

高中数学教材中的比较研究

——以直线的倾斜角与斜率为例

付雨婕, 孔冰心, 何春玲

黄冈师范学院数统学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年12月27日; 录用日期: 2025年2月28日; 发布日期: 2025年3月13日

摘要

教材是知识传承的关键载体, 其内容与结构、知识呈现形式对教学成效至关重要。文章通过深入对比人教版高中新旧教材, 从内容结构与知识呈现两大维度出发, 为教学设计的更新提供有益参考。在内容结构方面包括内容选择、学习要求以及编排顺序, 在知识呈现方面, 包括章节引言、概念生成、栏目设置以及信息技术的对比分析。根据结论得到以下教学建议: 教师应聚焦教学重点变革教学理念, 遵循规律激发学生兴趣; 注重教学内容与数学史相结合, 凸显立德树人的教育功能; 强化教学预设提问与作业设计, 助力学生成长与发展; 教学内容与信息技术深度融合, 开启现代化教学新篇章。

关键词

高中新旧教材, 对比, 教学建议

A Comparative Study in High School Mathematics Textbooks

—Taking the Inclination Angle and Slope of a Straight Line as Examples

Yujie Fu, Bingxin Kong, Chunling He

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Dec. 27th, 2024; accepted: Feb. 28th, 2025; published: Mar. 13th, 2025

Abstract

Textbooks are the key carriers of knowledge inheritance, and their content and structure, as well

as the forms of knowledge presentation, are crucial to the effectiveness of teaching. This research delves deeply into the comparison between the old and new high school textbooks published by the People's Education Press. Starting from the two major dimensions of content structure and knowledge presentation, it provides valuable references for the updating of instructional design. In terms of content structure, it encompasses elements like the selection of content, learning requirements, and the order of arrangement. When it comes to knowledge presentation, it involves a detailed comparative analysis of chapter introductions, the generation of concepts, the setup of columns, and information technology. Based on the conclusions drawn from this comparison, several practical teaching suggestions are put forward. Firstly, teachers should zero in on the key points of teaching and transform their teaching concepts accordingly. They must follow the educational rules to arouse students' interest. Secondly, attaching importance to combining teaching content with the history of mathematics can effectively highlight the educational function of cultivating students' moral character and achieving the goal of nurturing them into individuals with integrity. Thirdly, strengthening the design of preset questions in teaching and the layout of homework can better assist students in their growth and development. Finally, integrating teaching content with information technology in a profound way will open a brand-new chapter in modern teaching.

Keywords

New and Old High School Textbooks, Comparison, Teaching Suggestions

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

课程标准是教材编写和教师进行教学的直接依据。课程标准对解析几何提供理论基础和直观理解,有助于培养学生数学素养和思维能力,促进数学与其他学科的融合以及推动数学教育的创新和发展。深入学习解析几何,能强化学生直观想象能力的培养,加强逻辑推理的训练,而直线的倾斜角与斜率是解析几何中的基础概念,也是第一次较全面地运用解析几何的基本思想和方法研究的基本图形,深入钻研这一概念,对于学生数学学科素养的提升效果显著,能够帮助他们逐步建立起严谨的数学思维模式,提升解决复杂问题的能力,为后续更深入的数学学习筑牢根基。

数学教材是供学生学习和教师教学所使用的数学书籍,它系统地呈现了数学学科的基础知识和基本技能,其内容编排经过精心设计,具备高度的科学性、严谨的系统性以及广泛的适用性,充分考虑到学生的认知规律和学习需求。对教材进行深度挖掘,进行教材对比分析,不仅能够帮助教师精准把握教学重点,优化教学方法,从而显著提升教学效果,而且能够为学生的数学学习提供更为坚实有力的支持,助力他们在数学学习的道路上稳步前行。那么,在数学教育不断发展演变的过程中,新旧教材究竟存在着哪些异同点呢?有何启示?本文研究将解答以上问题。

