Creative Education Studies 创新教育研究, 2025, 13(1), 44-53
Published Online January 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2025.131007

基于“问题提出”诊断与评估高中生对椭圆知识的理解

彭榕斐，晏莉娟

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北 黄冈

收稿日期：2024年8月20日；录用日期：2025年1月1日；发布日期：2025年1月9日

摘 要

为落实《深化新时代教育评价改革总体方案》，创新评价方式，研究以“问题提出”为评价依据，基于SOLO分类理论划分学生对椭圆知识的理解水平，帮助教师更全面地掌握学情。研究发现学生在部分椭圆知识情境中问题提出表现一般，缺乏灵活性；学生对椭圆知识的理解总体处于多点结构水平，部分学生对椭圆定义的理解存在偏差，对“焦点三角形”知识熟悉程度较低。教师在教学过程中可合理利用学生所提问题，尊重学生个体差异，促进学生全面发展。

关键词

问题提出，SOLO分类理论，椭圆知识，理解水平

Diagnosis and Assessment of High School Students’ Understanding of Ellipse Knowledge Based on “Problem Posing”

Rongfei Peng, Lijuan Yan

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Aug. 20th, 2024; accepted: Jan. 1st, 2025; published: Jan. 9th, 2025

Abstract

In order to implement the “Overall Plan for Deepening the Reform of Educational Evaluation in the New Era” and innovate the evaluation method, this paper takes “problem posing” as the evaluation basis and divides students’ understanding level of elliptic knowledge based on SOLO classification theory to help teachers grasp learning situation more comprehensively. It is found that the students’

文章引用: 彭榕斐, 晏莉娟. 基于“问题提出”诊断与评估高中生对椭圆知识的理解[J]. 创新教育研究, 2025, 13(1): 44-53. DOI: 10.12677/ces.2025.131007

performance in problem posing in partial elliptic knowledge situation is not good and lacks flexibility. Students' understanding of ellipse is generally at the level of multi-point structure, some students' understanding of ellipse definition is wrong, and they are not familiar with "focus triangle" knowledge. In the teaching process, teachers can make reasonable use of the questions raised by students, respect the individual differences of students, and promote the all-round development of students.

Keywords

Problem Posing, SOLO Classification Theory, Ellipse Knowledge, Understanding Level

1. 研究背景

《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》(以下简称《课标》)将“提高学生从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力”作为高中数学课程目标的一部分[1]，特别强调问题提出对培养学生核心素养的重要性。2020 年《深化新时代教育评价改革总体方案》正式出台，指出“分数”不再是唯一的评价标准，要创新评价方式，促进学生全面发展。而问题提出作为目前国际数学教育研究的前沿，集“教学手段、教学评价”等功能于一身[2]，相较于问题解决，问题提出能更全面地揭示学生对知识的理解[3]。

解析几何在高中教育中占据着举足轻重的地位，是历年高考的必考内容。尽管随着课程改革的推进，解析几何中的部分知识点如椭圆与双曲线的第二定义等已被调整或取消，但相对于日本、美国等其他国家，我国在解析几何知识的教学广度上仍然保持着较高的水平[4]。圆锥曲线在解析几何中占据核心地位，其中椭圆作为最常见的圆锥曲线之一，其重要性不言而喻。根据教材的逻辑顺序，椭圆知识通常被安排在三种圆锥曲线知识的开篇，为后续的双曲线和抛物线学习奠定了坚实的基础。学生可以通过对椭圆的学习方法和思路进行类比，来更好地理解和掌握双曲线与抛物线的相关知识。进一步分析《课标》可发现，其对椭圆知识的学习要求高于双曲线与抛物线，因此学好椭圆知识是学好圆锥曲线知识的首要任务。但目前许多学生认为圆锥曲线知识“计算繁，理解难”，学生学得“苦”，教师教得也“苦”[5]。

因此研究以椭圆知识为背景，基于学生在椭圆情境下的问题提出表现来划分学生对椭圆知识的理解水平，并进一步分析学生对椭圆知识理解的偏差，以期帮助教师全面掌握学情，突破圆锥曲线教学困境。

