

人教A版高中数学新旧选择性必修教材中“导数的概念及其几何意义”内容比较研究

马晨辰¹, 戴晓畴¹, 陈惠汝^{1*}, 李新潮²

¹黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

²黄冈中学, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年11月18日; 录用日期: 2025年2月6日; 发布日期: 2025年2月17日

摘要

为适应教育改革过程中教育目标、教育理念和教育方式的变化, 我国于2019年9月正式投入使用了人教A版高中数学新版教材。相较于之前教材, 导数部分发生了较大变化, 使得教师在使用教材时面临一些问题。导数是高中数学教材中的重难点内容和现代数学的基本概念, 蕴含微积分的基本思想, 是研究函数性质的基本工具。为此, 在对比新旧课标的基础上, 从宏观整体结构和微观具体内容两个层面将新旧教材进行比较, 以期使教师明晰新课标要求, 适应教材变化; 转变教学方法, 重整教学思路并编写教学设计; 对导数全面认识, 了解变化和变化原因, 更好展开教学活动。

关键词

新旧教材比较, 导数, 思想方法, 教学建议

A Comparative Study of the Chapter “The Concept of Derivative and Its Geometrical Significance” in the Old and New Selective Compulsory Textbooks of Senior Secondary School Mathematics of PEP A Edition

Chenchen Ma¹, Xiaochou Dai¹, Huiru Chen^{1*}, Xinchao Li²

¹School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

²Huanggang Middle School, Huanggang Hubei

*通讯作者。

Received: Nov. 18th, 2024; accepted: Feb. 6th, 2025; published: Feb. 17th, 2025

Abstract

In response to the changes in educational goals, concepts, and methodologies during the educational reform process, China officially introduced the new edition of the high school mathematics textbook published by PEP A Edition in September 2019. Compared with the previous textbook, the derivative part has changed considerably, making teachers face some problems when using the textbook. Derivatives are the key and difficult content in the high school mathematics textbook and the basic concepts of modern mathematics, which contain the basic ideas of calculus and are the basic tools for studying the properties of functions. For this reason, on the basis of comparing the old and new standards, the new and old textbooks are compared at two levels, namely, the macroscopic overall structure and the microscopic specific content, with a view to enabling teachers to understand the requirements of the new standards and adapt to the changes in the textbooks; to change their teaching methods, reorganise their teaching ideas and prepare their teaching designs; and to gain a comprehensive understanding of the derivative, to learn about the changes and the reasons for the changes, and to better carry out their teaching activities.

Keywords

Comparison of Old and New Textbooks, Derivatives, Ideas and Methods, Teaching Suggestions

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

2018 年教育部颁布《普通高中数学课程标准(2017 版)》(以下简称“新课标”，2003 年出版的《普通高中数学课程标准(实验)》以下简称为“旧课标”)后，人教版高中数学教材以此为参照进行了全方位修订，于 2019 年 9 月正式投入使用。2019 年高中数学人教 A 版教材(以下简称“新教材”)与 2004 年高中数学人教 A 版教材(以下简称“旧教材”)相比，更加契合我国的教育目标、教育理念和教育方式，主要体现在：更加强调数学学习方式上的多样性、数学学习方法上的循序渐进性、数学学习中的思考自主性以及数学学习过程中的问题提出能力。

在新版教材中，“导数的概念及其几何意义”被安排在选择性必修部分，属于函数这一主题，是教学的重点和难点章节。新课标用一句话概括了其地位与作用：“导数是微积分的核心内容之一，是现代数学的基本概念，蕴含微积分的基本思想，导数定量地刻画了函数的局部变化，是研究函数性质的基本工具”[1]。因此，教师深入地理解教材中本章节的学习框架和数学思想方法，并在实际的教学过程中，重新审视自己的教学方式，以适应新教材的特点和要求并实施于教学，就变得尤为重要。

目前，关于人教 A 版新旧教材中导数的比较研究较少。本文将新旧教材进行比较，首先从宏观和微观两个层面分析教材的编写依据——新旧课标在本章节的变化；再从宏观和微观层面分别分析新旧教材在本章节的整体结构变化和具体内容变化；最后提出针对性的教学建议，旨在帮助教师明晰新课标要求，适应教材变化；转变教学方法，重新整理教学思路并编写教学设计；对导数全面认识，了解变化和变化原因，更好展开教学活动。

2. 新旧课标比较与分析

课程标准是教材编写的依据，是学校教育教学的蓝图。对比新旧课标，从宏观上，整体分析 2017 版新课标突出的数学教育理念和培养目标；从微观上，具体比较在“导数的概念及其几何意义”章节中内容的变化，为后续教材比较与分析的研究做好理论铺垫与方向指引，并帮助教师明晰新课标要求，适应教材变化。