2. 研究设计

2.1. 研究对象

研究选择了《普通高中课程标准实验教科书·数学(人教A版)》(以下简称“旧教材”)和《普通高中教科书·数学(人教A版)》(以下简称“新教材”)作为比较教材,以平面解析几何部分的“直线的倾斜角与斜率”作为研究对象,基本信息如表1。

Table 1. Basic information on the inclination angle and slope of a straight line
表 1. 直线的倾斜角与斜率基本信息

	分布章节	出版时间	教材主编
旧教材	必修二第三章节 3.1	2007.02	章建跃
新教材	选择性必修第一册 第二章 2.1	2019.06	李海东、郭玉峰

2.2. 分析框架

依据史宁中、孔凡哲关于教材质量的研究，将教材分为内容结构和知识呈现方式两个维度进行研究如图 1，其中内容结构包括“内容选择和学习要求”和“编排顺序”，知识呈现包括“章节引言”、“概念生成”、“栏目设置”和“信息技术”[1]。“内容选择和学习要求”是关于课程标准的分析，教材是基于课程标准所撰写，因此对其分析是非常有必要的；分析教材的“编排顺序”，确保教学内容之间的逻辑连贯性，教师可以针对不同学生的学习需求和能力水平，进行个性化的教学安排；“章节引言”具有引导、启发和概述的重要功能；“概念生成”可以将零散的知识点串起来，形成完整的知识网络，帮助学生理解、记忆，让老师选择正确的教学策略；“栏目设置”引导着教学内容和方法；“信息技术”是现代科学技术的核心，分析教材的信息技术，有助于丰富教学内容与形式。基于此，将从以上几个维度，对教材采用定性与定量相结合的方法进行研究。

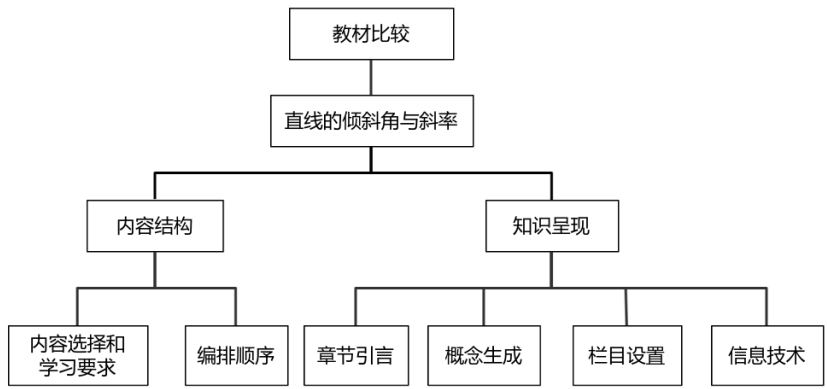


Figure 1. Research framework diagram
图 1. 研究框架图

3. 结果与讨论

3.1. 内容结构

3.1.1. 新旧课标对内容选择和学习要求的对比

在内容要求方面，相较于 2003 年颁布的《普通高中数学课程标准》(以下简称“旧课标”)，《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》(以下简称“新课标”)在直线的倾斜角与斜率的内容要求上保持一致，精准地凸显了该知识点的核心难点与重点，为教师的教学设计提供了明确的导向[2]。直线的倾斜角与斜率作为平面解析几何的基础组成部分，在新课标框架下，其重要性不言而喻。值得注意的是，新课标在平面解析几何领域还增添了圆锥曲线与方程的内容，这部分知识相对更为复杂且抽象，理解难度较大。因此，作为该章节的开篇——直线的倾斜角与斜率，教师在进行教学规划时，必须精准把握其重难点，以确保为后续内容的深入讲解奠定坚实的基础。