2. 文献综述

2015 年，Cai 证实了问题提出可作为衡量学生学习效果的工具，通过分析学生所提的问题，可以了解学生对知识的掌握情况[6]。王嵘等也认为学生在特定数学情境中提出的数学问题可以帮助教师了解学生的学习情况[7]。基于此，部分学者开始探讨如何发挥问题提出的教学评价功能，例如姚一玲通过“问题提出”诊断与评估数学教师对分数除法的概念性理解，发现教师对分数除法的概念性理解较为欠缺[8]；孙枚用“问题提出”诊断和评估数学教师对百分数的概念性理解，发现问题解决能力不足的教师仍然能考虑到其它百分数的概念，展现出教师对百分数概念理解的丰富层次[9]；宋乃庆用问题提出和问题解决来测试小学生对平均数的理解，将问题提出的教学评价功能扩展到学生群体[10]。由此可见，问题提出在

教学评价中具有独特的作用，应用领域也在逐渐扩大。

1982 年，比格斯和科利斯提出了 SOLO 分类理论[11]，该理论主要是依据知识点的数量以及知识之间的联系来划分理解水平(如图 1)，后续许多学者基于 SOLO 分类理论展开了各方面的研究。例如刘京莉基于 SOLO 分类理论，成功开发了一个评估学生学习成效的测试工具，旨在深入分析影响学生学习效果的各种因素，从而帮助教师优化教学策略、提升教学效果[12]；董瑶瑶等基于 SOLO 分类理论来评价小学生在统计知识当中的表现，为指向学生素养发展和个性化发展的教育评价提供了可能[13]；周莹等人利用 SOLO 分类理论，对某地区的中考试题进行了深入剖析，为优化中学数学试卷的结构提供了有益的参考，也为教师的教学方法和策略提供了有价值的启示[14]。由此可见，SOLO 分类理论在教学评价中发挥着重要作用，是目前教学评价的重要理论基础之一。

综上所述，研究基于 SOLO 分类理论，以“问题提出”为评价依据，分析学生对椭圆知识的理解，以期能更加全面地揭示学生对椭圆知识的理解偏差，帮助教师精准掌握学情，突破圆锥曲线教学困境。

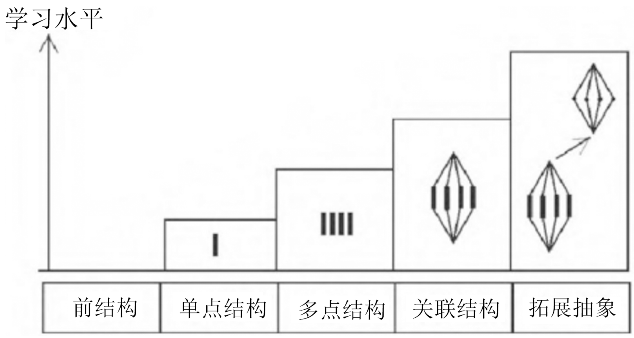


Figure 1. Five levels of SOLO classification theory
图 1. SOLO 分类理论的五种水平

3. 研究方法

3.1. 研究对象

选取湖北省黄冈市某中学高二年级两个数学成绩优异的班级作为本次研究的对象，根据课程要求，高二年级已经学习了椭圆知识。将两个班级分别记为 A 班和 B 班，共 100 人，A 班男生 35 人，女生 22 人，B 班男生 22 人，女生 21 人。

3.2. 调查工具

3.2.1. 测试卷的编制

《课标》对椭圆知识的学习要求主要分为四部分，分别是椭圆的定义、椭圆的标准方程、椭圆的几何性质以及椭圆的简单应用。进一步分析近三年全国各地高考椭圆知识的考查情况(见表 1)，可知目前高考对于椭圆知识的考查重点主要集中在椭圆的定义、椭圆的标准方程、椭圆的几何性质以及椭圆与直线的位置关系等。