2.1. 宏观整体变化

新课标以培养人为核心，旨在落实 2012 年十八大提出的立德树人根本任务，贯彻十余年课改基本经验。与旧版本相比，新课标中显著的变化是首次提出了数学核心素养和学业质量标准，更加突出数学课程的基础性、选择性和发展性。其中，数学学科核心素养是数学课程目标的集中体现，是当代学生应具备的、能够适应终身发展和社会发展需要的、与数学有关的思维品质和关键能力[2]；而基础性、选择性和发展性旨在要求学生会用数学眼光观察世界，会用数学思维思考世界，会用数学语言表达世界。因此，新课标强调导数蕴含的极限逼近和变化的数学思想方法，重在培养学生的数学思维。

2.2. 微观具体变化

在课程内容方面，新课标主要分为内容标准、教学提示和学业要求三个维度，下面从这三个维度分析(见表 1)。

Table 1. Changes of new curriculum standards at three main levels

表 1. 新课标在三个主要层次的变化

面向主体	课标层次分类	新课标具体变化
内容标准	(1) 将标题名称修改为“一元函数导数及其应用”，强调“一元函数”，体现学科严谨性，突出导数与函数的关系。	
	(2) 删除“生活中的优化问题举例”、“定积分与微积分基本定理”，突出强调“体会极限思想”。	
针对教师	(3) 减少知识点总量，让学生有更多时间去理解导数概念本质，体会导数学习中的极限思想。	
	(1) 强调以学生为主体，考虑到学生学习导数概念时的困难，提示利用具体实例体会导数，并将导数概念贯穿学生学习始终。	
针对学生 (新增)	(2) 强调融入数学史和数学文化。	
	(1) 理解导数概念，强调对极限思维感知。 (2) 能运用导数研究函数和解决实际问题。 (3) 了解微积分创立过程，以及对数学发展的作用。	

可以发现，新课标的语言表达更加严谨、更加注重对导数概念的理解和数学极限思想的渗透、详略更加得当，顺应了宏观上数学教育理念和培养目标的要求。并在此基础上增加了针对学生的学业要求，从学生的角度入手，关注到了学生的主体地位。

3. 新旧教材比较与分析

2017 版新课标无论从结构上还是内容上，导数部分都发生了重大调整，在课标的修订下，数学教材也随之发生变化，就“函数”主线来说，新教材“导数的概念及其几何意义”章节改编力度较大。以下从宏观上，首先对比新旧教材的整体结构安排；再从微观上，比较新旧教材的具体内容，探寻其中的差异和新教材的编写特色。

3.1. 整体结构对比

旧课标将高中数学课程分为必修和选修，导数相关内容放置在选修 1-1 和选修 2-2 中，分别为文科生和理科生设置。而新课标不再区分文理科，并将数学课程划分为四条主线，贯穿于必修课、选修课和选择性必修课中，与导数有关的内容属于函数主线，设置于选择性必修二中。在新旧两版的教材当中，章节划分的数量、层次和内容结构的顺序、层次等也有所不同。

3.1.1. 章节划分

旧教材按照文科和理科分为两类选修教材(选修 1-1 和选修 2-2)，“导数的概念和几何意义”相关内容均放置在了“变化率与导数”这一小节当中，呈现的具体内容完全相同，因此选取选修 2-2 与新教材进行对比，对比结果见表 2。

Table 2. Chapter division and comparison of “the concept of derivative and its geometric significance” in new and old textbooks
表 2. 新旧教材关于“导数的概念及其几何意义”的章节划分对比

版本	旧教材(2007 年 1 月第二版)	新教材(2020 年 5 月第一版)
章标题	第一章 导数及其应用	第五章 一元函数的导数及其应用
节标题	1.1 变化率与导数	5.1 导数的概念及其意义
	1.1.1 变化率问题 1.1.2 导数的概念 1.1.3 导数的几何意义	5.1.1 变化率问题 5.1.2 导数的概念及其几何意义

对比发现，新教材章节划分呈现以下几点变化：(1) 章标题名称由“导数及其应用”修改为“一元函数的导数及其应用”，对应新课标在内容标准上的修订；(2) 一级节标题由“变化率与导数”修改为“导数的概念及其意义”，突出强调导数学习的最终核心知识点；(3) 二级小节数量由三节修改为两节，具体表现为将旧教材中“导数的概念”和“导数的几何意义”合并为一节。