在学业要求与建议方面，语言表述具有较大差异[3]。与旧课标相比，平面解析几何的教学过程在新课标中实现了从“教师帮助学生经历”到“引导学生经历”的转变，体现了以学生为核心、学生为主体的教育理念。在此背景下，教师需发挥引导作用，充分调动学生的积极性与主动性，新课标在教学过程中的创新之处在于，它倡导通过引入实例作为背景来辅助教学，如桥的绳索、流星滑行轨迹等生活实例，以此增强学生的直观感受。尽管教学的核心思想依然是几何问题代数化、利用代数结果分析几何图形，但这一理念的灵活运用与深入实践才是决定教学成功的关键。此外，新课标还显著强化了信息技术在教学中的应用，从“有条件的学校”到“应充分发挥”，这一表述的变化清晰地反映出新课标对信息技术作用的重视，通过向学生演示几何画板、Geogebra 等数学教学软件，帮助学生更深入地理解几何概念。从建构主义学习理论看，新课标强调学生自主经历和实例引入，让学生在情境中激活已有知识，自主探究思考构建直线倾斜角与斜率概念，而非被动接受教师灌输，这有助于培养自主学习能力和创新思维，使学生更好应用所学知识解决实际问题。

3.1.2. 编排顺序

在新教材中，直线的倾斜角与斜率由原来的必修内容调整为选择性必修，内容整体结构上有所变化。新教材将原本分散在多个章节中的直线和圆的方程内容进行整合，在内容的广度有所增加，如表 2，同时，也对部分内容进行细化，细化到每个小节上，比如直线的倾斜角。第三、旧教材更注重知识的逻辑性和系统性，按照先定义、再性质、后应用的顺序进行编排，而新教材则更注重学生的认知发展规律和兴趣点，尝试通过更贴近学生生活实际的情境引入，再逐步深入讲解相关知识，基于核心素养理论，新教材的编排顺序更有利于培养学生的数学抽象、逻辑推理、数学建模等核心素养。通过情境引入，学生需要从实际情境中抽象出数学问题，运用逻辑推理来探究直线倾斜角与斜率的定义和性质，再通过建立数学模型来解决直线与圆的位置关系等问题，这种编排方式使学生的学习过程中能够全面提升核心素养。

Table 2. Comparison of the contents between the old and new teaching materials
表 2. 新旧教材内容对比

旧教材	直线的倾斜角与斜率、直线的方程、直线的交点坐标与距离公式
新教材	直线的倾斜率与斜率、直线的方程、直线的交点坐标与距离公式、圆的方程、直线与圆，圆与圆的位置关系

3.2. 知识呈现

3.2.1. 章节引言

新教材对平面解析几何的引言部分进行了精简，聚焦于核心知识结构。相比旧教材，新教材在引言中更注重知识的逻辑结构，通过清晰的条理和连贯的叙述，帮助学生更好地把握平面解析几何的整体框架和核心思想，同时，在引言中融入了更多的数学史内容，介绍了有关平面解析几何的发展历程和重要地位。此外，新教材在引言中不仅介绍了平面解析几何的基本概念和方法，还强调了数学思想和方法的重要性，引导学生通过探究和发现的方式学习平面解析几何，培养学生的数学素养和创新能力。

3.2.2. 概念生成

旧教材是先定义倾斜角，再用倾斜角的正切值定义直线斜率，并直接给出斜率计算公式如图 2，在描述直线的倾斜角与斜率时不够直观，缺乏足够的情境或实例，导致学生难以将概念与实际相结合，并且应用方面也较为单一、缺乏足够的拓展和延伸；而新教材则更注重学生的理解和应用，利用直线上

两点的坐标，探究归纳得到直线的斜率定义如图3。这种变化不仅体现了教学理念从理论到实践的转变，也反映了对学生数学核心素养培养的重视，通过引导学生对一系列问题进行归纳与总结，使他们能够自主得出直线的倾斜角与斜率的概念，这恰恰符合我们的建构主义学习理论，学生通过对直线上两点坐标的探究，主动参与到知识的建构过程中，在这个过程中，学生不断地思考和尝试，能够更深入地理解直线斜率的本质含义，并且能够更好地将其应用到实际问题中。

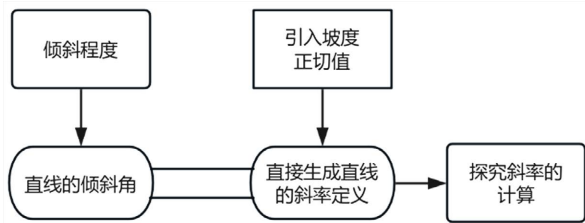


Figure 2. Concept generation diagram of the old version of teaching materials
图 2. 旧版教材概念生成图