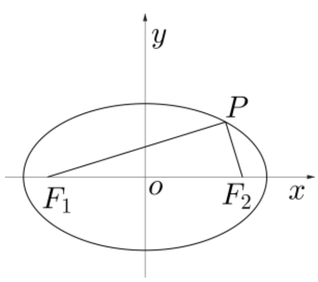
参考教材课后习题以及近三年全国高考对椭圆知识的考查情况，结合一线教师的意见，确定了本次问题提出测试卷的三个情境信息。情境 1 主要考查学生对于椭圆的定义的掌握情况；情境 2 与情境 3 分别是历年高考典型的问题模型“焦点三角形”与直线与椭圆的位置关系，考查学生对知识的综合运用。为了充分体现学生的思考过程，测试卷中每个情境会让学生提出难度不同的问题，可适当增加或修改情境信息，测试时间为 30 分钟。

Table 1. The National college entrance examination of ellipse knowledge in recent three years
表 1. 近三年全国高考对椭圆知识的考查情况

年份	题号	题型	考点	分值
2023	新高考 I：5	选择	椭圆的几何性质	5
	新高考 II：5	选择	椭圆的几何性质、点线距离公式	5
	全国甲卷(理)：12	选择	椭圆的定义、余弦定理、中线定理、平面向量	5
	全国乙卷(理)：20	解答	椭圆的几何性质、韦达定理	12
	北京卷：19	解答	椭圆的几何性质、椭圆与直线的位置关系	15
	上海卷：16	选择	新定义、椭圆的定义、椭圆的几何性质	5
	天津卷：18	解答	椭圆的几何性质、平面向量	15
2022	新高考 I：16	填空	椭圆的定义、椭圆的几何性质、余弦定理、垂直平分线的性质	5
	新高考 II：16	填空	椭圆与直线的位置关系、两点距离公式	5
	全国甲卷(理)：10	选择	椭圆的几何性质	5
	全国乙卷(理)：20	解答	椭圆的标准方程、直线与椭圆的位置关系、平面向量	12
	北京卷：19	解答	椭圆的几何性质、直线与椭圆的位置关系	15
	天津卷：19	解答	椭圆的定义、椭圆与直线的位置关系	15
	上海卷：20	解答	椭圆几何性质、解三角形、椭圆的定义	16
2021	新高考 I：5	选择	椭圆的定义、基本不等式	5
	新高考 II：20	解答	椭圆的定义、几何性质、椭圆与直线的位置关系、弦长公式	12
	全国甲卷(理)：15	填空	椭圆的定义、几何性质、勾股定理、垂直的判定	5
	全国乙卷(理)：11	选择	椭圆的定义、椭圆的几何性质、一元二次函数区间最值问题	5
	北京卷：20	解答	椭圆的标准方程、椭圆与直线的位置关系	15
	上海卷：20	解答	椭圆的标准方程、平面向量、椭圆与直线的位置关系	16
	天津卷：18	解答	椭圆的标准方程、椭圆的几何性质、椭圆与直线的位置关系	15
	浙江卷：16	填空	椭圆的定义、椭圆与直线、圆的位置关系、椭圆的几何性质、解三角形	6

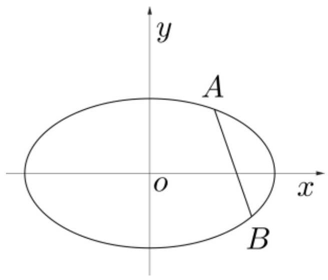
情境一：已知点 A 与点 B 关于原点对称，动点 C 到 A、B 两点的距离之和为定值 8。

情境二：如图，椭圆 $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{20}=1$ 上有一点 P，F_1、F_2 为椭圆的两个焦点，连接 PF_1、PF_2，$PF_1\perp PF_2$。



情境三：如图，已知椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$，右焦点为 $\left(\sqrt{2},0\right)$，且离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，直