3.1.2. 内容结构

分别分析旧教材选修 2-2 中“§1.1 变化率与导数”与新教材中“§5.1 导数的概念及其意义”的内容结构，得到结构流程图(见图 1、图 2)。

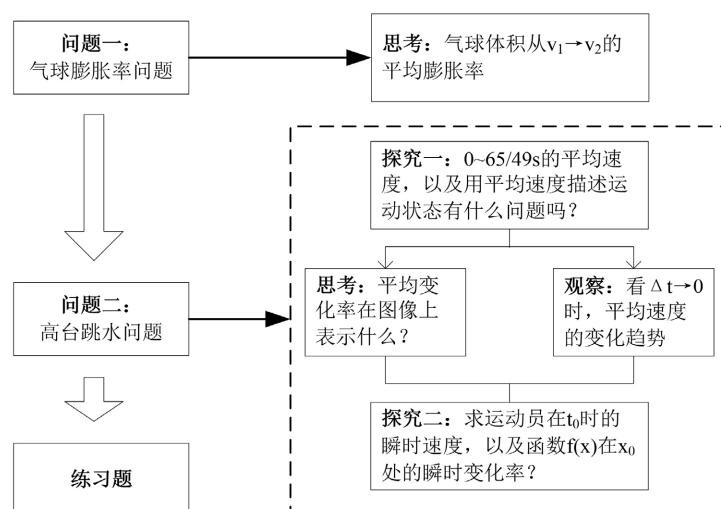


Figure 1. Flow chart of content structure of corresponding chapters in old textbooks
图 1. 旧教材对应章节内容结构流程图

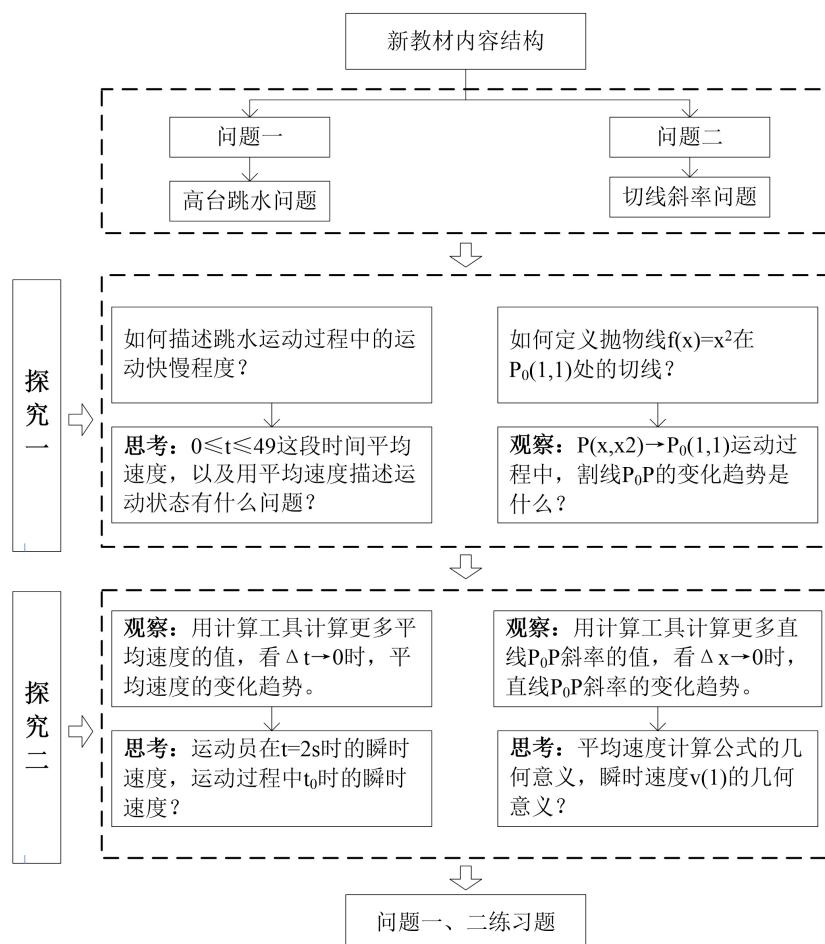


Figure 2. Flow chart of content structure of corresponding chapters in new textbooks
图 2. 新教材对应章节内容结构流程图