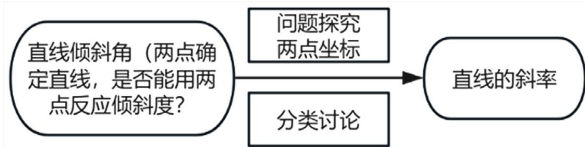


Figure 3. Concept generation diagram of the new version of teaching materials
图 3. 新版教材概念生成图

3.2.3. 栏目设置

旧教材的栏目设置相对较为传统，通常会包括定义、性质、例题、习题等部分。在直线的倾斜角与斜率部分，旧教材会安排一些典型的例题来帮助学生巩固所学知识，并提供一些练习题供学生练习。

在新课标的指引下，新教材在栏目设置上更加灵活多样。除了传统的定义、性质、例题、习题等部分外，还增加了一些探究性的栏目，如“思考与讨论”、“实验与探究”等[4]。根据新旧教材内容的统计，得到了表3和图4，从原先占比100%的4个思考题，新教材巧妙地调整为3个思考题和1个深入探究题。同时引入了1个“日常生活”板块占比16.67%，此外，在新教材第2个思考题中，新版教材还在右侧增设了小思考题，这一变化直观地展示了问题设置由简至繁的递进过程[5]。

其中，最显著的区别在于，旧教材中的第二个思考题被巧妙地融入新教材拓展栏目的小思考中，作为启发思考的小贴士，同时新增了探究题1个，通过层层递进的探究性问题，激发学生的深度思考，显著提升了问题的质量和深度。这一改变不仅有助于锻炼学生的逻辑思维与创新能力，而且紧密贴合了新教育倡导的素质教育理念。探究式学习作为素质教育中的核心环节，恰好契合了课程标准中“由教师辅助学生经历”向“引导学生主动经历”的转变要求。

Table 3. Statistics on the column settings of teaching materials
表 3. 教材栏目设置统计

旧教材栏目	数量统计	占比	新教材栏目	数量统计	占比
思考	4	100%	思考	3	50%
			教材右侧小思考(拓展栏目)	1	16.67%
			日常生活	1	16.67%
			探究	1	16.67%

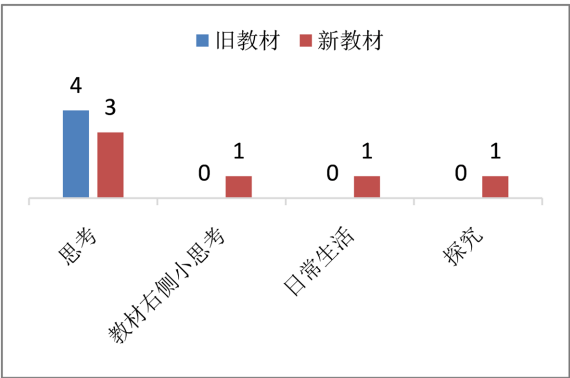


Figure 4. Comparison diagram of column settings between the old and new teaching materials
图 4. 新旧教材栏目设置对比图

除此之外，在直线的倾斜角与斜率部分更注重题目的多样性和层次性，以满足不同层次学生的学习需求，**首先**，在例题编排上，新教材相较于旧版进行了精简，由原先的两个例题缩减为一个，具体为删除了例题二，此举旨在减轻学生的学习负担，避免知识内容的冗余与繁杂。通过这样的调整，学生能够拥有更多时间投入到教学过程中，从而更加深入地体验“将几何问题巧妙转化为代数问题，并进一步利用代数结果来阐释几何现象”这一完整过程。这样的教学安排不仅促进了学生对几何与代数之间紧密联系的理解，还有效地培养了学生的直观想象能力以及数形结合等重要的数学思维方法。