线 AB 经过椭圆 C 的右焦点且与椭圆 C 相交于 A、B 两点。



3.2.2. 信效度检验

测试卷评分标准借鉴夏小刚等[15]提出的问题提出评价量表，从问题的数量、种类、新颖性来分析。在正式测试之前，在该年级选取了一个班级进行了预测，共收回了 45 份测试卷，对问题提出测试卷的三个情境用 SPSS26.0 软件进行信度分析，得到可靠性分析结果(见表 2)，α 系数为 0.726，基于标准化项的 α 系数为 0.727，表明内部一致性系数较高，测试卷信度良好。由于测试卷是依据《课标》的要求以及历年高考真题的考查重点，同时参考了一线教师的建议编制而成，因此测试卷所选题目符合测量目的和要求，具有较好的内容效度。

Table 2. Test volume reliability of question raising
表 2. 问题提出测试卷信度

克隆巴赫 Alpha	基于标准化项的克隆巴赫 Alpha	项数
0.726	0.727	3

3.3. 椭圆知识理解分析框架

在内容性质方面，通过对《课标》以及近三年高考对椭圆知识的考查重点进行分析，确定从椭圆的定义、椭圆的标准方程、椭圆的几何性质及直线与椭圆的位置关系及其它共五个方面横向分析学生提出的问题，编码分别记为 T1~T5 (见表 3)。

Table 3. Analyzes the content and nature of the problem
表 3. 问题的内容性质分析框架

内容性质	涵义	编码
椭圆的定义	在平面内，与两个定点 F_1、F_2 的距离之和等于常数(大于 $\lvert F_1F_2\rvert$)的点的轨迹	T1
椭圆的标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$	T2
椭圆的几何性质	范围、对称性、顶点、离心率	T3
直线与椭圆的位置关系	问题需要利用椭圆与直线方程相关知识解决	T4
其它	除了上述四个内容外的其它数学知识	T5

SOLO 分类理论从知识点的数量以及知识之间的联系程度来划分水平，强调“质”和“量”两个方面。研究以 SOLO 分类理论为基础，参考鲁依玲等[16]基于 SOLO 对高考试题的分析方法，形成了基于“问题提出”的椭圆知识理解水平分析框架(见表 4)，纵向分析学生对椭圆知识的理解水平。

Table 4. Analysis framework of elliptic knowledge understanding level
表 4. 椭圆知识理解水平分析框架

水平	描述
前结构水平(P)	学生给出的是不可解的数学问题、与椭圆知识无关的数学问题或者是空白答案。
单点结构水平(U)	每个情境下提出的三个问题均为同一内容性质的问题，仅考查同一知识点。
多点结构水平(M)	每个问题仅考查一个知识点，且三个问题中至少有两个问题考查的知识点不同。
关联结构水平(R)	三个问题中至少有一道题考查了两个及以上相互联系的知识点。
抽象拓展结构水平(E)	问题考察多个知识点，且与椭圆领域之外的数学知识相联系。

4. 学生对椭圆知识的理解

4.1. 情境一中问题的分析

情境一主要考查学生对椭圆定义的理解，在该情境中部分学生忽略了椭圆定义中的“平面内”、“$2a>|F_1F_2|$”，直接认为到两点距离为定值就是椭圆的定义，利用情境一中的信息提出椭圆相关问题，导致其在此情境下提出许多不可解问题(如图 2)。除此之外，有部分同学注意到了“$2a$”与“F_1F_2”之间的关系，但并没有真正掌握与理解椭圆定义中的“$2a>|F_1F_2|$”，导致提出了“$2a<|F_1F_2|$”的条件(如图 3)。在此情境中除了上述错误的例子外，有部分同学能正确理解并表达出椭圆定义中的关键信息，从而提出正确的问题(如图 4)。

