Creative Education Studies 创新教育研究, 2025, 13(1), 74-81
Published Online January 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2025.131011

Hans汉斯

初二数困生与数优生几何直观能力研究

王舒婷，贺　楠

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北　黄冈

收稿日期：2024年10月11日；录用日期：2025年1月1日；发布日期：2025年1月9日

摘　要

几何直观是数学学习中的关键能力，对理解几何概念、发展空间思维和提高解题能力至关重要。研究选取了初二年级数困生、数优生共281名，对两类学生的几何直观能力进行了比较研究。结果表明：男女在几何直观上的发展并无显著差异；几何直观水平在不同程度上影响学生的数学成绩；数优生在直观洞察能力、直观想象能力、直观构建能力三个维度的发展优于数困生，三维度之间存在显著的正相关关系。该研究不仅揭示了数困生和数优生在几何直观能力上的差异，而且为改进初中几何教学提供了有益的启示。

关键词

数困生，数优生，几何直观能力

A Study on the Geometric Intuitive Ability of Number Poor Students and Number Superior Students in the Second Grade

Shuting Wang, Nan He

College of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Oct. 11th, 2024; accepted: Jan. 1st, 2025; published: Jan. 9th, 2025

Abstract

Geometric intuition is a key ability in mathematics learning, which is crucial for understanding geometric concepts, developing spatial thinking, and improving problem-solving skills. A total of 281 students in the second year of junior high school, including those with numerical difficulties and those with numerical excellence, were selected for the study to compare their geometric intuition abilities. The results indicate that there is no significant difference in the development of geometric

文章引用: 王舒婷, 贺楠. 初二数困生与数优生几何直观能力研究[J]. 创新教育研究, 2025, 13(1): 74-81.
DOI: 10.12677/ces.2025.131011

intuition between men and women; The level of geometric intuition affects students' mathematics grades to varying degrees; Numerical gifted students have better development in the three dimensions of intuitive insight ability, intuitive imagination ability, and intuitive construction ability than numerical poor students, and there is a significant positive correlation between the three dimensions. This study not only reveals the differences in geometric intuition ability between students with numerical difficulties and those with numerical excellence, but also provides useful insights for improving geometry teaching in junior high schools.

Keywords

Mathematically Disadvantaged Students, Mathematically Gifted Students, Geometric Intuitive Ability

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 问题提出

在基础教育阶段，几何直观能力是培养学生数学思维与问题解决能力的关键基石[1]。《义务教育数学课程标准(2011 年版)》(以下简称《课标(2011 年版)》)中明确提出了“在数学课程中，要注重发展学生的几何直观和空间观念”，并且首次说明了几何直观的作用“主要是指利用图形描述和分析问题”[2]。《义务教育数学课程标准(2022 年版)》(以下简称《课标(2022 年版)》)将几何直观从教学要点提升为核心素养，并指出“几何直观可以帮助学生直观地理解数学，在整个数学学习过程中贯穿数学课程内容的始终”[3]。进一步指出：“几何能力有助于把握问题的本质，明晰思维的路径”。由此充分表明，培养几何直观能力，学生能够更好地理解和应用数学知识，形成对数学概念的深刻感知，从而提高数学学习的效果和质量。

近年来，数学几何直观能力的研究已经受到了许多学者的关注。如贺万一等人探讨了如何在立体几何的教学中培养学生的直观想象素养，并通过分析教学案例，提出了相关的教育策略和建议[4]。顾继玲等人探讨了初中数学教科书中几何直观的设计类型及原则，强调了其认识论和方法论的教育价值，并指出教科书中应准确、整体、渐进和反思性地呈现几何直观，以促进学生的数学理解和问题解决能力[5]。葛丽婷等人对近十年高考立体几何试题中直观想象素养的考查进行了深入研究，分析了其表现及趋势[6]。因此，几何直观能力是数学学习中一个关键的能力，它影响着学生对图形的感知、空间理解及问题解决，促进数学思维发展。