其次，课后习题的变革同样显著，新旧教材课后习题如图 5 和图 6，两者之间的类型对比如表 4，鉴于例题二的移除，旧版教材中与之同类型的课后习题第 4 题也随之被剔除[6]。这一删减不仅源于对知识冗余的考量，更核心的原因在于该题目未能直观展现代数与几何的内在联系，对于本节课的知识要点体现有限，且在高考命题范围内并无直接关联，因此其删除显得尤为必要。在旧版教材中，基础题包括了第 1、2 题，主要考察了对斜率和倾斜角基本概念的掌握，能力提升题 3、4 题，则在此基础上增加了对特殊情况的处理和作图能力的考察，各占 50%，而创新题并未直接体现；在新教材中，不同点在于课后习题中新增了两道题目，分别置于第 2 题和第 5 题位置。其中基础题包括 1、2、3 题，占比总体的 60%，是常见的知识类型题目，能力提升题是题目 4，这个题目引入了变量 A、B、C，并且要求学生在两两不等的条件下求解直线的倾斜角，增加了题目的复杂性和灵活性，因此属于能力提升题，而第 5 题则是一道创新题型，该题型紧贴新高考趋势，要求学生灵活调用所学知识，不仅要求学生能够计算直线的斜率(通过两点坐标)，还需要理解直线的方向向量与斜率之间的关系，因此属于创新题。

练习	
1. 已知下列直线的倾斜角，求直线的斜率：	
(1) $\alpha=30^\circ$;	(2) $\alpha=45^\circ$;
(3) $\alpha=120^\circ$;	(4) $\alpha=135^\circ$.
2. 求经过下列两点直线的斜率，并判断其倾斜角是锐角还是钝角：	
(1) $C(18, 8), D(4, -4)$;	
(2) $P(0, 0), Q(-1, \sqrt{3})$.	
3. 已知 a, b, c 是两两不等的实数，求经过下列两点直线的倾斜角：	
(1) $A(a, c), B(b, c)$;	
(2) $C(a, b), D(a, c)$;	
(3) $P(b, b+c), Q(a, c+a)$.	
4. 画出经过点 $(0, 2)$ ，且斜率分别为 2 与 -2 的直线。	

Figure 5. Diagram of after-class exercises in the old version of teaching materials
图 5. 旧版教材课后习题图

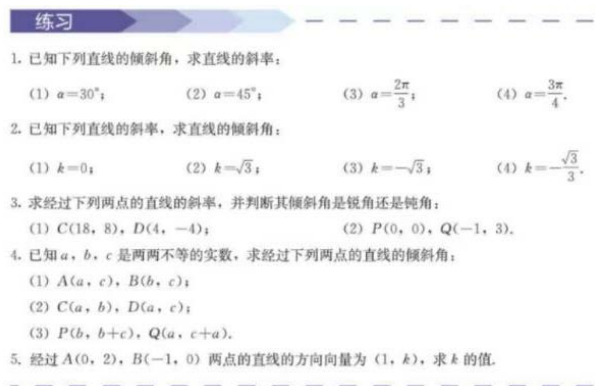


Figure 6. Diagram of after-class exercises in the new version of teaching materials
图 6. 新版教材课后习题图

Table 4. Comparison of after-class exercises between the old and new teaching materials
表 4. 新旧教材课后习题对比

	旧版	占比	新版	占比
基础题	1、2	50%	1、2、3	60%
能力提升题	3、4	50%	4	20%
创新题		0%	5	20%

3.2.4. 信息技术

相较于新教材, 旧教材在信息技术的应用上较为有限, 旧教材主要依赖传统的教学手段, 如黑板、粉笔、直尺等来讲解直线的倾斜角与斜率, 旧教材也包含一些与信息技术相关的例题讲解, 但其在信息技术融合方面的深度和广度不如新教材。信息技术能将抽象的概念具象化, 帮助学生更好地理解 and 掌握, 而在探讨倾斜角与斜率的变化关系时, 信息技术的运用则能让学生获得更为直观地感受, 从而深化对知识点的理解。在直线的倾斜角与斜率部分, 新教材更需要利用信息技术工具, 如几何画板、数学教学软件等进行动态演示, 帮助学生更直观地理解倾斜角和斜率的变化过程及其关系如图 7。