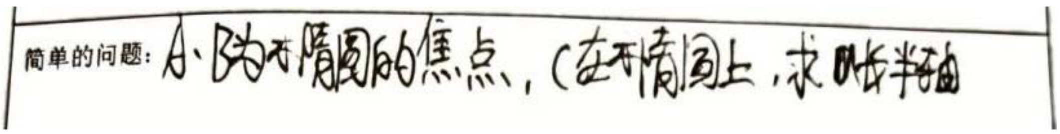

简单的问题：A、B为椭圆的焦点，C在椭圆上，求长半轴

Figure 2. Examples of errors (1)
图 2. 错误举例(1)

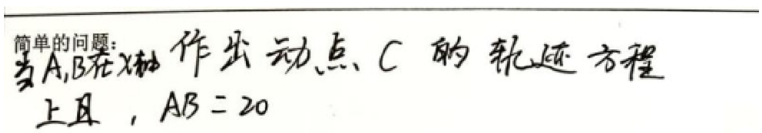

简单的问题：
当A,B在x轴上且，AB = 20 作出动点C的轨迹方程

Figure 3. Examples of errors (2)
图 3. 错误举例(2)

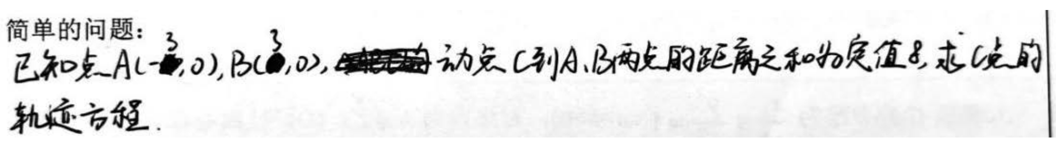

简单的问题：
已知点A(-3,0),B(3,0), 动点C到A,B两点的距离之和为定值8,求C点的轨迹方程.

Figure 4. Correct example
图 4. 正确举例

基于 SOLO 分类理论对学生椭圆知识理解水平进行划分，结果见表 5。总的来看，在情境一中，处于 M 水平的回答最多，占比 47%。处于 E 水平的回答最少，仅有 3 个。这三个同学所提出的三个问题涉及了不同的内容性质，问题难度逐渐提升，表现出对椭圆定义的深刻理解。以上结果说明，在椭圆定义情境中，学生表现出对椭圆知识有较好的理解。

Table 5. Horizontal division of SOLO in Scenario 1
表 5. 情境一中 SOLO 水平划分

SOLO 水平	A 班	B 班	总计
P	2 (4%)	3 (7%)	5 (5%)
U	21 (37%)	17 (40%)	38 (38%)
M	28 (49%)	19 (44%)	47 (47%)
R	4 (7%)	3 (7%)	7 (7%)
E	2 (4%)	1 (2%)	3 (3%)
总计	57	43	100

4.2. 情境二中问题的分析

情境二主要考查学生对“焦点三角形”的综合运用，涉及椭圆知识的二级结论，例如求焦点三角形面积 $S_{\Delta F_1PF_2}=b^2\tan\frac{\angle F_1PF_2}{2}$，利用此公式可以帮助学生快速解决某些问题。在此情境中，大部分学生只局限于情境提供的信息来提出问题，主要集中在焦点坐标、离心率等问题(如图 5)，还有部分学生能提出求 ΔF_1PF_2 面积问题，但只有少部分学生改变了 PF_1 与 PF_2 垂直条件，提出相关问题(如图 6)，这说明学生对焦点三角形中的二级结论掌握不够深刻，对该问题模型的认识深度不够。