在当前教学实践中，数优生与数困生在数学学习上的差异显著，涉及知识掌握、思维方式及学习能力等多个方面。如巴桑卓玛等人通过对藏族四五年级数困生和数优生数感比较，发现数优生在各维度和指标上的发展优于数困生[7]。宋广文等人通过数学应用题测验和解题动机问卷，对筛选出的初中生进行测试，分析了数优生与数困生在解题动机上的差异，并探讨了这种差异对数学应用题成绩的影响[8]。朱胜强的“借助几何直观培养学生分析探究解决问题的能力”主张通过几何直观将复杂抽象问题图形化，以培养学生分析探究和解决数学问题的能力[9]。其中，学生的数学几何直观能力差异是造成其学习成绩差异的关键因素之一。顾泠沅教授的研究表明：在几何学习中，数优生深入理解定理、计算准确且擅长证明；而数困生则概念模糊、计算易错、推理能力较差[10]，这种差异在初二年级尤为明显。初二年级是几何直观能力发展的关键期，深入研究数困生与数优生的差异，有助于教师精准教学干预，提升数困生能力，缩小差距，为学生数学学习的长远发展奠定基础。

综上所述，基于《课标(2022 年版)》中几何直观能力的概念，以数困生和数优生为研究对象，综合比较初二数困生和数优生几何直观能力发展特点及差异。该研究揭示了数困生和数优生在几何直观能力上的差异，为提升数学教育质量提供有针对性的建议。

2. 理论概述

2.1. 定义

几何直观能力是指个体能够利用直观或想象出来的几何图形，对数学的研究对象(即空间形式和数量关系)进行直接感知和整体把握的能力[11]。这种能力通常是在有背景的条件下进行的，并需要借助逻辑推理进行验证。几何直观有助于将抽象的数学对象直观化、显性化，是数学学习和研究中的重要工具。

2.2. 几何直观能力的结构

几何直观能力结构主要由以下几个部分构成(具体见表 1)：

Table 1. Geometric intuitive ability structure
表 1. 几何直观能力结构

几何直观能力结构	
认识图形的能力	识别和理解各种基本几何图形(如正方形、长方形、三角形、圆形等)及其性质。
利用图形描述数学问题的能力	将数学问题转化为图形表示，以便更直观地理解和分析问题。
利用图形解决数学问题的能力	利用图形探索问题解决思路、建立数量关系以及最终解决问题。

3. 研究过程

3.1. 被试

从湖北省内某普通中学选取初二的数困生、数优生作为被试。初二的学生已经具备了一定的数学基础，能够体现出一定的几何直观能力。同时，他们还未完全进入高中阶段的更高级别的数学学习，因此适合作为对比研究的基础。基于学生的数学考试成绩，可以筛选出数学学习困难的学生(数困生)和数学学习优秀的学生(数优生)。根据以往对数学学习困难儿童的研究[12]-[14]，通常使用标准化测试成绩的 25%截止值作为筛选数学学习困难学生的标准，而数学学习优秀的学生则相对地表现为成绩超过这一标准 10~12。因此，期中、期末数学综合成绩位列全年级后 25%的学生，教师评定为数困生；期中、期末数学综合成绩位列全年级前 25%的学生，教师评定为数优生。

最终选取被试 289 人，共发放调查问卷 289 份，剔除无效问卷及各项数据缺失的被试 8 人，最终有效问卷 281 份。其中，男生 152 人，女生 129 人。数困生 150 人，数优生 131 人(具体见表 2)。

Table 2. Distribution of subjects
表 2. 被试分布情况

		数困生	数优生	总数
八年级	男	72	80	152
	女	78	51	129
	总数	150	131	281

3.2. 研究问卷编制

为深入探究初二学生的数学几何直观能力及其背后的影响因素，故设计了一份数学几何直观能力测

试卷。测试卷主要参照《义务教育数学课程标准(2022 年版)》中对数学几何直观能力的不同水平划分，结合杨开凤[15]对几何直观的认识，将初中生几何直观能力划分为 3 个维度：直观洞察能力、直观想象能力、直观构建能力(如表 3 所示)。测试卷共设计了 9 道测试题，其中考察学生直观洞察能力的题目为 T1、T2、T3、T4，考察学生直观想象能力的题目为 T5、T6、T7，考察学生直观构建能力的题目为 T8、T9，三个维度分数比为 19：19：22，被测总分为 60 分。测试卷的 KMO 值为 0.918，Bartlett 球形检验值为 1989.738，$P < 0.01$，克隆巴赫指数为 0.884，表明问卷有良好的效度和信度。

Table 3. Framework for analyzing intuitive ability in mathematical geometry
表 3. 数学几何直观能力分析框架