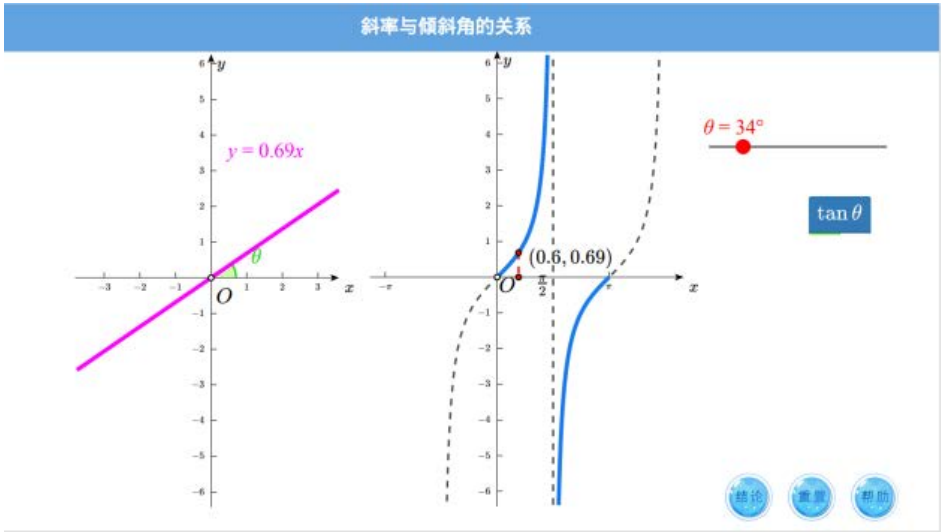


Figure 7. Diagram of the relationship between the inclination angle and the slope
图 7. 倾斜角与斜率的关系图

4. 思考与教学建议

经过对新旧版本教材的细致对比,我们发现两者之间的变化确实显著且各具特色,基于这一发现,并从所得结论出发,以下是对教材开发以及教师教学工作的几点深入思考与建议。

4.1. 聚焦教学重点变革教学理念, 遵循规律激发学生兴趣

从内容结构这一维度出发,新课标在直线的倾斜角与斜率内容要求上与旧课标具有一致性,都凸显了重难点,但学业要求与建议有所差异,更加重视学生主体的主体性,改变了教学理念,从而帮助学生核心素养提升。在编排顺序部分,编排从注重逻辑转为遵循认知规律,通过借鉴生活情境引知识,培养学生自主与合作能力。因此,在教学过程中,教师应深入研究新课标,明确直线的倾斜角与斜率等内容的重难点,确保教学方向精准,并且充分尊重学生的主体地位,从传统的注重知识逻辑灌输转变为引导学生自主探索,例如在教学过程中多设置开放性问题,鼓励学生积极思考、主动发言,让学生成为学习的主人。为吸引学生兴趣,教师也可以结合教学内容,引入如桥的绳索、流星滑行轨迹等生活实例,帮助学生将抽象的数学知识与实际生活相联系,激发学生的学习兴趣,同时组织学生开展小组合作学习,共同探究知识规律与应用,培养学生的合作能力与自主学习能力,逐步构建完善的知识体系,促进学生核心素养的提升。

4.2. 注重教学内容与数学史相结合, 凸显立德树人的教育功能

章节引言最大的变化就是数学史内容的增加,新教材在遵循新课标要求的基础上,特别增加了对数学概念历史背景及其发展过程的阐述,学生在初步了解解析几何的由来与背景后,才能够为后续的学习奠定更为坚实的基础,从而形成更加完整且系统的知识体系。通过文献调研发现在关于直线倾斜角与斜率的教学设计中,高达 80%的作者忽视了解析几何的背景知识,直接采用了情景化的教学方式,这种设计方式不仅显得片面,而且不利于学生核心素养的全面发展。因此,在课前准备阶段,教师需要深入研究和挖掘相关数学史知识,为高质量的备课工作奠定坚实基础;在课堂上,教师应积极引导步入数学史的世界,感受数学的魅力与深度;而在课后,则可鼓励学生主动收集与课程相关的数学史资料,以此激发他们的探究欲望和发现精神,从而有效培养学生的数学素养,促进学生全面发展。