对比发现, 新教材内容结构呈现以下变化: (1) 思路流程由“一条直线贯通式”, 变为“两条直线并行式”, 问题一和问题二作为两条思路线索(分别从物理和几何的角度)并行, 相互对照呼应, 最后汇总得出导数的概念和几何意义; (2) 将旧教材问题一的气球膨胀率问题删去(调整为新教材中的练习题), 保留高台跳水求瞬时速度的问题并调整为问题一, 增加函数图像切线斜率问题, 作为问题二; (3) 练习题呈现次数及数量增多。下面将各层次下的具体内容进行对比。

3.2. 具体内容对比

导数是现代数学的基本概念, 蕴含着微积分的基本思想。“导数的概念及其几何意义”部分的学习目标主要分为以下三点: (1) 通过实例分析, 经历由平均变化率过渡到瞬时变化率的过程, 了解导数概念的实际背景, 知道导数是关于瞬时变化率的数学表达, 体会导数的内涵与思想; (2) 通过分析 $\Delta t \rightarrow 0$ 和函数图像曲线上两点的逼近体会极限思想; (3) 通过函数图象直观理解导数的几何意义, 掌握用已知方法探求未知问题的研究路径[3]。由此, 从概念和意义、思想方法和具体应用三个层面对比分析。

3.2.1. 概念和意义

为得出导数的最终概念和几何意义, 需要引入平均速度、平均变化率、瞬时速度和瞬时变化率等相关概念以及 Δt 、 \lim 等符号, 其呈现的具体内容, 新旧教材有所不同(见表 3)。

Table 3. Comparison of concepts and symbols in new and old textbooks
表 3. 新旧教材相关概念和符号呈现的比较

分类	名称	是否定义		例习题数量	
		新教材	旧教材	新教材	旧教材
概念	平均速度	否	否	3	2
	平均变化率	是	是	1	1
	瞬时速度	是	是	7	2
	瞬时变化率	是	是	5	3
	割线	否	否	1	1
	切线	是	是	7	3
符号	$\Delta t; \Delta x$	否	是	-	-
	$\frac{\Delta y}{\Delta t}; \frac{\Delta y}{\Delta x}$	是	是	-	-
	\lim	是	是	-	-
	$f'(x_0); y' _{x=x_0}$	是	是	-	-

对比发现，新教材在相关概念以及符号的呈现方面呈现以下几点变化：(1) 概念定义方面，新教材对于 Δt 和 Δx 的介绍较为模糊，仅在具体情境中说明 Δt 是时间改变量。旧教材的定义较为详细，具体说明 $\Delta x = x_1 + x_2$ ，可以看作是相对于 x_1 的一个“增量”，可用 $x_1 + \Delta x$ 代替 x_2 ；(2) 练习题数量方面，新教材明显增多。

3.2.2. 思想方法

“运动变化的观点”和“极限思想与方法”是本章节中主要蕴含的数学思想方法。新旧教材均按照概念教学的基本环节“具体实例 - 抽象概念 - 练习巩固”的路径展开。不同之处在于：(1) 新教材在课程开始之前增加了节引言，在节引言中回顾了函数单调性，在学生已有认知结构基础上提出本节课要学习的知识；(2) 新教材保留“高台跳水”的物理问题，删去“气球膨胀率”问题改用求“曲线切线斜率”的几何问题。根据历史相似性原理，新教材选用的实际问题更为合理，因为速度问题和曲线切线的斜率问题是导致导数概念产生的最经典案例；(3) 新教材通过两个具体事例的分析，引导学生从平均变化率自然过渡到瞬时变化率，不断感受其中蕴含的“运动变化的观点”和“极限思想与方法”，同时新教材在旁白以及正文中多次提及“极限”，学生经历了三次从平均变化率到瞬时变化率的转变，最终抽象出了导数的概念。而旧教材仅具体分析了高台跳水问题，并没有对气球膨胀率问题进行探讨。

3.2.3. 具体应用

本章节“导数的概念及其几何意义”的具体应用体现在利用其研究函数和解决实际问题层面，具体比较新旧教材得到三点差异：(1) 新教材习题设计增加了与学生个人生活相关背景的习题，使学生能够有意识地将数学知识运用到实际生活中，体会到数学知识的实际价值。(2) 新教材中数学文化的栏目分布相较于旧教材有所优化，增加引入环节的数学文化内容，在激发学生的好奇心的同时，也能为教师提供可选择的教学资源。除此之外，教材中增添有关微积分发展历史、相关数学家的阅读栏目，使学生在学习有关微积分的内容时能够从中品味出人类文化的喜悦和精神胜利。(3) 新教材在章引言中简单记述了有关微积分的发展历史，在章节末开设“文献阅读与数学写作”栏目。总体来说，新教材对于“导数的概念及其几何意义”的具体应用更加深入，更加凸显学生的主体地位，关注学生核心素养的提升，但仍然