维度	具体表现	题号
直观洞察能力	学生能够理解几何语言，能将图形的性质及所含元素之间的关系与代数式相互转化；学生能厘清图形之间的关系，并将其规律用数学符号表示。	T1、T2、T3、T4
直观想象能力	学生能够根据特征想象图形，整体把握图形关系，并将具体事物抽象为图形，建立图形元素与代数式的对应关系。	T5、T6、T7
直观构建能力	学生能够通过观察、绘制辅助线等方式对问题进行假设与推理，并对所得结论进行验证；学生能够察觉到图形与数或代数之间的内在联系，从而精准地构建图形，并通过图形与数或代数的相互转换来高效解决问题。	T8、T9

3.3. 程序

以班级为单位，采用纸笔测试对学生进行统一施测。测试过程中，学生独立答题，时间限定在 40 到 45 分钟。测试完成后，立即回收测试卷。随后，利用 EXCEL 和 SPSS.27 统计软件对测试数据进行分析。

4. 研究结果

4.1. 几何直观总体水平存在学生类型差异

对初二数困生、数优生几何直观能力测试卷中的数据进行统计和分析，具体如表 4 所示。数困生组在几何直观能力测试中面临了较大的挑战。最低分 0 分表明有一部分学生在测试中没有获得任何分数，这凸显了他们在几何直观能力上的严重不足。最大值仅为 31 分，远低于满分 60 分，显示出数困生在几何直观能力上的普遍薄弱。中位数 6 分远低于平均值 7.28 分，说明大部分数困生的成绩都集中在低分段，他们在几何直观能力上需要更多的提高。标准差 5.440 虽然不大，但在如此低的分数范围内，也显示出数困生之间在几何直观能力上存在一定的差异。

数优生组在几何直观能力测试中展现出了较为稳定的水平。尽管最低分达到了 20 分，但仍有部分学生取得了满分 60 分的成绩，显示了他们较强的几何直观能力。中位数 51 分略高于平均值 49.4 分，这表明大部分数优生的成绩都集中在中上游水平，显示出较好的一致性。标准差 6.702 表明学生之间的成绩存在一定的离散度，但整体而言，数优生的几何直观能力表现较为优秀。

Table 4. Geometric intuition ability test score description statistics
表 4. 几何直观能力被测成绩描述统计量

	N	最小值	最大值	中位数	平均值	众数	标准差
数困生 1	150	0	31	6.00	7.28	6	5.440
数优生 2	131	20	60	51	49.4	54	6.702

将几何直观能力被测总分作为因变量，学生类型(数困生、数优生)、性别作为固定因子，进行一般线

性模型单变量分析，具体结果如表 5 所示。学生类型(F = 3264.45, P < 0.001)对几何直观能力的主效应作用极其显著；性别在几何直观能力上的主效应不显著(F = 0.379, P = 0.539)；学生类型和性别的交互作用均不显著(F = 2.232, P = 0.136)。对数困生和数优生的几何直观进行 t 检验，发现数优生的几何直观能力显著高于数困生。

Table 5. Variance analysis of geometric intuition ability
表 5. 几何直观能力的方差分析

	III 类平方和	自由度	均方	F
学生类别	119727.268	1	119727.268	3264.45
性别	13.886	1	13.886	0.379
学生类别*性别	81.864	1	81.864	2.232

4.2. 数困生和数优生几何直观能力三维度存在差异

对初二数困生、数优生的几何直观能力进行独立样本 t 检验，发现数困生、数优生在几何直观能力三维度存在显著差异(P < 0.01)，数优生三维度的发展优于数困生。其中，数困生在三维度的表现上，直观洞察能力 > 直观想象能力 > 直观构建能力；数优生在三维度的表现上，直观洞察能力 > 直观构建能力 > 直观想象能力。即初二数困生、数优生在直观洞察能力、直观想象能力、直观构建能力上均存在显著性差异。具体如表 6 所示。

Table 6. Geometric intuition ability, three-dimensional independent sample t-test
表 6. 几何直观能力三维度独立样本 t 检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验				
		F	显著性	t	自由度	显著性(双尾)	平均值差值	标准误差差值
直观洞察能力	假定等方差	2.524	0.113	31.219	279	<0.001	11.625	0.372
	不假定等方差			31.494	278.99	<0.001	11.625	0.369
直观想象能力	假定等方差	0.019	0.889	34.094	279	<0.001	12.569	0.369
	不假定等方差			34.125	274.846	<0.001	12.569	0.368
直观构建能力	假定等方差	132.483	<0.001	51.984	279	<0.001	17.922	0.345
	不假定等方差			49.224	154.743	<0.001	17.922	0.364