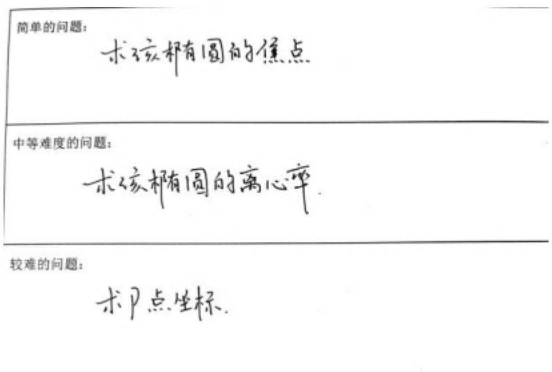


Figure 5. Examples of general questions
图 5. 常规问题举例

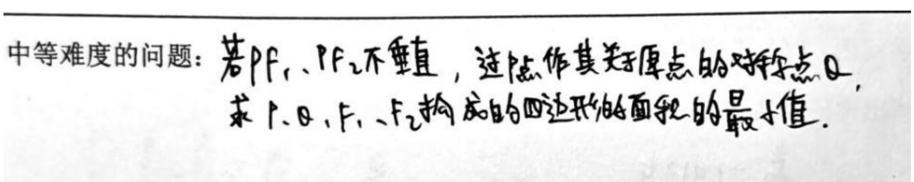


Figure 6. Examples of innovation
图 6. 创新举例

对情境二中的问题进行 SOLO 水平分析，结果见表 6。在情境二中处于 U 水平的回答最多，占比 62%，此水平的学生，他们回答的问题主要集中在与椭圆方程中 a,b,c 相关的问题。处于 P 水平以及 E 水平占比一致，都只占 3%，处于 P 水平的学生，他们的回答与椭圆知识无关或者空白，这表明此水平的学生对椭圆知识比较陌生，而处于 E 水平的学生，其不仅能够提出与椭圆方程 2 相关的问题，还能改变情境信

息，提出与其它知识相互关联的难度较高的问题，表现出他们对椭圆知识中的“焦点三角形”知识的深刻理解。总的来说，在此情境下，学生对椭圆知识中的“焦点三角形”理解水平一般。

Table 6. SOLO horizontal division in Scenario 2
表 6. 情境二中 SOLO 水平划分

SOLO 水平	A 班	B 班	总计
P	1 (4%)	2 (5%)	3 (3%)
U	33 (58%)	29 (67%)	62 (62%)
M	12 (21%)	8 (19%)	20 (20%)
R	9 (14%)	3 (7%)	12 (12%)
E	2 (4%)	1 (2%)	3 (3%)
总计	57	43	100

4.3. 情境三中问题的分析

情境三主要考查学生对直线与椭圆的位置关系的理解，该情境也是高考中常见的问题，通常需要利用韦达定理以及弦长公式等来解决问题。在此情境中，大部分学生在简单问题中都选择了求椭圆的标准方程，说明学生对椭圆的标准方程的求解比较熟练，但在后续的两个问题中，不少学生默认的将直线 *AB* 的方程当成是已知条件，直接利用，从而提出了许多不可解问题，但部分学生意识到了直线 *AB* 的方程未知，因此在提出问题时有意识的增加条件(如图 7)。总的来说，在该情境中，大部分学生都能提出不同内容性质的问题，表现出对该情境的熟悉程度较高。

对情境三中的问题进行 SOLO 水平分析，结果见表 7。在情境三中，处于 R 水平的回答最多，占比 42%，其中处于 M 水平与 R 水平的回答总共占比 78%，说明大部分学生对于此情境的熟悉程度较高。处于 P 水平的回答占比最少，只有 3%，说明这部分学生对此情境的熟悉程度较低。此情境中 E 水平的占比是三个情境中最高的，足以说明学生对于直线与椭圆的相关问题比较熟悉，并且对相关联的知识应用也比较熟练。