存在不足——新旧教材对于数学史的运用方式上仅仅停留在直接运用的方式上，缺乏间接融入数学史的运用方式。

4. 教学建议与启示

通过对新旧课标、新旧教材进行宏观和微观的分析，得到相关的结论，针对各结论，提出相关教学建议与启示，概括起来主要有以下三点。

4.1. 把握结构框架，构建整体思路

新教材的体系更加完整，第一节用来介绍变化率的问题，采用物理相关的瞬时变化率和几何相关的瞬时变化率两个问题对比探究，第二节用来总结导数的概念及其几何意义，两条主线贯穿其中；而旧教材是在探究过程中逐步引出导数的概念，一条主线贯穿其中。显然，新教材涵盖的内容更加丰富，启发性更强，但是讲解难度更大。因此教师应该理清两条主线的逻辑，挖掘物理主线和几何主线的关联，启发学生用相似的思路去理解两种瞬时变化率。

4.2. 理解导数概念，渗透思想方法

导数的概念较为抽象，学生在初学时没有“无限逼近”的想法，不易理解“瞬时变化率”等问题。因此，仅凭课本上两行定义描述不能让学生真正理解导数的概念。对导数概念的教学要依次从平均速度、平均变化率，到瞬时速度、瞬时变化率，层层深入，逐渐渗透极限和变化的数学思想。可遵循新教材主编李龙才副教授提出的“至少让学生经历4次由平均变化率过渡到瞬时变化率的过程”，助力学生初步理解导数的概念内涵[4]。

具体来说，要引导学生思考瞬时速度与平均速度的关系；利用计算工具，从另一个角度更加直观地理解当自变量的变化量减小时，因变量的变化情况；从几何角度分析变化率时，与圆的切线联系，总结得出切线的一般定义，为后面讲解导数的几何意义做铺垫；利用课本当中的例题与练习题。新教材中练习题相比旧教材明显增多，教师应让学生自主完成对应习题，达到练习巩固的效果，在自主练习过程中感受自变量的变化量减小带来的效果。

4.3. 设计探究过程，培养核心素养

新教材中的第一节设置了两个问题，每一个问题都对应两个探究。教师应引导学生将两个问题的探究部分对比学习。具体如下：问题一(瞬时速度问题)的探究一为“如何描述跳水运动过程中的运动快慢程度？”，问题二(切线斜率问题)的探究一为“如何定义抛物线 $f(x)=x^2$ 在 $p_0(1,1)$ 处的切线？”第一个分析的是某一时刻，第二个分析的是图像上某个点，因此在问题二的探究学习中，教师应引导学生类比跳水运动问题中由平均速度到瞬时速度的过渡的过程，分析直线斜率问题，并从割线斜率向切线斜率过渡；问题一的探究二为“思考瞬时速度与平均速度的关系，并求出 $t=1\text{ s}$ 时的瞬时速度。”，问题二的探究二为“求 $p_0(1,1)$ 处的切线斜率 k_0 。”两个探究都让求出某具体的时刻和具体位置处的对应变化率。同样地，有了问题一的计算基础，教师可以让学生类比该问题的计算步骤和计算方法，并思考二者的异同点。

数学学习的过程不是单纯的知识堆积，应是在以往知识经验的基础上经历新知识的发现和探究，从而自主建构数学知识的过程[5]。在此过程中培养学生的数学学科核心素养，发展学生的数学思维品质。在传统的数学课堂教学中，尤其是在教材中，知识的探究过程往往被忽略，这导致数学课堂陷入“填鸭式”教学模式，课堂气氛过于沉闷，学生的数学思维无法得到锻炼。新教材则注重引导学生经历知识的探究过程，通过发现问题、提出问题、解决问题等各个环节探究新知。

基金项目

2024年黄冈师范学院研究生工作站课题(5032024023);2024年度黄冈市社会科学研究课题(2024079)。

参考文献

- [1] 蒋佳豪. 基于问题驱动的导数单元教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广州大学, 2023.
- [2] 赵楷文, 韩龙淑. 人教 A 版高中新旧必修教材中“统计与概率”内容的比较研究[J]. 数学之友, 2023, 37(13): 6-8+11.
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [4] 盛姗. 解读“变”、思考“教”、引导“学”、研究“考”——人教 A 版新教材“导数”的解读与思考[J]. 中学数学月刊, 2023(3): 25-27+32.
- [5] 霍阿娇. 高中数学人教 A 版新旧教材比较研究[D]: [硕士学位论文]. 太原: 太原师范学院, 2023.