4.3. 强化教学预设提问与作业设计, 助力学生成长与发展

新教材内容的显著变化之一,在于其栏目设置的革新,通过融入探究、思考环节以及与实际生活的紧密联系,激发学生的探索热情。新教材巧妙地设计了递进式问题链,由浅入深,层层递进,教师在课堂上应当承担起引导者的角色,通过精心设计的提问,引导学生分析、解决问题,从而培养他们的逻辑思维能力,因此,预设教学过程中,高质量提问是吸引学生兴趣的关键所在。从新教材课后习题的变革中,我们不难窥见习题设计日益丰富的多样性。在“双减”政策的宏观指引下,教师们需摒弃盲目布置作业的旧习,转而根据学生的学习需求,灵活采取分层次布置作业的策略,这一创新实践不仅有助于减轻学生的课后负担,还能确保他们通过高效、有针对性的训练实现个性化成长,真正实现因材施教的教育理想[7]。在这一过程中,教师扮演着至关重要的角色,他们需充分利用社会各类资源,精心设计具有创新性和启发性的作业,以此激发学生的创新意识与批判性思考能力,这些能力不仅是学生当前学习的助力,更是他们未来适应复杂多变社会环境的宝贵财富,通过这一实践,我们有望培养出更多具备创新思维、独立思考能力和良好学习习惯的新时代人才。

4.4. 教学内容与信息技术深度融合, 开启现代化教学新篇章

信息技术飞速发展,在日常生活中的应用愈发便捷,教育领域亦不例外。在这一背景下,原本晦涩

难懂、教师难以传授、学生难以掌握的数学知识，得以通过信息技术的辅助变得简单明了、形象直观。它极大地降低了学习难度，使复杂的数学概念变得易于理解。同时，信息技术也为教师提供了突破教学重难点的有力武器，助力他们更有效地引导学生优化知识结构、巩固学习成果。尤其是在解析几何、立体几何等抽象图形知识的教学中，信息技术的引入更是显得尤为重要，它能够将原本难以捉摸的几何图形以直观、立体的方式呈现，从而激发学生的学习动机，让他们在探索数学奥秘的过程中体会到学习的乐趣。因此，将教学内容与信息技术相结合，已成为现代化教学的必然趋势，对于教师们而言，掌握并善用这一结合方式，不仅是提升教学质量的关键，更是迈向成功教学的必经之路，它不仅是教育现代化的重要标志，更是培养未来社会所需人才不可或缺的一环。

参考文献

- [1] 孔凡哲, 史宁中. 教科书质量及其影响因素[J]. 教育发展研究, 2007(12): 13-17.
- [2] 许世雄, 黄永明. 关于《普通高中数学课程标准(2017 年版)》的几点变化与思考[J]. 中学数学月刊, 2018(7): 4-6.
- [3] 徐铭一. 核心素养背景下高中数学新旧教材对比——以“函数概念及其表示”为例[C]//中国国际科技促进会国际院士联合体工作委员会. 2023 年教育理论与实践科研学术论坛论文集(二). 2023: 4.
- [4] 胡典顺, 沈晓凯, 于芹. 三个版本高中数学教材中“拓展栏目”的比较研究[J]. 中小学教师培训, 2017(12): 69-73.
- [5] 李冬梅. 以递进式探究问题引领思维进阶——“直线的倾斜角与斜率(第 1 课时)”的教学实践与思考[J]. 数学教学通讯, 2024(6): 21-23.
- [6] 张迎春. 基于新课程标准的高中数学新旧教材比较分析——以人教版“圆锥曲线的方程”章节为例[J]. 华夏教师, 2022(15): 43-45.
- [7] 周德萍. 高中数学作业设计的探索与思考[J]. 数学学习与研究, 2023(26): 8-10.