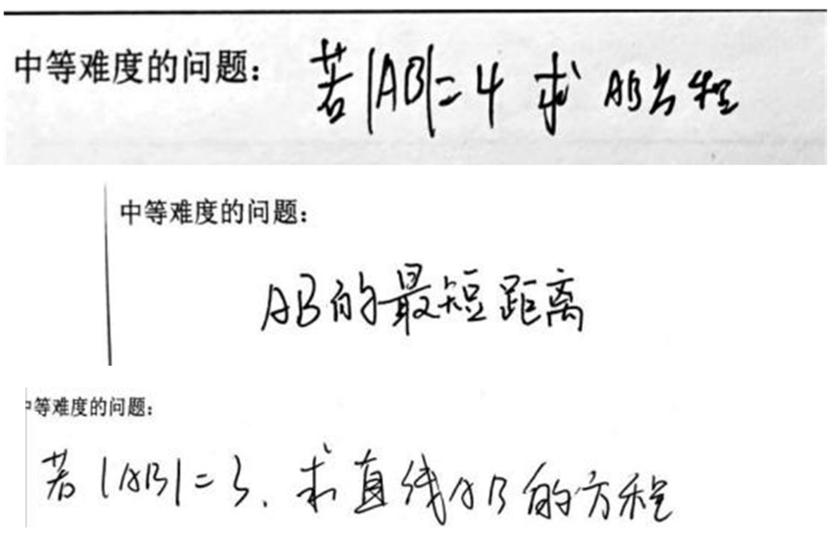


Figure 7. Correct example
图 7. 正确举例

Table 7. Level division of SOLO in Scenario 3
表 7. 情境三中 SOLO 水平划分

SOLO 水平	A 班	B 班	总计
P	1 (2%)	2 (5%)	3 (3%)
U	6 (11%)	4 (9%)	10 (10%)
M	19 (33%)	15 (35%)	34 (34%)
R	23 (40%)	19 (44%)	42 (42%)
E	8 (14%)	3 (7%)	11 (11%)
总计	57	43	100

5. 结论与建议

5.1. 研究结论

5.1.1. 基于椭圆知识情境学生问题提出的表现

研究发现，大部分学生都能完成问题提出任务，只有少部分学生给出空白或者与情境无关等回答，这一现象反映出大部分学生能意识到问题提出的重要性。除此之外，大多数学生能够提出大量可解的数学问题，但以简单的单一内容性质问题为主，缺乏一定的创新思维，此外，部分学生表现出较高的问题提出能力，思维活跃，能提出创新且复杂的数学问题。

5.1.2. 不同情境下问题提出的表现

从不同情境来看，学生在情境一与情境三中问题提出表现要好于情境二，在问题的种类、新颖性明显好于情境二。学生在椭圆定义的情境中能准确认识到椭圆定义的关键信息，主动增加条件来提出问题。对于直线与椭圆的位置关系情境，学生同样表现出思维的灵活性，提出了种类丰富的问题。反观在“焦点三角形”情境中，学生仅局限在情境所提供的信息，问题主要集中在个别知识点，缺乏灵活性。这表明学生对椭圆定义以及直线与椭圆的位置关系的熟悉程度要高于“焦点三角形”情境。

5.1.3. 学生对椭圆知识的理解水平

研究按照 SOLO 分类理论划分水平，发现学生在直线与椭圆的位置关系情境下表现的对椭圆知识的理解水平较高，大多数学生达到了 M 水平与 R 水平，只有少数学生表现出较低的理解水平。学生在椭圆定义情境中表现出的理解水平稍低于在直线与椭圆的位置关系情境，主要集中在 U 水平与 M 水平。而在“焦点三角形”情境中，大部分学生处于 U 水平，是三个情境中表现最差的。以上结果说明，学生对于椭圆知识当中的二级结论熟练程度较低，对“焦点三角形”情境的熟悉程度匹配不上高考的考查要求。

5.2. 启示与建议

5.2.1. 巧用“问题提出”分析学生对知识的理解

许多研究表明，问题提出对诊断与评估学生知识理解的作用，本文将此类研究扩展到椭圆知识领域，也再次证实了此评价工具的可行性，帮助我们更全面地了解学生对知识的理解，发现学生对知识的理解偏差，例如学生容易忽略椭圆定义中的“平面内”、“$2a > F_1F_2$”等。相较于问题解决，问题提出更像是一个开放性的评价工具，让学生充分运用以及发挥自身对知识的理解，而不是定向的解决问题，有利于锻炼学生整合知识结构框架的能力。因此，教师在日常教学评价中，可适当利用问题提出评价工具，改变“重分数，轻理解”的教学评价现状，促进学生全面发展。

