步掌握数学知识和技能,建立起扎实的学习基础。在课堂上,教师可以运用多种教学方法和工具,例如案例分析、问题解决、讨论互动等,为学生构建一个渐进式的学习环境。通过逐步提升难度和深度,教师可以激发学生的学习兴趣和求知欲,帮助他们建立自信心,探索数学世界的奥秘,最终达到构建阶梯式课堂的教学目标。

基金项目

黄冈师范学院2024年研究生工作站课题“指向高阶思维能力培养的STEAM活动设计与应用研究——以黄州中学为例”(5032024027)的研究成果。

参考文献

- [1] 马峰. 人工智能时代背景下,基于算法和跨学科思维的习题选析——以IBDP数学课程为例[J]. 数学教学, 2022(6): 7-17+50.
- [2] Lu, D. and Yang, Z. (2023) Research on the Influencing Factors of Junior High School Students' Mathematical Operation Ability in China. *Asian Journal of Education and Social Studies*, **49**, 546-556. <https://doi.org/10.9734/ajess/2023/v49i41232>
- [3] 薛彬. 体现几何、代数融合提升直观想象、数学运算素养——《普通高中教科书·数学(人教A版)》必修第六章“平面向量及其应用”的教材设计与教学思考[J]. 中学数学教学参考, 2020(7): 11-14.
- [4] 秦海江, 霍学晨, 郭磊. 高中平面向量的认知诊断研究[J]. 数学教育学报, 2024, 33(2): 1-7.
- [5] Fan, L. (2013) Textbook Research as Scientific Research: Towards a Common Ground on Issues and Methods of Research on Mathematics Textbooks. *ZDM*, **45**, 765-777. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6>
- [6] 俞求是. 空间与图形教学目标和教材编制的初步研究[J]. 课程·教材·教法, 2002, 22(6): 29-31.
- [7] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.