如表 7 所示，显著性概率 P = 0.024 > 0.05，男女生方差差异并不显著，因此选择第一行的数据作为检验结果。T 检验显著性概率 P = 0.025 > 0.05，男生的几何直观测试成绩并不显著高于女生。由此可知初二的数困生和数优生在几何直观能力发展水平上不存在性别差异。这一现象改变了传统观念中男生在几何直观能力上优于女生的刻板印象，为教师提供了一些重要的教学启示。

Table 7. Sample population, male and female independent samples, t-test
表 7. 样本总体男女独立样本 t 检验

	莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验				
	F	显著性	t	自由度	显著性(双尾)	平均值差值	标准误差差值
假定等方差	5.146	0.024	2.252	279	0.025	5.861	2.603
不假定等方差			2.262	2 75.79	0.024	5.861	2.591

4.3. 几何直观能力与“数学成绩”的关系

本研究选取了初二学生本学期的期末数学成绩作为分析对象，目的是探究学生的几何直观能力与数学学业成绩之间的联系。尽管成绩并非全面衡量学生能力的唯一标准，但它在一定程度上能够直观、较为准确地体现学生的综合学习状况。特别是这次期末考试，作为一次多校联合的考试，其试卷质量和考试结果的可靠性都很高，因此学生的期末成绩可以较好地反映出他们在数学学习上的真实水平，进而帮助我们理解学生的几何直观能力现状。

Table 8. Pearson correlation analysis between the final grade of the sample population and the total score of the test
表 8. 样本总体期末成绩与测试总分的皮尔逊相关分析

		被测总分	期末成绩
被测总分	皮尔逊相关性	1	0.958**
	显著性(双尾)		<0.001
	个案数	281	281
期末成绩	皮尔逊相关性	0.958**	1
	显著性(双尾)	<0.001	
	个案数	281	281

**在 0.01 级别(双尾)，相关性显著。

由表 8 数据可知，两个变量之间的相关系数为 0.958，显著性概率 $P < 0.01$，说明初二的数困生、数优生的期末成绩与被测总分之间存在显著的正相关关系。由此，可知初二的数困生、数优生的期末成绩与几何直观能力发展水平之间存在显著的正相关关系。换句话说，被测总分较高的学生，平时的数学成绩也较优异。

Table 9. Correlation analysis between geometric intuition ability and three dimensions
表 9. 几何直观能力三维度之间的相关性分析

	直观洞察能力	直观想象能力	直观构建能力
直观洞察能力	1		
直观想象能力	0.826**	1	
直观构建能力	0.848**	0.893**	1

**在 0.01 级别(双尾)，相关性显著。

表 9 的数据充分展示了初二数困生和数优生在直观洞察能力、直观想象能力以及直观构建能力三个维度上的紧密联系和相互促进关系。这种关系不仅揭示了数学学习的内在规律，也为我们在实际教学中如何帮助数困生提升数学能力提供了有益的启示。

5. 结论与建议

5.1. 男女在几何直观上的发展并无显著差异

鉴于数优生和数困生在几何直观能力上存在显著差异，教师应实施分层教学策略。为数优生设计更具挑战性、更深入的几何题目和探究活动，以进一步拓展他们的思维和技能；同时，为数困生提供基础性的、逐步引导的学习材料和练习，帮助他们建立扎实的几何基础，逐步提升几何直观能力。但进一步

分析发现，初二数困生和数优生的男女在几何直观能力上的发展并没有表现出显著的差异。因此，在实施分层教学策略时，教师不仅要关注到学生整体的能力差异，还应秉持性别平等的原则，为每一位学生提供适合其发展水平的学习资源和支持，确保他们都能在几何直观能力上得到充分的发展和提升。