5.2.2. 合理利用学生提出的问题进行椭圆知识教学

圆锥曲线是历年高考的重点考查对象，给教师与学生带来了一定的挑战。本文研究表明，学生对于“焦点三角形”情境的熟悉程度较低，因此教师在开展圆锥曲线教学时，可以选择合适的问题情境，设计问题提出任务，在正式开展课堂教学之前布置问题提出的前置任务，随后筛选出适切的问题作为课堂教学资源，激发学生的学习兴趣与动力，培养学生的创新能力，促进学生对知识的深刻理解。

在推进教育个性化与高效化的过程中，教师应充分考量学生的多元表现，灵活调整课堂教学的核心要素，以确保教学内容、方法和节奏与学生的个性化需求相契合。这种做法不仅能使课堂教学紧跟学生的成长步伐，避免陷入刻板的“一刀切”模式，更能在尊重学生个体差异的基础上，实现教学效果的最大化。通过精准的教学策略调整，教师可以更好地满足不同学生的学习需求，推动每一位学生都能在课堂中找到属于自己的成长路径，从而实现教学的最优化。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 8.

[2] 郑国强, 谢圣英. 国际数学教育研究的知识基础与前沿——基于 2018-2022 年数学教育国际期刊的文献计量分析[J]. 数学教育学报, 2024, 33(1): 89-97, 102.

[3] Calabrese, J., Kopparla, M. and Capraro, M.M. (2020) Examining Young Children’s Multiplication Understanding through Problem Posing. *Educational Studies*, **48**, 59-74. https://doi.org/10.1080/03055698.2020.1740976

[4] 曹一鸣, 贾思雨. 高中平面解析几何课程设置的国际比较——基于 12 个国家高中数学课程标准的研究[J]. 外国中小学教育, 2015(10): 58-65.

[5] 李大永. 基于数学思想方法的理解, 整体设计解析几何的教学[J]. 数学通报, 2016, 55(11): 13-18.

[6] Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. and Silber, S. (2015) Problem-posing Research in Mathematics Education: Some Answered and Unanswered Questions. In: Singer, F., Ellerton, N. and Cai, J., Eds., *Mathematical Problem Posing*, Springer, 3-34. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_1

[7] 王嵘, 蔡金法. 问题提出: 从课程设计到课堂实践[J]. 课程·教材·教法, 2020, 40(1): 90-96.

[8] 姚一玲, 徐冉冉, 蔡金法. 用“问题提出”诊断和评估数学教师的概念性理解[J]. 数学教育学报, 2019, 28(4): 30-36.

[9] 孙枚, 李欠, 王涛, 等. 用“问题提出”诊断和评估数学教师对百分数的概念性理解[J]. 数学教育学报, 2023, 32(5): 8-16.

[10] 宋乃庆, 胡睿, 蔡金法. 用问题提出和问题解决测试小学生对平均数的理解[J]. 数学教育学报, 2020, 29(3): 1-8.

[11] Biggs, J.B. and Collis, K.F. (1982) Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy. Academic Press, 13-15.

[12] 刘京莉. 以 SOLO 分类为基础的学生学习质量评价初探[J]. 教育学报, 2005, 1(4): 41-45.

[13] 董瑶瑶, 杜宵丰, 刘坚. 基于 SOLO 分类理论的小学统计开放题评价研究——以 D 市大规模测试为例[J]. 数学教育学报, 2022, 31(6): 11-16, 59.

[14] 周莹, 陆宥伊, 吴晓红. 基于 SOLO 分类理论的中考数学试题比较研究——以 2017-2019 年南宁市中考试卷为例[J]. 数学通报, 2020, 59(3): 41-46, 60.

[15] 夏小刚, 汪秉彝, 吕传汉. 中小学生提出数学问题能力的评价再探[J]. 数学教育学报, 2008, 17(2): 8-11.

[16] 鲁依玲, 夏玉梅, 宁连华. 基于 SOLO 分类理论的高考数学试题分析——以 2022 年全国数学新高考 I 卷为例[J]. 数学教育学报, 2023, 32(3): 18-23.