5.2. 几何直观水平在不同程度上影响学生的数学成绩

初二数优生与数困生几何直观能力与其数学成绩之间存在显著的正相关关系。拥有较强几何直观能力的学生，在数学学习中往往能够取得更好的成绩。强调了培养和发展学生几何直观能力的重要性，对提升数学成绩具有积极的促进作用。对于数困生，教师应首先关注其基础知识的掌握情况，通过提供直观易懂的几何图形和实例，帮助他们建立对几何概念的基本理解。在此基础上，教师可以设计一系列由简到难的绘图练习，让数困生从绘制简单的几何图形开始，如直线、角、三角形等，逐步培养他们的作图技巧和自信心。同时，教师应给予数困生足够的耐心和鼓励，及时纠正他们的错误，并引导他们找出问题的根源，从而帮助他们建立正确的几何直观思维。对于数优生，教师应在巩固其基础知识的同时，提供更具挑战性的绘图任务。可以引入一些复杂的几何图形和实际问题，鼓励数优生运用所学的知识和技巧进行创新性思考和解决。

5.3. 几何直观能力三维度之间存在显著的正相关关系

直观洞察能力、直观想象能力和直观构建能力之间均存在显著的正相关关系。这三个维度相互依存、相互促进，共同构成了学生几何直观能力的整体框架。当学生在其中一个维度上表现出色时，则在其他两个维度上也往往能够展现出较高的能力水平。对于数困生，应重点加强基础知识的巩固，采用直观、生动的教学方法激发其学习兴趣，提供个性化的辅导和支持，帮助他们逐步建立学习数学的信心；对于数优生，则应设计更具挑战性的学习任务，鼓励其深入探究数学问题，培养批判性思维和创新能力，同时引导他们参与数学竞赛或研究项目，以进一步提升其数学素养和综合能力。

基金项目

2024 年黄冈师范学院研究生工作站立项课题“数学关键能力导向下高中数学‘教－学－评’一体化的研究”(课题编号：5032024026)。

参考文献

[1] 黄兴. 几何直观教学让数学核心素养落地[J]. 教育评论, 2021(10): 152-155.

[2] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011 年版) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012: 1.

[3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.

[4] 贺万一, 尹欢. 立体几何中直观想象素养的培养[J]. 数学通报, 2024, 63(4): 27-31.

[5] 顾继玲, 章飞. 初中数学教科书中“几何直观”的设计类型及原则[J]. 数学教育学报, 2021, 30(6): 59-63, 91.

[6] 葛丽婷, 郭玉峰, 郎春雨. 近十年高考立体几何试题直观想象素养考查研究: 表现及趋势[J]. 数学通报, 2021, 60(11): 41-49.

[7] 巴桑卓玛, 覃若男, 史宁中. 藏族小学数困生与数优生数感的比较研究[J]. 数学教育学报, 2023, 32(2): 30-36.

[8] 宋广文, 李守龙. 初中数优生、数困生解题动机与应用题成绩的关系分析[J]. 中国特殊教育, 2009(7): 88-92.

[9] 朱胜强. 借助几何直观培养学生分析探究解决问题的能力[J]. 数学通报, 2022, 61(8): 46-49, 57.

[10] 顾泠沅. 教学实验论: 青浦实验的方法与教学原理研究[M]. 北京: 教育科学出版社, 1994: 65-110.

[11] 杜宵丰, 张之堃, 刘坚. 基于区域质量监测的八年级学生几何直观能力调查研究[J]. 数学通报, 2018, 57(5): 20-24, 37.

[12] Swanson, H.L., Moran, A., Lussier, C. and Fung, W. (2013) The Effect of Explicit and Direct Generative Strategy

Training and Working Memory on Word Problem-Solving Accuracy in Children at Risk for Math Difficulties. *Learning Disability Quarterly*, **37**, 111-123. https://doi.org/10.1177/0731948713507264

[13] Fuchs, L.S., Fuchs, D. and Prentice, K. (2004) Responsiveness to Mathematical Problem-Solving Instruction: Comparing Students at Risk of Mathematics Disability with and without Risk of Reading Disability. *Journal of Learning Disabilities*, **37**, 293-306. https://doi.org/10.1177/00222194040370040201

[14] Powell, S.R., Berry, K.A. and Barnes, M.A. (2019) The Role of Pre-Algebraic Reasoning within a Word-Problem Intervention for Third-Grade Students with Mathematics Difficulty. *ZDM*, **52**, 151-163. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01093-1

[15] 杨开凤. 初中生几何直观能力培养研究[D]: [硕士学位论文]. 福州: 福建师范大学, 2015.